

Cvičení 2

1. Je dána uspořádaná trojice $\mathbb{A}_n(\mathcal{B}, V_n, \phi)$, kde $\mathcal{B} = \mathbb{R}^n$, $V_n = \mathbb{R}^n$ a zobrazení ϕ je dáno předpisem

$$\forall X, Y \in \mathcal{B} \quad \phi(X, Y) = Y - X = (y_1 - x_1, y_2 - x_2, \dots, y_n - x_n) = (u_1, u_2, \dots, u_n) = \vec{u} \in V_n.$$

Rozhodněte, zda struktura $\mathbb{A}$ je afinní prostor.

[Ano.]

2. Je dána uspořádaná trojice $\mathbb{A}_n(\mathcal{B}, V, \phi)$, kde $\mathcal{B} = \mathbb{R}^3$, $V = \mathbb{R}^3$ a zobrazení ϕ je dáno předpisem

$$\phi(X, Y) = (x_1 - y_2, x_2 - y_3, x_3 - y_1) = (u_1, u_2, u_3) = \vec{u} \in V.$$

Rozhodněte, zda struktura $\mathbb{A}$ je afinní prostor.

[Ne.]

3. V afinní rovině je dán rovnoběžník $ABCD$. Zvolte afinní souřadnou soustavu a vyjádřete v ní souřadnice všech vrcholů.

$$[A = [0, 0], B = [1, 0], C = [1, 1], D = [0, 1]]$$

4. V prostoru $\mathbb{A}_3$ je dán rovnoběžnostěn $ABCDEFGH$. Zvolte afinní souřadnou soustavu a vyjádřete v ní souřadnice vrcholů B, D, G, H .

$$[B = [1, 0, 0], D = [0, 1, 0], G = [1, 1, 1], H = [0, 0, 1]]$$

5. Zjistěte, jaké souřadnice má bod $M = A + (\vec{a} + 2\vec{b}) \in \mathbb{A}^4$ v afinní souřadnicové soustavě $\langle P; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \rangle$, kde $A = P + (\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3)$, $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_4$, $\vec{b} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4$.

$$[M = [1, 2, 4, -1]]$$

6. Jsou dány dvě soustavy lineárních souřadnic $O_{x,y,z}$ a $O'_{x',y',z'}$, přičemž $O' = [2, 1, 3]$, $\vec{e}'_1 = (2, 4, 1)$, $\vec{e}'_2 = (0, 4, 4)$, $\vec{e}'_3 = (1, 1, 0)$. Vyjádřete transformační vztahy přechodu od jedné soustavy k druhé a souřadnice počátku O a báze vektorů v soustavě $O_{x,y,z}$.

$$[x = 2x' + z' + 2, y = 4x' + 4y' + z' + 1, z = x' + 4y' + 3]$$

7. Jsou dány dvě afinní báze $\mathcal{B} = \langle P; \vec{u}, \vec{v} \rangle$ a $\mathcal{B}' = \langle P'; \vec{e}'_1, \vec{e}'_2 \rangle$, přičemž platí:

$$\begin{aligned} P' &= P + 2\vec{u} - \vec{v} \\ \vec{u}' &= \vec{u} - 3\vec{v} \\ \vec{v}' &= -\vec{u} + \vec{v} \end{aligned}$$

Dále necht' $A = [-1, 3]$, $B = [2, 2]$, $C = [0, 0]$ jsou souřadnice bodů v soustavě souřadnic $\mathcal{S}$ a $D' = [0, 3]$, $E' = [-1, -1]$, $F' = [1, 2]$ jsou souřadnice bodů v soustavě souřadnic $\mathcal{S}'$. Určete souřadnice zadaných bodů i v druhé afinní soustavě souřadnic.

$$[A' = [-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}], B' = [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}], C' = [\frac{1}{2}, \frac{5}{2}], D = [-1, 2], E = [2, 1], F = [1, -2]]$$

8. Mějme dány dva afinní repéry

$$\mathcal{S} = \langle [0, 3]; (-1, -1), (1, 0) \rangle \quad a \quad \mathcal{S}' = \langle [1, 1]; (2, 0), (1, 2) \rangle.$$

Najděte souřadnice bodu $X' = [-2, 0]$ v $\mathcal{S}$ a bodu $Y = [4, 1]$ v $\mathcal{S}'$

$$[X = [2, -1], Y' = [-\frac{3}{2}, -1]]$$