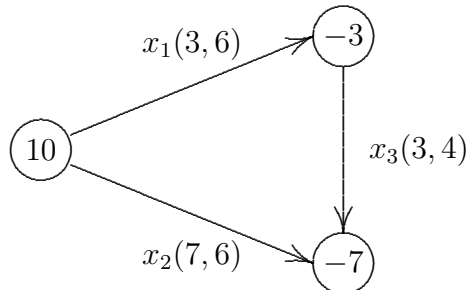


# Lineární programování 6

## Převod optimálního toku na lineární programování

Najděte optimální tok v síti:



**Řešení.** Úlohu přeformulujeme jako úlohu lineárního programování:

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 7x_2 + 3x_3 \\ & x_1 + x_2 = 10 \\ & -x_1 + x_3 = -3 \\ & -x_2 - x_3 = -7 \\ & x_1 \leq 6 \\ & x_2 \leq 6 \\ & x_3 \leq 4 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Převod do standardního tvaru (vypouštíme třetí rovnici, protože je lineární kombinací prvních dvou):

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 7x_2 + 3x_3 \\ & x_1 + x_2 = 10 \\ & x_1 - x_3 = 3 \\ & x_1 + y_1 = 6 \\ & x_2 + y_2 = 6 \\ & x_3 + y_3 = 4 \\ & x_i \geq 0, y_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Maticový zápis:

1	1	0	0	0	0	10
1	0	-1	0	0	0	3
1	0	0	1	0	0	6
0	1	0	0	1	0	6
0	0	1	0	0	1	4

Hledáme výchozí PBR; po několika úpravách dostaneme:

1	1	0	0	0	0	10
0	1	1	0	0	0	7
0	0	1	1	0	0	3
0	0	0	1	1	0	2
0	0	0	0	1	1	3

1	0	0	0	-1	0	4
0	1	0	0	1	0	6
0	0	1	0	-1	0	1
0	0	0	1	1	0	2
0	0	0	0	1	1	3

Máme výchozí PBR (bazické proměnné jsou  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_3$ ; pátý sloupec odpovídá nebazické proměnné  $y_2$ ), a můžeme začít optimalizovat:

-3	-7	-3	0	0	0	0
1	0	0	0	-1	0	4
0	1	0	0	1	0	6
0	0	1	0	-1	0	1
0	0	0	1	1	0	2
0	0	0	0	1	1	3

Anulujeme relativní ceny bazických proměnných:

0	0	0	0	1	0	57
1	0	0	0	-1	0	4
0	1	0	0	1	0	6
0	0	1	0	-1	0	1
0	0	0	1	1	0	2
0	0	0	0	1	1	3

Do báze jde  $y_2$ , z báze jde  $y_1$ :

0	0	0	-1	0	0	55
1	0	0	1	0	0	6
0	1	0	-1	0	0	4
0	0	1	1	0	0	3
0	0	0	1	1	0	2
0	0	0	-1	0	1	1

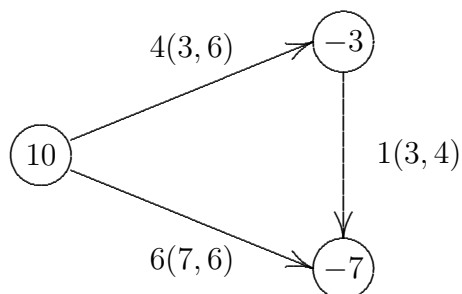
Dostáváme optimální řešení

$$x_1 = 6, x_2 = 4, x_3 = 3 \quad (y_1 = 0, y_2 = 2, y_3 = 1)$$

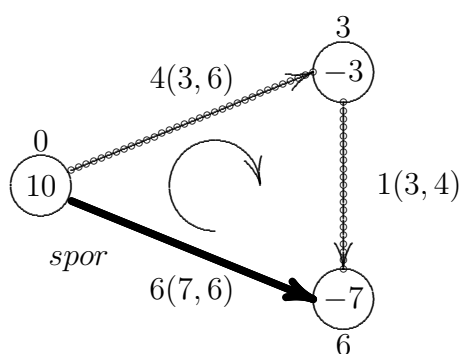
s cenou 55.

Úlohu můžeme také řešit přímo pomocí metody potenciálů.

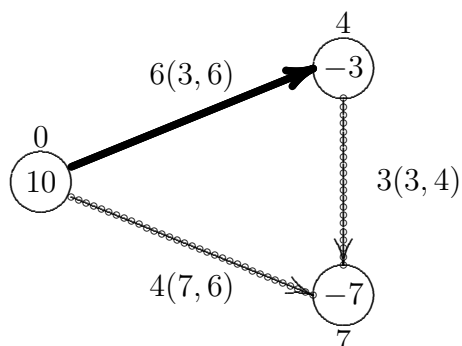
Výchozí tok  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$ ,  $x_3 = 1$  (shodný s naším výchozím PBR):



Opora, potenciály, spor, ZRP:



Po opravě po hranách ZRP:



Dostáváme tedy stejné optimální řešení jako při řešení jako úlohy LP.