Písemná práce z MA3

1. Ověřte platnost Greenovy věty při výpočtu integrálu
$$\oint_{\mathcal{K}^+} xy + y^2 \, dx + x^2 \, dy \,,$$
kde $\mathcal{K}$ je uzavřená křivka určená grafy funkcí $y = x$ a $y = x^2$.

2. Ověřte platnost Gaussovy věty při výpočtu integrálu
$$\iint_{S^+} \left(xz, yz, (x^2 + y^2)z\right) \, d\vec{S} \,,$$
kde $S$ je povrch tělesa $V$ určeného nerovnostmi $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$.

3. Transformace $\Phi : \vec{q} \to \vec{r}$ je dána rovnicemi $\begin{array}{rcl} r^1 & = & 1q^1 - 2q^2 \\ r^2 & = & (q^2)^2 \end{array}$ .

   Určete Jacobiovy matice transformací $\Phi$ a inverzní $\Phi^{-1}$.

   V bodě $A = [q_0^1, q_0^2] = [1, 1]$ vypočítejte křivočarou (kontravariantní) bázi $\vec{\hat{e}}_1, \vec{\hat{e}}_2$. Vektory $\vec{\hat{e}}_1, \vec{\hat{e}}_2$ nakreslete s počátečním bodem $B = \Phi(A)$. V bodě $B$ vypočítejte sdruženou (kovariantní) bázi $\vec{\hat{e}}^1, \vec{\hat{e}}^2$. Vektory $\vec{\hat{e}}^1, \vec{\hat{e}}^2$ nakreslete s počátečním bodem $B$ a ověřte platnost vztahu $\vec{\hat{e}}_i \, \vec{\hat{e}}^j = \delta_i^j$.

1. Uveďte alespoň tři operátory skalárních a vektorových polí, popište jejich geometrický nebo fyzikální význam.
2. Zformulujte a dokažte Stokesovu větu.
3. Nadefinujte tenzor druhého řádu a uveďte jeho příklady.