6. Amplitudové modulace

6.1 Amplitudová modulace AM

Základním typem analogových amplitudových modulací je amplitudová modulace s oběma postranními pásmy a nepotlačenou (plnou) nosnou vlnou, označovaná zkratkou AM. Její podstatu ukazuje obr. 6.2. Na obr. 6.2a je zobrazeno harmonické modulační napětí $u_m(t)$ o amplitudě U_m a o úhlové frekvenci ω_m, resp. frekvenci $f_m = \omega_m/2\pi$, tedy

$$u_m(t) = U_c \cos(\omega_m t) = U_m \cos(2\pi f_m t) \qquad (6.1)$$

Na obr. 6.2b je znázorněna dále harmonická vysokofrekvenční nosná vlna $u_c(t)$, která má amplitudu U_c a úhlovou frekvenci ω_c, resp. frekvenci $f_c = \omega_c/2\pi$, tedy

$$u_c(t) = U_c \cos(\omega_c t) = U_c \cos(2\pi f_c t), \qquad (6.2)$$

přičemž je splněna podmínka $f_c \gg f_m$.
Při realizaci amplitudové modulace se amplituda nosné vlny mění v rytmu modulačního napětí kolem své střední hodnoty U_c, přičemž amplituda těchto změn se rovná amplitudě modulačního napětí U_m a frekvence změn je rovna frekvenci modulačního napětí $f_m = \omega_m/2\pi$. Obálka modulované nosné vlny je $[U_c + U_m \cos(\omega_m t)]$, tedy v okamžicích kdy $\cos(\omega_c t) = 1$ dosahuje maxima $U_{\max} = U_c + U_m$ a v okamžicích, kdy $\cos(\omega_c t) = -1$ potom minima $U_{\min} = U_c - U_m$. Její okamžitá hodnota

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = [U_c + U_m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t) = U_c \cos(\omega_c t) + U_m \cos(\omega_m t)\cos(\omega_c t) \qquad (6.3)$$

Časový průběh této modulované nosné vlny je znázorněn na obr. 6.2c. Použitím elementárního trigonometrického vzorce $\cos\alpha \cos\beta = 1/2[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ lze poslední vztah vyjádřit ve tvaru

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = U_c \cos(\omega_c t) + \frac{U_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t + \frac{U_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t \qquad (6.4)$$

Z předchozí relace vyplývá, že vf sinusová nosná vlna, modulovaná sinusovým modulačním signálem, obsahuje ve vf pásmu tři složky s odlišnými frekvencemi:

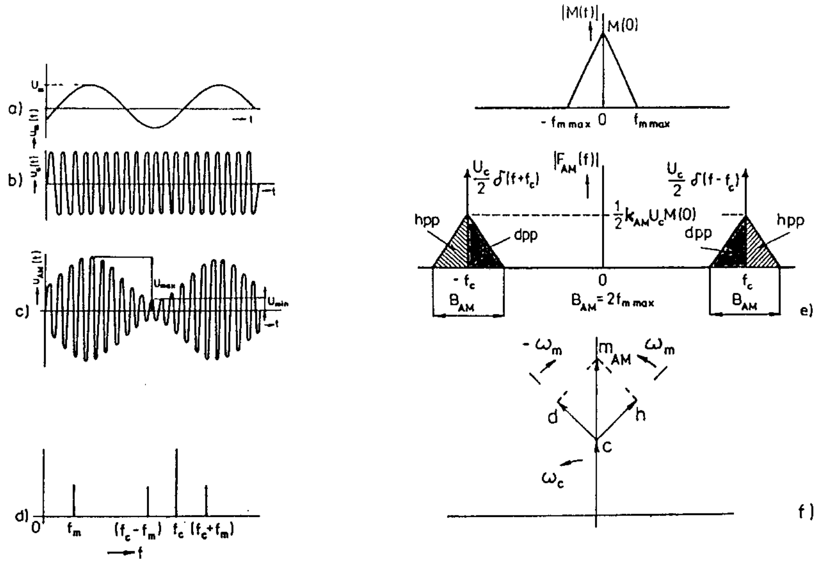
- vlastní nemodulovanou *nosnou vlnu* o frekvenci $f_c = \omega_c/2\pi$;

- *horní postranní složku* o frekvenci $f_c + f_m = (\omega_c + \omega_m)/2\pi$;
- *dolní postranní složku* o frekvenci $f_c - f_m = (\omega_c - \omega_m)/2\pi$.

Spektrum vf signálu, skládající se z uvedených tří složek, je znázorněno na obr. 6.2d. Samotný modulační signál o frekvenci f_m v něm zřejmě přítomen není.

Vztah (6.3) pro vf signál s amplitudovou modulací prováděnou jediným harmonickým modulačním signálem, lze přepsat do tvaru

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = U_c\left[1 + \frac{U_m}{U_c}\cos(\omega_m t)\right]\cos\omega_c t = U_c[1 + m\cos(\omega_m t)]\cos(\omega_c t) \qquad (6.5)$$



Obr. 6.2 *Modulace AM:* **a)** *harmonické modulační napětí,* **b)** *harmonická nosná vlna* **c)** *znázornění signálu AM v časové oblasti,* **d)** *frekvenční spektrum signálu AM při harmonickém modulačním signálu,* **e)** *frekvenční spektrum signálu AM, při obecném modulačním signálu,* **f)** *reprezentace signálu AM pomocí fázorů*

Parametr

$$m = \frac{U_m}{U_c} = \frac{(U_c + U_m) - (U_c - U_m)}{(U_c + U_m) + (U_c + U_m)} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}} \leq 1 \qquad (6.5a)$$

se nazývá *činitel (index) amplitudové modulace*; v praxi se často vyjadřuje v procentech a označuje jako *hloubka modulace* $m\% = m \cdot 100\%$. Je-li činitel $m < 1$, je výraz v hranaté závorce relací (6.5) vždy kladný a obálka modulované vf. vlny je věrným obrazem modulačního signálu. Při činiteli $m > 1$ však dochází k tzv. *přemodulování*, jež je doprovázeno nepřijatelným zkreslením modulační obálky.

V obecném případě modulační napětí $u_m(t)$ nemusí být harmonické. Vysokofrekvenční modulovaný signál lze potom vyjádřit vztahem

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = U_c[1+k_{\mathrm{AM}}u_m(t)]\cos(\omega_m t) = U_c[1+k_{\mathrm{AM}}u_m(t)]\cos(2\pi f_c t) \quad (6.6)$$

kde k_{AM} je konstanta, nazývaná *amplitudová citlivost modulátoru* AM (při harmonickém modulačním signálu je tato konstanta $k_{\mathrm{AM}} = m/U_m = 1/U_c$, tedy je rovna reciproké hodnotě amplitudy U_c nosné vlny). Hloubka modulace je při obecném (nesinusovém) modulačním signálu $m = k_{\mathrm{AM}}u_{m\,\mathrm{max}}(t)$, přičemž $u_{m\,\mathrm{max}}(t)$ je maximální hodnota modulačního napětí. Frekvenční spektrum je možné získat v tomto případě nejsnáze Fourierovou transformací vztahu (6.6), tedy

$$F_{\mathrm{AM}}(f) = \frac{U_c}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)] + \frac{k_{\mathrm{AM}}U_c}{2}[M(f-f_c)+M(f+f_c)] \quad (6.7)$$

Při takovém vyjádření je spektrum dvojstranné. Dvě funkce delta δ vážené faktorem $U_c/2$ představují *nosnou vlnu* o frekvenci f_c. Fourierovy obrazy $M(f-f_c)/2$ a $M(f+f_c)/2$ modulačního napětí $u_{\mathrm{AM}}(t)$, násobené výrazem $k_{\mathrm{AM}}U_c/2$, potom reprezentují *horní* a *dolní postranní pásmo*. Grafické znázornění spektra obecného modulačního signálu a odpovídajícího spektra (6.7) modulované nosné vlny je na obr. 6.2e. Obsahuje-li modulační signál modulační frekvence $f_{m\,\mathrm{min}}$ až $f_{m\,\mathrm{max}}$, skládá se modulovaný signál z nosné vlny a dvou souměrných postranních pásem. Celková šířka pásma vysokofrekvenčního signálu AM je zde $B_{\mathrm{AM}} = 2f_{m\,\mathrm{max}}$, tedy se rovná dvojnásobku maximální modulační frekvence.

Amplitudová modulace AM je modulací *lineární*, neboť v postranních pásmech jsou obsaženy jen složky odpovídající modulačním frekvencím; tím se liší od frekvenčních a fázových modulací, kde modulovaný signál obsahuje i intermodulační produkty modulačních frekvencí.

Předchozí relace reprezentují signál AM v časové anebo ve frekvenční oblasti. Někdy bývá výhodné zobrazit tento signál pomocí *fázorů (rotačních vektorů)*. Pro případ signálu AM, modulovaného jediným harmonickým signálem, je toto zobrazení uvedeno na obr. 6.2f. Nosná vlna je zde

reprezentována fázorem "c", rotujícím úhlovou rychlostí ω_c kolem počátku dané souřadné soustavy; kolmým průmětem tohoto fázoru do svislé osy se v časovém rozvinutí získá již průběh podle obr. 6.2b. Dolní postranní složka je reprezentována fázorem "d", rotujícím úhlovou rychlostí $(\omega_c - \omega_m)$, a horní postranní složka fázorem "h", rotujícím úhlovou rychlostí $(\omega_c + \omega_m)$. Pro zjednodušení dalších úvah je také možné považovat fázor "c" za nehybný, resp. lze předpokládat, že celá fázorová rovina rotuje kolem svého počátku úhlovou rychlostí $(-\omega_c)$. Fázory "d" a "h" potom budou rotovat vzájemně proti sobě úhlovými rychlostmi $(-\omega_m)$ a $(+\omega_m)$. Vektorovým součtem všech tří fázorů "c", "d", "h" se získá výsledný fázor "m_{AM}". reprezentující modulovaný signál. Zavede-li se znovu rotace tohoto fázoru kolem počátku úhlovou rychlostí ω_c, potom jeho průmětem do svislé osy a časovým rozvinutím se vytvoří časový průběh modulovaného signálu podle obr. 6.2c.

Stanovme dále *energetické relace* signálu s amplitudovou modulací. Ze vztahů (6.4) a (6.5) vyplývá, že výkon nosné vlny P_c, odevzdávaný do určitého zatěžovacího odporu R, je

$$P_c = \left(\frac{U_c}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{R} = \frac{U_c^2}{2R} \quad (6.8)$$

Každá z obou postranních složek odevzdává do téhož odporu R výkon

$$P_{s1} = P_{s2} = P_s = \left(\frac{mU_c}{2\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{R} = \frac{m^2U_c^2}{8R} \quad (6.9)$$

Celkový výkon signálu AM tedy je

$$P_t = P_c + P_{s1} + P_{s2} = \frac{U_c^2}{2R} + \frac{m^2U_c^2}{8R} + \frac{m^2U_c^2}{8R} = \frac{U_c^2}{2R}\left(1+\frac{m^2}{2}\right) = P_c\left(1+\frac{m^2}{2}\right) \quad (6.10)$$

Při maximálním činiteli $m = 1$ je celkový výkon P_t 1,5krát větší, než výkon samotné nosné vlny P_c. V tomto případě tedy nosná vlna, která nenese žádnou informaci, zabírá dvě třetiny celkového výkonu P_t, kdežto postranní složky přenášející informaci využívají pouze jednu třetinu výkonu P_t. V praxi je však většinou průměrná hodnota činitele modulace m podstatně menší než 1 (např. u rozhlasu AM je to hodnota $m \approx 0,3$), takže podíl postranních pásem na celkovém vysílaném výkonu je ještě mnohem menší. Z hlediska těchto výkonových relací je tedy uvažovaná amplitudová modulace AM zřejmě nevýhodná.