

## 1. písemná práce z M3E

1. (4b) Nalezněte a graficky znázorněte definiční obor  $D$  funkce  $f = f(x, y)$ , kde
  - a)  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2+y^2-4}}{y}$ ,
  - b)  $f(x, y) = \arcsin \frac{y}{x}$ .
  
2. (4b) Je dána funkce  $f$  předpisem  $f(x, y, z) = \frac{y^2+z^2}{x}$ , body  $\mathbf{x}_0 = [1, 0, 0]$ ,  $\mathbf{x}_1 = [1, 1, 1]$  a vektor  $\vec{v} = (1, 2, 2)$ . Určete
  - a)  $\frac{\delta f}{\delta x}(\mathbf{x}_0)$ ,  $\frac{\delta f}{\delta z}(\mathbf{x}_0)$ ,
  - b) gradient funkce  $f$  v bodě  $\mathbf{x}_0$ ,
  - c) gradient funkce  $f$  v bodě  $\mathbf{x}_1$  ve směru vektoru  $\vec{v}$ ,
  - d) zda funkce  $f$  v bodě  $\mathbf{x}_1$  ve směru vektoru  $\vec{v}$  roste nebo klesá.
  
3. (4b) Je dána funkce  $f$  předpisem  $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$ .
  - a) Stanovte stacionární body funkce  $f$ .
  - b) Podle Hessovy matice rozhodněte, ve kterých stacionárních bodech nastává extrém a jaký.
  
4. (4b) Vypočítejte integrál  $\iint_{\Omega} [y + e^x] dx dy$ ,  
kde  $\Omega$  je trojúhelník s vrcholy  $A[0, 0]$ ,  $B[4, 0]$ ,  $C[2, 2]$ .
  
5. (4b) Vypočítejte integrál  $\iiint_{\Omega} \sqrt{z} dx dy dz$ ,  
kde  $\Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1; y \geq 0\}$ .