Lineární programování 1

Simplexový algoritmus

$$\begin{aligned} &\max \quad x + 2y \\ &x + y \le 12 \\ &x + 9y \le 72 \\ &x \le 9 \\ &x \ge 0, y \ge 0 \end{aligned}$$

Řešení. Úlohu převedeme na standardní tvar:

$$\begin{aligned} &\min \quad -x - 2y \\ &x + y + u = 12 \\ &x + 9y + v = 72 \\ &x + w = 9 \\ &x \ge 0, y \ge 0, u \ge 0, v \ge 0, w \ge 0 \end{aligned}$$

Zapíšeme v maticovém tvaru; nemusíme hledat výchozí PBR, neboť je vidět přímo (bazické proměnné $u = 12$, $v = 72$, $w = 9$). Proto můžeme rovnou optimalizovat.

1	2	0	0	0	0
1	1	1	0	0	12
1	**9**	0	1	0	72
1	0	0	0	1	9

Do báze jde proměnná y (největší kladná relativní cena), z báze ven jde v (nejmenší kladný podíl $\frac{x_i}{\tilde{a_{is}}}$).
Vedoucím prvkem pro Jordanovu eliminaci je tedy prvek na pozici $(2, 2)$ s hodnotou 9.

1	2	0	0	0	
1	1	1	0	0	12
$\frac{1}{9}$	**1**	0	$\frac{1}{9}$	0	8
1	0	0	0	1	9

$\frac{7}{9}$	0	0	-$\frac{2}{9}$	0	-16
$\frac{8}{9}$	0	1	-$\frac{1}{9}$	0	4
$\frac{1}{9}$	1	0	$\frac{1}{9}$	0	8
1	0	0	0	1	9

Do báze jde proměnná x (největší kladná relativní cena), z báze ven jde u (nejmenší kladný podíl $\frac{x_i}{\tilde{a_{is}}}$).
Vedoucím prvkem pro Jordanovu eliminaci je tedy prvek na pozici $(1, 1)$ s hodnotou $\frac{8}{9}$.

$\frac{7}{9}$	0	0	$-\frac{2}{9}$	0	-16
1	0	$\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{9}{2}$
$\frac{1}{9}$	1	0	$\frac{1}{9}$	0	8
1	0	0	0	1	9

0	0	$-\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	-19
1	0	$\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{9}{2}$
0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{15}{2}$
0	0	$-\frac{9}{8}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{9}{2}$

Všechny relativní ceny jsou záporné, máme tedy optimální PBR

$$x = \frac{9}{2}, \quad y = \frac{15}{2}, \quad u = 0, \quad v = 0, \quad w = \frac{9}{2}\,,$$

a tedy optimální řešení původní úlohy je

$$x = \frac{9}{2}, \quad y = \frac{15}{2}.$$