

G1 cvičení 4. 11. 2008

- 1) Vě sestroj přímku a vyznačit přímky a, b daných rovnic
 $a: 3x + y - 4 = 0$ a $b: 2x - 3y + 1 = 0$ vzhledem přímce rovnoběžnou
 s přímkou $x + 3y - 1 = 0$.

Rěšení: $p \in \Sigma(a, b) \Rightarrow p: \lambda_1(3x + y - 4) + \lambda_2(2x - 3y + 1) = 0$
 $(3\lambda_1 + 2\lambda_2)x + (\lambda_1 - 3\lambda_2)y + (\lambda_2 - 4\lambda_1) = 0$
 $p \parallel x + 3y - 1 = 0 \Rightarrow$

$$3\lambda_1 + 2\lambda_2 = 1$$

$$\lambda_1 - 3\lambda_2 = 3$$

$\Downarrow$

$$\lambda_1 = \frac{9}{11}$$

$$\lambda_2 = -\frac{8}{11}$$

dosažením $p: x + 3y - 4 = 0$

- 2) Vyznačit rovinu, která je rovnoběžná s přímkou $x = 1 + 82t, y = 7, z = 5 + 79t$,
 a prochází přímkou $3x - 4y + z - 12 = 4x - 7y - 3z + 4 = 0$.

Rěšení: $p \in \Sigma(p_1, p_2) \wedge p \parallel p$ (tedy $\vec{n}_p \in V_p$)
 $p \in \Sigma(p_1, p_2) \Rightarrow p: \lambda_1(3x - 4y + z - 12) + \lambda_2(4x - 7y - 3z + 4) = 0$
 $(3\lambda_1 + 4\lambda_2)x + (-4\lambda_1 - 7\lambda_2)y + (\lambda_1 - 3\lambda_2)z + (4\lambda_2 - 12\lambda_1) = 0$
 $\vec{n}_p = (82, 0, 79) \in V_p \Rightarrow$

$$(3\lambda_1 + 4\lambda_2) \cdot 82 + (-4\lambda_1 - 7\lambda_2) \cdot 0 + (\lambda_1 - 3\lambda_2) \cdot 79 = 0$$

$$325\lambda_1 + 31\lambda_2 = 0 \Rightarrow \text{dělíme 13} \quad 25\lambda_1 + 7\lambda_2 = 0$$

volíme $\lambda_1 = -17 \Rightarrow \lambda_2 = 25$

$$\Rightarrow 79x - 147y - 82z + 184 = 0$$

3) V-basu rovin $x-2y+z=0$, $2x+y+3z-1=0$, $5x+3z-4=0$ najdiť rovinu proklabující přímkou $x=2t-1$, $y=t$, $z=1+3t$.

Rěšení: $\rho \in \mathcal{T}(d_1, d_2, d_3)$ a $\mu \subset \rho$:

$$\rho: \lambda_1(x-2y+z) + \lambda_2(2x+y+3z-1) + \lambda_3(5x+3z-4) = 0$$

$$(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 5\lambda_3)x + (\lambda_2 - 2\lambda_1)y + (\lambda_1 + 3\lambda_2 + 3\lambda_3)z + (-\lambda_2 - 4\lambda_3) = 0$$

$\mu \subset \rho \Rightarrow$

$$(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 5\lambda_3)(2t-1) + (\lambda_2 - 2\lambda_1)t + (\lambda_1 + 3\lambda_2 + 3\lambda_3)(1+3t) + (-\lambda_2 - 4\lambda_3) = 0$$

$$(3\lambda_1 + 14\lambda_2 + 13\lambda_3)t - 6\lambda_3 = 0$$

$$\Rightarrow 3\lambda_1 + 14\lambda_2 + 13\lambda_3 = 0$$

$$\underline{-6\lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_3 = 0}$$

$$3\lambda_1 + 14\lambda_2 = 0 \Rightarrow \text{volíme } \lambda_1 = 14 \Rightarrow \lambda_2 = -3$$

$\Rightarrow$ dosazením ρ : $8x - 31y + 5z + 3 = 0$.

4) Průsečíkem rovin $2x+y-z-2=0$, $x-3y+z+1=0$ a $x+y+z-3=0$ proložit rovinu rovnoběžnou s rovinou $x+y+2z=0$.

Rěšení: $\rho_1: 2x+y-z-2=0$, $\rho_2: x-3y+z+1=0$, $\rho_3: x+y+z-3=0$
 $\rho_4: x+y+2z=0$

Hledáme ρ tak aby: 1) $\rho \parallel \rho_4 \Rightarrow \rho: x+y+2z+d=0$
 2) $\rho \in \mathcal{T}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) \Rightarrow$ rovnice rovin ρ_1, ρ_2, ρ_3 a ρ jsou lineárně závislé

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & d \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & d \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & -3 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & d+3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 7 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & d+3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & d+3 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3d+12 \end{pmatrix} \Rightarrow 3d+12=0$$

$$\underline{\underline{d=-4}}$$

$\Rightarrow$ Rce roviny ρ $x+y+2z-4=0$