

- (1) a) Najděte a načrtněte posloupnost $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$, která je ostře rostoucí a omezená. [2 body]

nebo

Najděte průsečíky roviny $x + 2y - 2z + 4 = 0$ s osami x, y, z . Načrtněte obrázek. [2 body]

nebo

Vyřešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ 2x + y = 0. \end{cases}$ [2 body]

nebo

Vypočítejte determinant $\det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ [1 bod]

a

Vypočítejte součin $A^T A$, je-li $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. [1 bod]

nebo

Najděte inverzní matici k matici $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Proveďte zkoušku. [2 body]

- b) Načrtněte graf liché funkce $f(x)$, která je rostoucí pro $x \geq 0$. [2 body]

nebo

Nakreslete pečlivě (tj. aby byl zřejmý definiční obor, obor hodnot, zakresleny důležité průsečíky) grafy funkcí

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = e^{-x+1}.$$

[2 body]

nebo

Vypočtěte limitu funkce:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x^4 - 3x}{-2x^4 + 2}}.$$

[2 body]

nebo

Určete body nespojitosti funkce $f(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{x^2 + 7x + 10}$ a jejich typ. [2 body]

- c) Vypočítejte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{\ln(2x+3)}{(2x^3+4)^2}.$$

[2 body]

- d) Vypočtěte

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x + \pi) dx.$$

[2 body]

- (2) Pro posloupnost $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

(a) Načrtněte graf.

(b) Zjistěte, jestli je posloupnost monotónní.

(c) Vypočítejte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(d) Určete maximum, minimum, supremum a infimum posloupnosti.

(e) Rozhodněte o omezenosti posloupnosti.

[4 body]

nebo

Pro matici $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & -5 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

- (a) určete součin $A^T \cdot A$,
- (b) vypočítejte determinant,
- (c) nalezněte inverzní matici, proveďte zkoušku,
- (d) vyřešte soustavu $Ax = b$, kde $b = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$. Proveďte zkoušku.

[4 body]

nebo

Přímka p prochází body $[-1, 3]$ a $[1, 2]$.

- (a) Načrtněte přímku a najděte její obecnou a parametrickou rovnici.
- (b) Určete úhel, který přímka p svírá s osou x a osou y .
- (c) Uveďte příklad přímky, která je s p rovnoběžná.
- (d) Určete vzdálenost počátku $[0, 0]$ od přímky p .

[4 body]

(3) Pro funkci $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 1}$ určete

- (a) definiční obor,
- (b) intervaly monotonie, intervaly konvexnosti a konkávnosti,
- (c) limity v krajních bodech definičního oboru,
- (d) lokální extrémy, obor hodnot,
- (e) případné rovnice asymptot v nevlastních bodech,
- (f) počet řešení rovnice $f(x) = 0$,
- (g) načrtněte průběh grafu funkce, včetně funkčních hodnot významných bodů.

[4 body]

nebo

Pro funkci $f(x) = \frac{-4}{7+x}$ určete

- (a) Taylorův polynom druhého stupně v bodě $x_0 = -2$ a rovnici tečny v bodě $x_1 = 2$,
- (b) inverzní funkci $g(x) = f^{-1}(x)$,
- (c) načrtněte graf obsahující funkce $f(x)$, $g(x)$ a danou tečnu.

[4 body]

(4) Je dána funkce $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $f(x) = \frac{2}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

- a) Určete D , typ bodů nespojitosti a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.
- b) Rozložte funkci f na parciální zlomky a načrtněte graf funkce f .
- c) Stanovte primitivní funkci k funkci f a vypočítejte $\int_0^2 f(x) dx$.

[4 body]

nebo

Vypočtete

a) $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{dx}{(\sqrt{4-x^2})^3},$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx .$

[4 body]