

### Příklad první semestrální písemky

1. Rozhodněte (a zdůvodněte) o omezenosti a monotónnosti posloupnosti  $(a_n)$ , kde

$$a_n = (-1)^{n-1} \left( 3 - \frac{2}{n+1} \right). \quad [2 \text{ body}]$$

2. Stanovte (a zdůvodněte)  $\sup(a_n)$ ,  $\inf(a_n)$ ,  $\max(a_n)$ ,  $\min(a_n)$  posloupnosti  $(a_n)$ , kde

$$a_n = \frac{2^{n+1}}{n \cdot 3^n}. \quad [2 \text{ body}]$$

3. Spočítejte limity posloupností  $(a_n)$ , když  $a_n = \frac{5n^2 + 3}{-n^2 + 2}$  a  $a_n = \sqrt{2n+2} - \sqrt{2n}$ . [2 body]

4. Spočítejte limity posloupností  $(a_n)$ , když  $a_n = \left(\frac{n+3}{n}\right)^{2n}$  a  $a_n = \frac{n}{n^2+1} \sin^2 \frac{n\pi}{4}$ . [2 body]

5. Rozhodněte o konvergenci řad  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  a pokud existuje, tak spočítejte jejich součet, jestliže  $a_n = \frac{5^n}{6^n}$  a  $a_n = (-2)^n$ . [2 body]

### Příklad druhé semestrální písemky

1. Najděte definiční obor, rozhodněte o sudosti, lichosti, omezenosti funkce  $f$ , jestliže

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2} \quad \text{nebo} \quad f(x) = \arctan 1 + x^2. \quad [2 \text{ body}]$$

2. Spočítejte následující limity  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x}$ , popř.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctg x \cdot x}{x+4}$ . [3 body]

3. Stanovte body a druh nespojitosti funkcí  $f(x) = \text{sign } x$ ,  $f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$   
nebo  $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 5x + 6}$ . [2 body]

4. Určete intervaly funkce  $f$ , na kterých existuje inverzní funkce  $f^{-1}$ . Stanovte funkci  $f^{-1}$  a nakreslete grafy funkcí  $f$ ,  $f^{-1}$ , jestliže  $f(x) = \cosh(x-1)$  nebo  $f(x) = \text{arctg} \frac{1}{|x|}$ . [3 body]

### Příklad třetí semestrální písemky

1. Spočítejte derivace následujících funkcí  $f(x) = 3^{-4x}$ ,  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ,  $f(x) = \arcsin \sqrt[3]{1-x^2}$ ,  
 $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ . [4 body]

2. Stanovte definiční obor, nulové body, intervaly monotónnosti, stacionární body, extrémy, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body, inflexní tečny, asymptoty a pečlivě nakreslete graf funkce  $f$ , jestliže  $f(x) = xe^{-x}$ ,  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$ . [8 bodů]

3. Je dána funkce  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem  $f(x) = \arcsin x + |x|^3$  nebo  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ ,  $x \neq -1$ ,  $f(x) = e^{-x} + |x|^5$  a bod  $x_0 = 0$ . Napište Taylorovu formuli funkce  $f$  v bodě  $x_0$  pro  $n = 2$ . Odhadněte rozdíl  $f(x) - T_2(x)$  pro  $|x| < 1$ . [4 body]

4. Je dána funkce  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  předpisem  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4x + 3}{x^2 - 5x + 6}$ .  
Určete  $D$  a  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ . Rozložte funkci  $f$  na parciální zlomky. Stanovte primitivní funkci k funkci  $f$  a vypočtete  $\int_1^3 f(x) dx$ . [4 body]