

1. Definujte pojem polynom a kořen polynomu. Formulujte základní větu algebry. Platnost této věty ukažte pro polynom druhého stupně.
2. Definujte pojem rozklad polynomu na kořenové činitele a rozklad polynomu na reálné kořenové činitele. Pokud číslo $\alpha = a - bi$ je kořenem polynomu $p(x)$, určete polynom druhého stupně, který bude dělit polynom $p(x)$ bez zbytku.
3. Definujte pojem vektor a vektorový prostor, uveďte příklady vektorových prostorů. Definujte pojem báze vektorového prostoru a najděte libovolnou bázi vektorového prostoru \mathbb{R}^3 .
4. Definujte pojem lineární závislost a lineární nezávislost vektorů. Najděte v prostoru \mathbb{R}^4 co nejvíce lineárně nezávislých vektorů.
5. Necht' jsou dány vektory $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (1, 1, 0)$ a $u_3 = (1, 0, 0)$. Najděte koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ tak, aby vektor $v = (1, 2, 3)$ byl lineární kombinací vektorů u_1, u_2, u_3 .
6. Definujte pojem skalární součin vektorů a pojem kolmé vektory. Najděte v prostoru \mathbb{R}^3 největší možný počet nezávislých kolmých vektorů.
7. Definujte pojem determinant matice a na příkladu ukažte vztah determinantu matice A a matice A^{-1} .
8. Definujte operaci násobení v prostoru matic, určete podmínky, kdy můžeme matice násobit a základní vlastnosti násobení. Najděte příklad matic, pro které platí $A \cdot B = B \cdot A$.
9. Definujte pojem determinant matice a ukažte možnosti využití determinantu pro řešení soustav lineárních rovnic (Cramerovo pravidlo). Pomocí tohoto pravidla vypočtete řešení soustavy rovnic

$$\begin{array}{rcl} ax + y & = & 3 \\ x - y & = & 2 \end{array}$$
10. Definujte pojem hodnost matice a pro vektory $v_1 = (1, 1, a)$, $v_2 = (1, a, 1)$ a $v_3 = (1, 1, 2)$ určete hodnost matice $A = (v_1, v_2, v_3)$ v závislosti na hodnotě parametru a .
11. Uveďte předpoklady a tvrzení Frobeniovy věty o řešitelnosti soustavy lineárních rovnic. Najděte příklady soustav, který mají různý počet řešení.
12. Vysvětlete princip Gaussovy eliminační metody. Pomocí této metody vypočtete řešení soustavy rovnic

$$\begin{array}{rcl} ax + y & = & 3 \\ x - y & = & 2 \end{array}$$
13. Definujte pojem inverzní matice a formulujte předpoklady pro využití inverzní matice pro řešení lineárních soustav. Pomocí inverzní matice vypočtete řešení soustavy rovnic

$$\begin{array}{rcl} ax + y & = & 3 \\ x - y & = & 2 \end{array}$$

14. Definujte pojem $\sup M$ a $\inf M$. Uveďte souvislost mezi omezeností množiny a existencí \sup , \inf , \max , \min . Uveďte příklad množiny, pro kterou $\sup M = \max M$ a $\inf M \neq \min M$.
15. Definujte pojmy: posloupnost, omezená posloupnost a konvergentní posloupnost. Uveďte vzájemné vztahy mezi těmito pojmy. Uveďte příklad posloupnosti, pro kterou platí $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = -2$ a $a_n > -10$.
16. Definujte pojmy: posloupnost, monotónní posloupnost a divergentní posloupnost. Uveďte vzájemné vztahy mezi těmito pojmy. Uveďte příklad posloupnosti, které je ostře rostoucí a omezená shora i zdola.
17. Definujte pojmy aritmetická a geometrická posloupnost a uveďte jejich základní vlastnosti. Sečtěte řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, pokud $a_n = 3^{-3n+4}$
18. Definujte pojem nekonečné řady a konvergence řad. Uveďte příklad konvergentní a divergentní řady. Sečtěte řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, pokud $a_n = (-1)^n$
19. Definujte pojem součet řady. Uveďte nutnou podmínku konvergence řad a na příkladu ukažte, že se nejedná o podmínku postačující. Sečtěte řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, pokud $a_n = \ln\left(\frac{n+2}{n+4}\right)$.
20. Definujte pojem reálná funkce reálné proměnné, sudá a lichá funkce. Načrtněte grafy funkcí $\arctg x$, $\operatorname{arccotg} x$, $\arctg |x|$ a $|\arctg x|$ a rozhodněte o sudosti, resp. lichosti.
21. Definujte pojem reálná funkce reálné proměnné, funkce omezená, lokální a globální maximum a minimum funkce. Najděte příklady funkcí s výše uvedenými vlastnostmi a načrtněte jejich grafy. Načrtněte grafy funkcí $\arcsin x$ a $\arccos x$.
22. Definujte pojem reálná funkce reálné proměnné, funkce monotónní a funkce inverzní. Najděte příklady takovýchto funkcí a načrtněte jejich grafy. Načrtněte grafy funkcí $f(x) = 2 - \sqrt{1-x}$ a $f^{-1}(x)$.
23. Definujte pojem vlastní limita funkce ve vlastním bodě. Najděte funkci, pro kterou platí, že $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$ a funkce není monotónní.
Definujte pojem vlastní limita funkce v nevlastním bodě. Najděte funkci, pro kterou platí, že $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ a funkce není omezená.
24. Definujte pojem nevlastní limita funkce ve vlastním bodě. Najděte funkci, pro kterou platí, že $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \infty$ a funkce není monotónní.
Definujte pojem nevlastní limita funkce v nevlastním bodě. Najděte funkci, pro kterou platí, že $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ a funkce není monotónní.
25. Definujte pojem limita funkce v bodě a zformulujte vztahy, které pro limity platí. Ukažte příklady, že pro nevlastní limity vztahy o součtech a násobcích limit neplatí.

26. Definujte pojem spojitost funkce v bodě a spojitost funkce v intervalu. Uveďte vztah mezi spojitostí funkce a omezeností funkce. Najděte funkci, která je definovaná v \mathbb{R} a není v \mathbb{R} spojitá.
27. Definujte pojem diferenční podíl a derivace funkce v bodě x_0 . Uveďte geometrický význam derivace a difference. Najděte funkci, která je spojitá a nemá derivaci v bodě $x_0 = -5$.
28. Definujte pojem derivace funkce na intervalu $\langle a, b \rangle$. Načrtněte graf funkce $f(x) = x^3 - 1$ a $f'(x)$.
29. Definujte pojem tečna ke grafu funkce $f(x)$, ukažte využití derivace funkce pro nalezení tečny. Najděte příklad funkcí, pro kterou tečna v bodě x_0 existuje a tečna v bodě x_0 neexistuje.
30. Formulujte předpoklady a tvrzení věty pro l'Hospitalovo pravidlo. Na základě tohoto pravidla spočtěte $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (1 - \sin x) \tan x$.
31. Formulujte předpoklady a tvrzení věty o Taylorově rozvoji. Za pomoci Taylorova rozvoje funkce $f(x) = \sqrt[3]{x}$ v bodě $x_0 = 8$ odhadněte hodnotu výrazu $\sqrt[3]{9}$.
32. Formulujte předpoklady a tvrzení věty o Taylorově rozvoji. Najděte Taylorův rozvoj funkcí $\sin x$ a $\cos x$ v okolí bodu $x_0 = 0$.
33. Definujte pojem lokální extrém funkce. Formulujte nutné a postačující podmínky existence lokálního extrému funkce. Ukažte příklad funkce, kdy $f'(x) = 0$ v bodě x_0 a přitom funkce nemá v bodě x_0 lokální extrém a dále příklad funkce, kdy $f'(x) \neq 0$ v bodě x_0 a přitom funkce má v bodě x_0 lokální extrém.
34. Definujte pojem stacionární bod funkce a na příkladech ukažte chování funkce v okolí různých stacionárních bodů.
35. Definujte pojem konvexní a konkávní funkce v bodě x_0 . Formulujte postup pro nalezení intervalů konvexity a konkávnosti funkce. Ukažte postup na příkladu funkce $f(x) = 3x - x^3$.
36. Definujte pojem konvexní a konkávní funkce na intervalu $\langle a, b \rangle$ a pojem inflexní bod. Uveďte nutnou a postačující podmínku pro existenci inflexního bodu.
37. Definujte pojem asymptota ke grafu funkce.
38. Definujte pojmy primitivní funkce a neurčitý integrál.
39. Definujte Newtonův určitý integrál a pojmy dolní a horní mez určitého integrálu.
40. Na příkladech vysvětlíte pojmy nevlastní integrál vinou meze a nevlastní integrál vinou funkce.