

Otázky ke zkoušce

1. Co to je posloupnost; co znamená, že posloupnost konverguje? Definujte a uveďte příklad divergentní posloupnosti.
 2. Kdy platí $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$? Platí podobné tvrzení pro součet, rozdíl a podíl dvou posloupností?
 3. Jaký je vztah mezi konvergentní a omezenou posloupností?
 4. Kdy konverguje monotónní posloupnost?
 5. Co to je suprémum a infimum množiny?
-
6. Co znamená, že číselná řada konverguje? Jaká je nutná podmínka konvergence číselné řady?
 7. Co to je geometrická řada a kdy konverguje? Co to je harmonická řada?
 8. Co to je spojitá funkce? Uveďte typy nespojitosti funkce.
 9. Co to je lokální a globální extrém funkce, co platí pro derivaci v tomto bodě?
 10. Co platí pro derivaci složené a inverzní funkce a kdy existuje?
-
11. Jaký je vztah mezi monotónií funkce na intervalu I a znaménkem derivace této funkce na I ? Jaký je vztah derivace a spojitosti funkce v daném bodě?
 12. Za jakých předpokladů nabývá funkce nulové hodnoty, maxima, minima na intervalu I ?
 13. Co to je limita funkce v bodě, kdy existuje limita složené funkce?
 14. Co to je konvexní funkce v bodě, na intervalu? Co to je inflexní bod a asymptota grafu funkce?
 15. Definujte pojmy omezená, sudá, periodická funkce. Co to je inverzní funkce a kdy existuje?
-
16. Jaké znáte věty o střední hodnotě? Co to je l'Hospitalovo pravidlo?
 17. Co to je Taylorova formule, Taylorův polynom, zbytek Taylorova rozvoje?
 18. Co to je neurčitý integrál, co to je integrace per partes?
 19. Kdy můžeme použít při integrování substituci? Co to je rozklad na parciální zlomky?
 20. Co to je Newtonův určitý integrál? Co to je nevlastní Newtonův integrál?
-

Příklad zkouškové písemky

1. Je dána posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$, kde $a_n = \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$.
- Vypočtěte prvních pět členů dané posloupnosti a rozhodněte o její omezenosti a monotónnosti.
 - Stanovte $\sup\{a_n\}$, $\inf\{a_n\}$. Posud'te konvergenci posloupnosti $\{(-1)^n a_n\}$.
 - Rozhodněte o konvergenci řady $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n}$ a stanovte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{3^n}$.

[5 bodů]

2. Je dána funkce $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = 1 - |x^2 - 2|$.
- Určete $D(f)$ a $D(f')$ a $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} f'(x)$ v případných bodech nespojitosti.
 - Určete intervaly monotonie funkce f a určete maximální omezený interval I , na kterém je funkce f rostoucí a definujte restrikcí $f_r = f/I$.
 - Stanovte inverzní funkci f_r^{-1} a nakreslete grafy funkcí f , f_r , f_r^{-1} .

[5 bodů]

3. Je dána funkce $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

- Stanovte D a určete nulové body, stacionární body a inflexní body funkce f .
- Stanovte intervaly monotonie, konvexity a konkávy funkce f .
- Stanovte tečny v inflexních bodech a asymptoty.
- Určete lokální a globální extrémy funkce f .
- Nakreslete graf dané funkce.

[5 bodů]

4. Je dána funkce $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = \frac{x^3-2x^2+12x-15}{x^3-2x^2+5x}$.

- Určete D , typ bodů nespojitosti a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.
- Rozložte funkci f na součet parciálních zlomků.
- Stanovte primitivní funkci k funkci f a vypočtěte $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

[5 bodů]