

o b s a h

I. část

Předmluva	5
1. Relační struktury	7
1.1 Binární relace	7
A) Zobrazení	16
B) Binární operace	17
C) Ekvivalence	19
D) Tolerance	22
E) Uspořádání	23
1.2 Částečně uspořádané množiny (posety)	24
1.3 Srovnatelná zobrazení a matematické struktury	34
1.4 Booleovy algebry	41
1.5 Reprezentace Booleových algeber	49
1.6 Grafy	56
2. Neorientované grafy	67
2.1 Stupeň uzlu; souvislost, komponenty grafu	67
2.2 Stromy; kostry grafu	79
2.3 Ohodnocený graf; minimální kostra a metrika grafu	86
2.4 Eulerovské a hamiltonovské grafy	91
3. Orientované grafy	95
3.1 Stupeň uzlu; souvislost a silná souvislost	95
3.2 Acyklické grafy; kvazikomponenty a kondenzace grafu	102
3.3 Ohodnocený orientovaný graf	109

Poznámka: pokračování ve II. části od stránky 111.

II. část

4. Matice grafů a jejich vlastnosti	111
4.1 Různé popisy neorientovaného grafu	112
4.2 Různé popisy orientovaného grafu	114
4.3 Incidenční matice	116
4.4 Matice sousednosti	128
A) Matice sousednosti neorientovaného grafu	129
B) Matice sousednosti orientovaného grafu	134
C) Laplaceova matice sousednosti	137
D) Znaménková matice	143
4.5 Matice kružnic	149
4.6 Matice hranových řezů	155
5. Aplikace teorie grafů	163
5.1 Minimální kostra	163
5.2 Minimální cesta	168
5.3 Kritická cesta	172
5.4 Distanční matice grafu	178
5.5 Problém obchodního cestujícího; NP-úplné problémy	183
5.6 Toky v sítích	192
A) Existence toku v síti	192
B) Maximální tok	196
C) Optimální tok	204
Přehled literatury	216

Předmluva

Tento učební text je určen především studentům druhého semestru základního kursu lineární algebry na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni. Tomu je podřízen jak výběr vykládané látky - tj. nejzákladnější partie z diskrétní matematiky a teorie grafů, tak zejména podrobný způsob podání vykládané látky.

V první části skript se zabýváme relačními strukturami, přičemž hlavní pozornost je věnována zejména množinám s časťecným uspořádáním (posetům) a jejich důležitému speciálnímu případu - Booleovým algebrám; cílem této části je objasnění souvislosti obecného případu konečné Booleovy algebry s množinovou algebrou (Stoneova věta o representaci) a se speciálním případem dvouprvkové Booleovy algebry s prvky 0 a 1, známým z výrokové logiky.

Zbývající část textu je pak věnována systematickému výkladu základních pojmu z teorie grafů. Ve druhé a třetí kapitole se čtenář seznámí s definicemi základních pojmu z oblasti konečných neorientovaných a orientovaných grafů a jsou zde dokázány základní teoretické poznatky, které jsou potřebné k pochopení obsahu čtvrté kapitoly, věnované algebraickým souvislostem, a páté kapitoly, zabývající se aplikacemi a algoritmickými aspekty.

Vzhledem k danému omezenému rozsahu textu a podrobnému způsobu výkladu probíraných pojmu a tvrzení samozřejmě nebylo možno do textu zařadit danou problematiku v celé její šíři. Výklad je tudiž zaměřen směrem k aplikacím typu dopravních, spojovacích a metrických problémů; do textu nebylo

možno zařadit mnohé další velmi důležité partie, jako např. problémy nezávislosti a klikovosti, dominance, barevnosti, párování a faktorizace, rovinnosti a mnohé jiné. Čtenář naalezne bližší poučení v některé ze základních učebnic, citovaných a komentovaných v závěru textu.

Jsme si vědomi toho, že žádný učební text není zcela dokonalý - uvítáme proto jakékoli náměty a připomínky, které by mohly přispět ke zdokonalení skript v jejich případném dalším vydání.

Plzeň, březen 1992

Autoři