

## Cvičení 1

1. Je dán pravidelný šestiúhelník  $ABCDEF$ . Najděte souřadnice vektorů  $B - A$ ,  $D - A$ ,  $D - B$ ,  $A - E$ ,  $A - F$ ,  $B - E$  v bázi  $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2 \rangle$ , kde  $\vec{e}_1 = C - A$  a  $\vec{e}_2 = C - B$ .

$$[B - A = \vec{e}_1 - \vec{e}_2; D - A = 2\vec{e}_2; D - B = 3\vec{e}_2 - \vec{e}_1; A - E = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2; \\ A - F = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2; B - E = 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_1]$$

2. Vektory  $\vec{u} = C - A$  a  $\vec{v} = B - C$  splývají se stranami trojúhelníka  $ABC$  a body  $M, N, P$  jsou po řadě středy stran  $BC, CA, AB$ . Vyjádřete vektory  $M - A$ ,  $N - B$ ,  $C - P$ ,  $P - M$ ,  $P - N$ ,  $M - N$  pomocí vektorů  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ .

$$[M - A = \vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}; N - B = -\frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}; C - P = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}; P - M = -\frac{1}{2}\vec{u}; \\ P - N = \frac{1}{2}\vec{v}; M - N = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}]$$

3. Jaké jsou souřadnice bodu  $B$ , který je koncovým bodem vektoru  $\vec{v} = (1, -2, 3)$  umístěného do bodu  $A = [1, 5, 3]$ ?

$$[B = [2, 3, 6]]$$

4. Jaké jsou souřadnice bodu  $P$ , který je počátečním bodem vektoru  $\vec{v} = (4, 3, -2)$  s koncovým bodem  $Q = [2, 2, 1]$ ?

$$[P = [-2, -1, 3]]$$

5. O rovnoběžníku  $ABCD$  víme, že má vrchol  $B = [5, 2, 3]$  a že  $B - A = \vec{u} = (1, 2, 1)$  a  $C - B = \vec{v} = (2, 1, 3)$ . Zjistěte zbylé vrcholy rovnoběžníka.

$$[A = [4, 0, 2]; C = [7, 3, 6]; D = [6, 1, 5]]$$

6. Jsou dány vektory  $\vec{u} = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{v} = (-2, 2, 3)$ ,  $\vec{w} = (1, -1, -2)$ . Určete vektor  $\vec{z} = 3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$ .

$$[\vec{z} = (8, 1, -11)]$$

7. Pro která čísla  $k, l$  jsou vektory  $\vec{u} = (2, 1, k)$  a  $\vec{v} = (3, l, 3)$  kolineární?

$$[k = 2, l = \frac{3}{2}]$$

8. Jsou dány body  $A = [1, 2, 2]$ ,  $B = [3, 1, 4]$ ,  $C = [5, 1, 5]$ . Rozhodněte, zda leží na téže přímce.

$$[ \text{Ne} ]$$

9. Jsou dány body  $A = [1, 1]$ ,  $B = [2, 4]$ ,  $C = [-1, y]$ . Určete  $y$ , aby všechny tři body byly kolineární.

$$[y = -5]$$

10. Dokažte, že body  $A = [1, 4, 2]$ ,  $B = [1, 2, 1]$ ,  $C = [3, 4, 4]$  a  $D = [3, 6, 5]$ , jsou vrcholy rovnoběžníka.

11. Dokažte, že vektory  $\vec{u} = (1, 2, 2)$ ,  $\vec{v} = (2, 2, 1)$  a  $\vec{w} = (2, 1, 2)$ , jsou lineárně nezávislé a vyjádřete vektor  $\vec{z} = (8, -4, 6)$  pomocí báze  $\langle \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \rangle$ .

$$[\vec{z} = -4\vec{u} - 2\vec{v} + 8\vec{w}]$$

12. Dokažte, že vektory  $\vec{u} = (1, 2, 1, 0)$ ,  $\vec{v} = (2, 1, 2, 1)$  a  $\vec{w} = (0, 1, 2, 3)$  jsou lineárně nezávislé. Určete souřadnice vektoru  $\vec{z} = (7, 1, 11, 11)$  v bázi  $\langle \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \rangle$  podprostoru v  $\mathbf{A}_4$ .

$$[\hat{z} = [-3, 5, 2]]$$

13. Rozhodněte, zda body  $A = [3, 1, 3]$ ,  $B = [5, 5, 2]$ ,  $C = [4, 7, 1]$  a  $D = [2, 1, 2]$  leží v téže rovině.

$$[ \text{Ne} ]$$

14. Rozhodněte, zda body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [4, 1, 1]$ ,  $C = [0, 1, 2]$  a  $D = [4, 4, 2]$  jsou komplanární.

$$[ \text{Ne} ]$$

15. Pro jaké číslo  $k$  body  $A = [1, 2, -3]$ ,  $B = [0, 2, 3]$ ,  $C = [0, 0, k]$  a  $D = [2, 7, 7]$  leží v rovině?

$$[k = -\frac{17}{5}]$$