

B Zkouška z MA 1 (1.část) 14.1.2004

Jméno a příjmení: Hodnocení:
Kroužek: Cvičící:

S1.22 (4b) Je dána posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$, kde $a_n = \sqrt{n+4} - \sqrt{n+3}$.

- a) Vypočtete prvních pět členů dané posloupnosti a rozhodněte o její omezenosti a monotónnosti.
- b) Stanovte $\sup\{a_n\}$, $\inf\{a_n\}$, $\overline{\lim} a_n$, $\underline{\lim} a_n$ a $\lim a_n$.
- c) Rozhodněte o konvergenci řady $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$.

S2.22 (4b) Je dána funkce $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{|x|+2}}$.

- a) Vypočtete f' .
- b) Určete maximální definiční obory $D(f)$, $D(f')$ a limity v krajních bodech $D(f)$, $D(f')$.
- c) Určete typ bodů nespojitosti f , f' .
- d) Načrtněte graf funkce f .

S3.22 (4b) Je dána funkce $f(x) = \ln^2 e^{x^2}$, $x > -1$ a bod $x_0 = 0$.

- a) Stanovte $df(x_0, h)$, $d^2f(x_0, h)$, $d^3f(x_0, h)$, \dots .
- b) Napište Taylorovu formuli funkce f v bodě x_0 pro $n = 3$.
- c) Odhadněte rozdíl $f(x) - T_3(x)$ pro $|x| \leq \frac{1}{2}$.

S5.20 (4b) Vypočtete

- a) $\int_0^{\pi} (1-x^2) \sin x \, dx$,
- b) $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^2} \, dx$.

Jméno a příjmení: Hodnocení:
Kroužek: Cvičení:

V2.14 (3b) Je dána posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$.

V_1 : Řada $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverguje.

V_2 : $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$.

Který z následujících výroků je pravdivý?

a) $V_1 \Rightarrow V_2$; b) $V_2 \Rightarrow V_1$; c) $V_1 \Leftrightarrow V_2$.

Případnou pravdivost implikace dokažte. Eventuální nepravdivost implikace ilustруйте na příkladu.

V3.16 (3b) Nechť $a < c < b$.

V_1 : Funkce f je Newtonovsky integrovatelná na (a, b) .

V_2 : Funkce f je Newtonovsky integrovatelná na (a, c) a na (c, b) .

Který z následujících výroků je pravdivý?

a) $V_1 \Rightarrow V_2$; b) $V_2 \Rightarrow V_1$; c) $V_1 \Leftrightarrow V_2$.

Případnou pravdivost implikace dokažte. Eventuální nepravdivost implikace ilustруйте na příkladu.

V4.20 (3b)

V_1 : Funkce f, g jsou diferencovatelné v (a, b) .

V_2 : Funkce $f - g$ je diferencovatelná v (a, b) .

Který z následujících výroků je pravdivý?

a) $V_1 \Rightarrow V_2$; b) $V_2 \Rightarrow V_1$; c) $V_1 \Leftrightarrow V_2$.

Případnou pravdivost implikace dokažte. Eventuální nepravdivost implikace ilustруйте na příkladu.