2. ZÁKLADY TEORIE PŘENOSU ČÍSLICOVÝCH SIGNÁLŮ

2.1. Spektra stejnosměrných číslicových signálů

Stejnosměrné signály, používané v telegrafní technice a při přenosu dat, mají (za ideálních podmínek) tvar pravoúhlých impulsů stejnosměrného proudu.

Pokud je stejnosměrný číslicový signál periodický, lze jeho časový průběh matematicky vyjádřit ve formě součtu nekonečné řady harmonických kmitů, jejichž kmitočty jsou celistvými násobky opakovacího kmitočtu daného signálu.

Spektrum periodického číslicového signálu pravoúhlého průběhu lze vyčíslit pomocí Fourierovy řady. Označme délku proudového impulsu a (obr. 2.1.) a délku mezery mezi impulsy (n - 1)a, pak perioda T opakování signálu bude

$$T = n.a \qquad (2.1)$$

Signály pro n = 2 a n = 7 jsou znázorněny na obr. 2.1.a) a c). Jsou to v podstatě signály $t_Z:t_A = 1:1$ a $t_Z:t_A = 1:6$, jež jsou v telegrafní technice velmi často používány pro seřizování a měření přenosových kanálů.

Amplitudy jednotlivých harmonických kmitů jsou

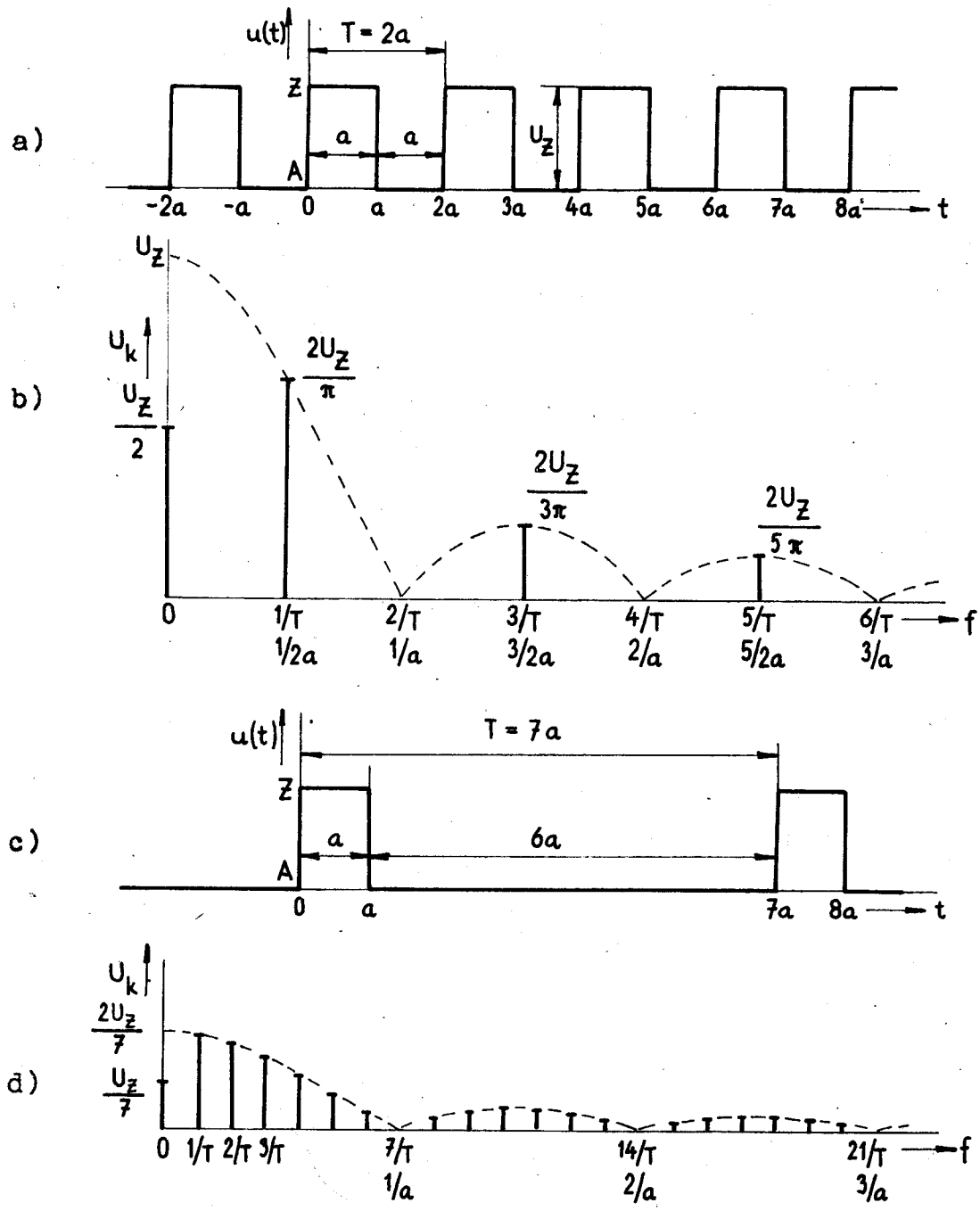
$$U_k = \frac{2U_Z}{n} \left| \frac{\sin \frac{\pi k}{n}}{\frac{\pi k}{n}} \right| \qquad (2.2)$$

Stejnosměrná složka je rovna

$$U_0 = \frac{U_Z}{n} \qquad (2.3)$$

při čemž U_Z je amplituda stejnosměrného signálu (ve stavu Z)

a k je pořadové číslo harmonických kmitů (k = 1, 2, 3, ...). Vypočtená spektra číslicových signálů pro n = 2 a n = 7 jsou zobrazena na obr. 2.1.b) a d).



Obr. 2.1. Spektrum stejnosměrných periodických číslicových signálů:
a) telegrafní signál 1:1, b) jeho spektrum,
c) telegrafní signál 1:6, d) jeho spektrum.

Signál, znázorněný na obr. 2.1.a) lze tedy vyjádřit Fourierovou řadou

$$u(t) = \frac{U_Z}{2} + \frac{2U_Z}{\pi}\left(\sin\frac{\pi}{a}t + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{a}t + \frac{1}{5}\sin\frac{5\pi}{a}t + \cdots\right) \qquad (2.4)$$

Z rozboru uvedených speciálních případů a obecného vztahu (2.2) vyplývají následující zákonitosti pro spektra posloupnosti pravoúhlých impulsů stejnosměrného proudu typu "1:(n-1)":

1. Amplituda spektrálních složek klesá podle funkce

$$y = \left|\frac{\sin x}{x}\right| \qquad (2.5)$$

Tato funkce je znázorněna čárkovaně na obr. 2.1.b) a d).

2. Spektrální složky s kmitočty 1/a, 2/a, 3/a atd. mají nulovou amplitudu.

3. V základní části spektra v oblasti kmitočtů od 0 do 1/a se nachází n-1 harmonických kmitů, vzdálených od sebe o 1/T.

4. Stejnosměrná složka (složka s nulovým kmitočtem) je rovna $U_0 = U_Z/n$.

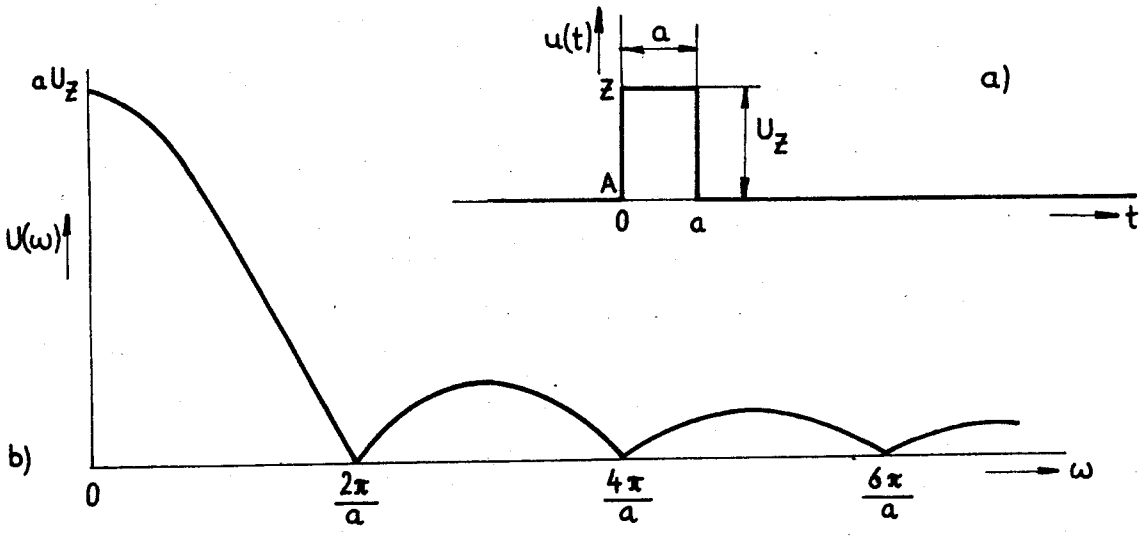
5. Amplituda harmonických složek s kmitočty blízkými nule konverguje k hodnotě $2U_0$.

Spektrum neperiodického stejnosměrného číslicového signálu typu osamoceného pravoúhlého impulsu lze odvodit z obr. 2.1.c) a 2.1.d) za předpokladu, že perioda opakování T se bude zvětšovat nade všechny meze. Spektrum osamoceného pravoúhlého impulsu bude mít stejný tvar jako spetrum na obr. 2.1.d), protože však $T \to \infty$ a tedy i $n \to \infty$, bude v intervalu od 0 do kmitočtu 1/a nekonečné množství harmonických kmitů. Původní čarové spektrum periodického signálu se u neperiodického signálu stává spektrem spojitým.

Spektrum neperiodického číslicového signálu lze určit pomocí Fourierova integrálu. Amplitudové spektrum osamoceného pravoúhlého impulsu (obr. 2.2a) má tvar

$$U(\omega) = U_Z a \left|\frac{\sin\frac{\omega a}{2}}{\frac{\omega a}{2}}\right| \qquad (2.6)$$

při čemž U(ω) je amplitudová spektrální funkce a ω je úhlový kmitočet. Toto spektrum je znázorněno na obr. 2.2.b).



Obr. 2.2. Spektrum osamoceného stejnosměrného impulsu: a) časový průběh signálu, b) jeho spektrum.

Signál, znázorněný na obr. 2.2. lze vyjádřit Fourierovým integrálem

$$u(t) = \frac{U_Z}{\pi}\left[\int_0^\infty \frac{\sin\ \omega t}{\omega}\,d\omega - \int_0^\infty \frac{\sin\ \omega(t-a)}{\omega}\,d\omega\right] \qquad (2.7)$$

kde

$$\omega = 2\pi f \qquad (2.8)$$

Pro spektrum osamoceného impulsu platí tyto zákonitosti:

1. Podstatná část energie je soustředěna v blízkosti nulového kmitočtu, s rostoucím kmitočtem amplitudová spektrální funkce klesá.

2. Spektrum je nekonečně široké, pro praktické účely je však možné zanedbat vysoké kmitočty, obsahující jen nepatrnou část energie.

3. Nejvýznamnější část energie je rozložena v kmitočtovém pásmu od 0 do f = 1/a.

4. Tvar spektra osamoceného impulsu se shoduje s obálkou spektra periodicky se opakujících impulsů téže délky.

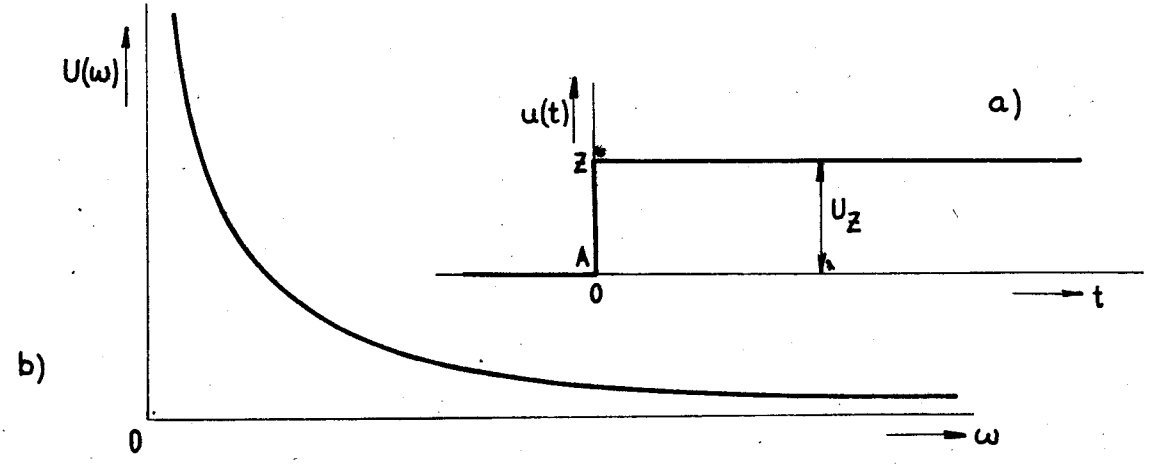
V teoretických rozborech přenosu číslicových signálů hraje důležitou roli také napěťový (proudový) skok (tj. změna charakteristického stavu signálu)

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 0 \\ U_Z & \text{pro } t > 0 \end{cases} \qquad (2.9)$$

Pomocí Fourierova integrálu lze odvodit amplitudové spektrum skoku o amplitudě U_Z (obr. 2.3.a)

$$U(\omega) = \frac{U_Z}{\omega} \qquad (2.10)$$

Toto spektrum je znázorněno na obr. 2.3.b).



Obr. 2.3. Spektrum skoku stejnosměrného napětí (proudu): a) časový průběh, b) jeho spektrum.

Signál, znázorněný na obr. 2.3. lze vyjádřit Fourierovým integrálem

$$u(t) = U_Z \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \omega t}{\omega} \, d\omega \right) \qquad (2.11)$$