

Příklady k první semestrální písemce z M1E

- Napište vektor pravých stran \mathbf{b} , **matici** soustavy \mathbf{A} a rozšířenou matici následující soustavy. [1 bod]
 - Pomocí Gaussovy eliminační metody najděte vektor **řešení** \mathbf{x} dané soustavy. [3 body]
 - Určete inverzní matici \mathbf{A}^{-1} k matici \mathbf{A} a spočítejte $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$. [3 body]
 - Vypočítejte determinanty $|\mathbf{A}|$, $|\mathbf{A}^{-1}|$. [1 bod]
 - $$\begin{aligned} 1x + 3y + 1z &= 5 \\ 2x + 1y + 1z &= 2 \\ 1x + 1y + 5z &= -7 \end{aligned}$$
- Popište vzájemnou **polohu** přímek p_1, p_2 , popřípadě najděte jejich **průsečík**.

$$\begin{aligned} p_1: x &= 1 + 3t & p_2: x &= 2 - 2s \\ y &= -1 + 2t & y &= -3 + 2s \\ z &= t & z &= 1 - s \end{aligned}$$
 [3 body]
- Najděte **kořeny polynomu** $p(x) = x^2 - 4x + 3$ a určete **definiční obor** funkce $f(x) = \sqrt{p(x)}$. [2 body]
- Je dána **rovina** $\rho: x - 2y + 2z = 5$ a **přímka** p určená dvěma body $A = [0, 1, -1]$, $B = [1, 2, 0]$. Určete souřadnice **průsečíku** přímky p s rovinou ρ . [2 body]

Příklady k druhé semestrální písemce z M1E

- Rozhodněte (a zdůvodněte) o omezenosti a monotónnosti posloupnosti (a_n) , kde

$$a_n = (-1)^{n-1} \left(3 - \frac{2}{n+1} \right) \quad \text{nebo} \quad a_n = (-1)^{n-1} \frac{n^2 + 1}{3^n}.$$
 [2 body]
- Stanovte (a zdůvodněte) $\sup(a_n)$, $\inf(a_n)$, $\max(a_n)$, $\min(a_n)$ posloupnosti (a_n) , kde

$$a_n = \frac{2^{n+1}}{n \cdot 3^n} \quad \text{nebo} \quad a_n = \frac{5n^2 + 3}{-n^2 + 2}.$$
 [2 body]
- Spočítejte limitu posloupnosti (a_n) , jestliže

$$a_n = \sqrt{2n+2} - \sqrt{2n} \quad \text{nebo} \quad a_n = \left(\frac{n+3}{n} \right)^{2n} \quad \text{nebo} \quad a_n = \frac{n}{n^2+1} \sin^2 \frac{n\pi}{4}.$$
 [1 bod]
- Rozhodněte o konvergenci řad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a pokud existuje, tak spočítejte jejich součet, jestliže

$$a_n = \frac{5^n}{6^n} \quad \text{nebo} \quad a_n = (-2)^n.$$
 [2 body]
- Najděte definiční obor, rozhodněte o sudosti, lichosti, omezenosti funkce f , jestliže

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2} \quad \text{nebo} \quad f(x) = x \ln(1+|x|).$$
 [2 body]
- Spočítejte limity $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{3x}$ nebo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arctg} x \cdot x}{x+4}$. [2 body]
- Stanovte body a druh nespojitosti funkce

$$f(x) = \operatorname{sign} x \quad \text{nebo} \quad f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1} \quad \text{nebo} \quad f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 5x + 6}.$$
 [2 body]
- Spočítejte derivace funkcí

$$f(x) = 3^{-4x}, \quad f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \text{nebo} \quad f(x) = \arcsin \sqrt[3]{1 - x^2}, \quad f(x) = \frac{2x}{1 + x^2}.$$
 [2 body]

Příklady k třetí semestrální písemce z M1E

1. Je dána funkce $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = 2 + |1 - x^2|$.

a) Určete $D(f)$ a $D(f')$ a $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} f'(x)$ v případných bodech nespojitosti.

b) Určete intervaly monotonie funkce f a určete maximální omezený interval I , na kterém je funkce f rostoucí a definujte restrikti $f_r = f/I$.

c) Stanovte inverzní funkci f_r^{-1} a nakreslete grafy funkcí f , f_r , f_r^{-1} . [3 body]

2. Stanovte definiční obor, nulové body, intervaly monotónnosti, stacionární body, extrémy, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body, inflexní tečny, asymptoty a pečlivě nakreslete graf funkce f , jestliže $f(x) = xe^{-x}$ nebo $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$. [6 bodů]

3. Je dána funkce $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = \arcsin x + |x|^3$ nebo $f(x) = \frac{1}{1+x}$, $x \neq -1$ nebo $f(x) = e^{-x} + |x|^5$ a bod $x_0 = 0$. Napište Taylorovu formuli funkce f v bodě x_0 pro $n = 2$. Odhadněte rozdíl $f(x) - T_2(x)$ pro $|x| < 1$. [3 body]

4. Je dána funkce $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4x + 3}{x^2 - 5x + 6}$.

Určete definiční obor D a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$. Rozložte funkci f na parciální zlomky. Stanovte primitivní funkci

k funkci f a vypočtete $\int_1^3 f(x) dx$. [3 body]