

Optimální párování 2

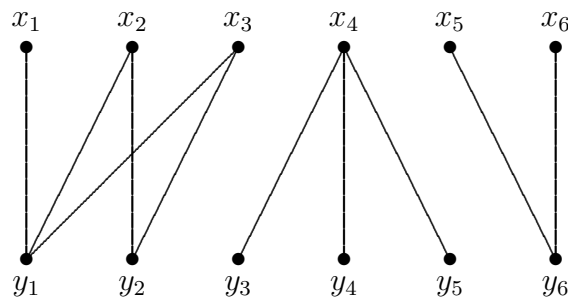
Najděte optimální párování v bigrafu matice:

$$W = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 6 & 6 & 4 & 3 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 4 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 & 6 & 6 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 4 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 & 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

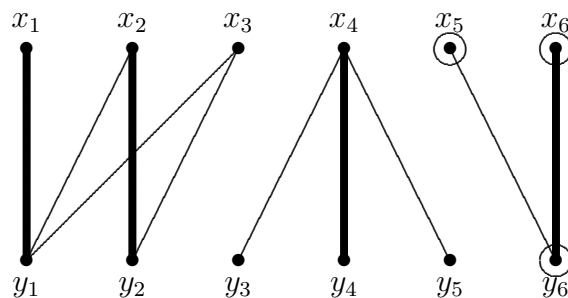
Řešení. Výchozí přípustné ohodnocení ℓ :

$\ell(x_i) \setminus \ell(y_j)$	0	0	0	0	0	0
5	5	3	4	3	1	2
6	6	6	4	3	5	2
5	5	5	4	3	4	3
6	3	5	6	6	6	4
6	4	3	2	4	3	6
6	4	3	4	2	4	6

Graf rovnosti G_ℓ :



Výchozí párování v G_ℓ , množiny S a T :



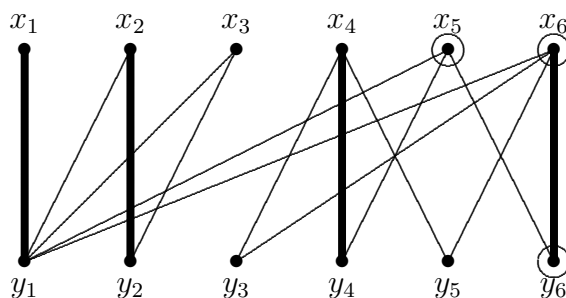
Oprava ohodnocení: $\alpha_\ell = \min\{\ell(x_i) + \ell(y_j) - w_{ij} \mid (x_i, y_j) \in H(G_\ell), x_i \in S, y_j \notin T\} = 2$.

Ohodnocení tedy zmenšíme o 2 na S a zvětšíme o 2 na T .

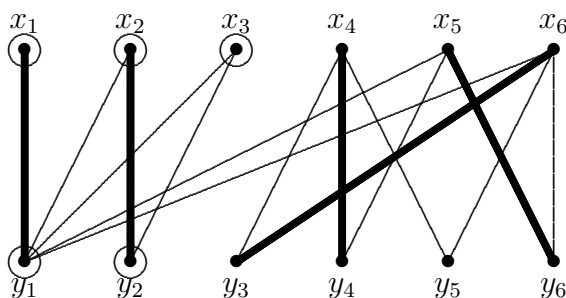
Opravené ohodnocení:

$\ell(x_i) \setminus \ell(y_j)$	0	0	0	0	0	2
5	5	3	4	3	1	2
6	6	6	4	3	5	2
5	5	5	4	3	4	3
6	3	5	6	6	6	4
4	4	3	2	4	3	6
4	4	3	4	2	4	6

Nový graf rovnosti s M , S a T :



Nalzáme rozširující cestu $x_5y_6x_6y_3$ a podél ní rozširujeme M ; pro nové párování maďarským algoritmem nalzáme $S \subset X$ a $T \subset Y$ takové, že $N(S) = T$ a $|N(S)| = |T| < |S|$:



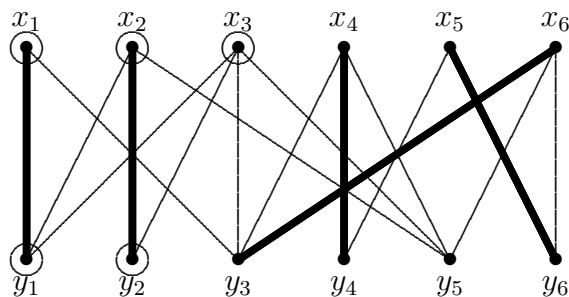
Oprava ohodnocení: $\alpha_\ell = \min\{\ell(x_i) + \ell(y_j) - w_{ij} \mid (x_i, y_j) \in H(G_\ell), x_i \in S, y_j \notin T\} = 1$.

Ohodnocení tedy zmenšíme o 1 na S a zvětšíme o 1 na T .

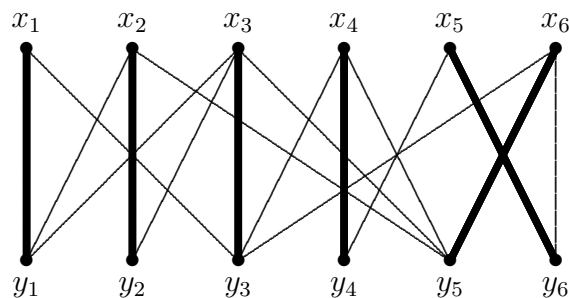
Nové ohodnocení:

$\ell(x_i) \setminus \ell(y_j)$	1	1	0	0	0	2
4	5	3	4	3	1	2
5	6	6	4	3	5	2
4	5	5	4	3	4	3
6	3	5	6	6	6	4
4	4	3	2	4	3	6
4	4	3	4	2	4	6

Graf rovnosti s M , S a T :



Nalzáme rozšiřující cestu $x_3y_3x_6y_5$ a podél ní rozšiřujeme M .



Jsme hotovi – perfektní párování v grafu rovnosti je optimálním párováním v původním bigrafu matice \mathbf{W} . Cena M je 31.