

Př: Napište rovnici přímky na 'ležející' svazku, který je zadán pomocí základních přímek $x+2y-1=0$ a $3x-y-5=0$, která prochází bodem $P=[1,1]$

Rěšení: přímka p je dána dvěma podmínkami

(i) $\mu \in \Sigma(\mu_1, \mu_2)$... přímka náleží svazdu

(ii) $P \in \mu \dots$ bod P byl na hledané přímce

ad (i) $p \in \Sigma(p_1, p_2)$, Ide $p_1: x+2y-1=0$ a $p_2: 3x-y-5=0$
 $\Downarrow$

$\mu: A_1(x+2y-1) + A_2(3x-y-5) = 0, \quad \forall$

$$(11_1 + 31_2)x + (21_1 - 1_2)y + (-1_1 - 51_2) = 0$$

$$\text{ad (ii) } / P \in \mu \Rightarrow (\lambda_1 + 3\lambda_2) \cdot 1 + (2\lambda_1 - \lambda_2) \cdot 1 + (-\lambda_1 - 5\lambda_2) = 0$$

$$2\lambda_1 - 3\lambda_2 = 0 ; \begin{vmatrix} \lambda_1 = 3 \\ \lambda_2 = 2 \end{vmatrix} \leftarrow \text{volume}$$

Dosa dime

$$\mu: (3 + 3 \cdot 2)x + (2 \cdot 3 - 2)y + (-3 - 5 \cdot 2) = 0$$
$$\underline{\underline{9x + 4y - 13 = 0}}$$

Pr.: Určete číslo k tak, aby roviny $x - y + z = 0$, $3x - y - z + k = 0$ a $4x - y - 2z + k = 0$ patřily do téže svazky.

Řešení:

$$\left. \begin{array}{l} S_1: x - y + z = 0 \\ S_2: 3x - y - z + k = 0 \\ S_3: 4x - y - 2z + k = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{evidentně se nejedná o} \\ \text{svazek z druhého druhu} \end{array}$$

$$S_1, S_2, S_3 \in \Sigma' \Leftrightarrow \text{hod} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \text{hod} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & k \\ 4 & -1 & -2 & k \end{array} \right) = 2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & k \\ 4 & -1 & -2 & k \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & k \\ 0 & 3 & -6 & k \end{array} \right) \dots \text{hod} = 2 \Leftrightarrow \boxed{k = 3}$$

Určíme sou Σ'

$$\left. \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ y - 2z = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} z = t \\ y = 1 + 2t \\ x = y - z = 1 + 2t - t = 1 + t \end{array}$$

$$\boxed{\vec{x} = [1, 1, 0] + t \cdot (1, 2, 1)}$$

Pr: Napište rovnici roviny S , která patří do desky určené třemi rovinami $\alpha_1: x-y=0$, $\alpha_2: x+y-2z+1=0$, $\alpha_3: 2x+z-4=0$, jestliže

a) rovina S prochází osou y .

b) rovina S je rovnoběžná s rovinou α_2 .

Řešení: a) (i) $S \in \mathcal{R}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$

$\Downarrow$

$$S: \lambda_1(x-y) + \lambda_2(x+y-2z+1) + \lambda_3(2x+z-4) = 0$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)x + (-\lambda_1 + \lambda_2)y + (-2\lambda_2 + \lambda_3)z + (\lambda_2 - 4\lambda_3) = 0$$

(ii) osa $y \subset S \Leftrightarrow [0, 0, 0] \in S$

$$(0, 1, 0) \in V_2^S$$

$$\lambda_2 - 4\lambda_3 = 0 \quad \text{v.l.z.H}$$

$$-\lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = 4 \quad \lambda_3 = 1$$

volíme $\nearrow$

$$S: (4 + 4 + 2 \cdot 1)x + (-4 + 4)y + (-2 \cdot 4 + 1)z + (4 - 4 \cdot 1) = 0$$

$$\boxed{10x - 7z = 0}$$

b) (i) viz část a)

$$S: (\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)x + (-\lambda_1 + \lambda_2)y + (-2\lambda_2 + \lambda_3)z + (\lambda_2 - 4\lambda_3) = 0$$

$$(ii) \text{ rovina } \underline{xz} \parallel S \Leftrightarrow \begin{matrix} (1,0,0) \in V_x^S \\ (0,0,1) \in V_z^S \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \swarrow \text{v.l.z.h} \\ \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ \searrow \text{v.l.z.h} \\ -2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \end{matrix}$$

$$\lambda_3 = 2 \quad \lambda_2 = 1 \quad \lambda_1 = -5$$

↑
volíme

$$S: (-5 + 1 + 2 \cdot 2)x + (5 + 1)y + (-2 \cdot 2 + 2)z + (1 - 4 \cdot 2) = 0$$

$$\boxed{6y - 7 = 0}$$

Př: Je daná osa svazku Σ^1

$$\sigma: x = 1 + t$$

$$y = 2 - t$$

$$z = -1 + 2t$$

Zapište otečnou rovnici libovolné roviny svazku

Řešení: Hledáme libovolné dvě roviny S_1, S_2 dané, xč

$$S_1 \cap S_2 = \sigma$$

$$\mathcal{O}: X = [1, 2, -1] + \lambda \cdot (1, -1, 2)$$



repr. $\mathcal{P}_1: \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$$\underline{\mathcal{P}_1: 2y + z - 3 = 0}$$

$$\mathcal{P}_2: \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\underline{\mathcal{P}_2: 2x - z - 3 = 0}$$

$$\mathcal{P} \in \Sigma'(\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2) \Leftrightarrow \mathcal{P}: \lambda_1 \cdot (2y + z - 3) + \lambda_2 (2x - z - 3) = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} (2\lambda_2) \cdot x + (2\lambda_1)y + (\lambda_1 - \lambda_2)z + (-3\lambda_1 - 3\lambda_2) = 0 \\ (\lambda_1, \lambda_2) \neq (0, 0) \end{array} \right.$$

