Bonferroniho nerovnost v nejjednodušším tvaru vypadá následovně:

Buď $A_1, A_2, \dots, A_n;\ \ n \geq 2$ **libovolné** náhodné jevy, s pravděpodobnostmi $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$, pak platí $P(\bigcap_{i=1}^{n} A_i) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - (n-1)$.

Důkaz je triviální (naznačení):
Pro $n = 2$ je $1 \geq P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$,
odtud $P(A_1 \cap A_2) \geq P(A_1) + P(A_2) - 1$. Dále indukcí.□
Viz i např.: http://www.cargalmathbooks.com/24%20Bonferroni%20Inequality.pdf
Poznámky:

- Pro malé $P(A_i)$ může vyjít na pravé straně nerovnosti záporná hodnota. To je sice správné ale neužitečné.
- Existuje mnoho zpřesnění a modifikací (více či méně komplikovaných) této nerovnosti.

Využití při testování hypotéz:

Příklad:

Pro danou (předpokládanou) „skutečnost“ provedeme např. tři (různé) testy. Nechť:

B_1 je jev, že nastala u prvního testu chyba prvního druhu, A_1 je jeho doplněk, test provádíme na hladině významnosti α_1 a výsledek svědčil pro hypotézu, tedy $P(B_1) \leq \alpha_1 \equiv P(A_1) \geq 1 - \alpha_1$.

B_2 je jev, že nastala u druhého testu chyba prvního druhu, A_2 je jeho doplněk, test provádíme na hladině významnosti α_2 a výsledek svědčil pro hypotézu, tedy $P(B_2) \leq \alpha_2 \equiv P(A_2) \geq 1 - \alpha_2$.

B_3 je jev, že nastala u třetího testu chyba prvního druhu, A_3 je jeho doplněk, test provádíme na hladině významnosti α_3 a výsledek svědčil pro hypotézu, tedy $P(B_3) \leq \alpha_2 \equiv P(A_3) \geq 1 - \alpha_3$.

Potom pravděpodobnost, že u ani jednoho z provedených tří testů nenastala chyba prvního druhu je $P(A_1 \cap A_2 \cap A_2)$ a to podle výše uvedené Bonferroniho nerovnosti je

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_2) \geq P(A_1) + P(A_2) + P(A_2) - 2$. A podle předpokladů konstrukce všech tří testů je dále $P(A_1 \cap A_2 \cap A_2) \geq P(A_1) + P(A_2) + P(A_2) - 2 \geq (1-\alpha_1) + (1-\alpha_2) + (1-\alpha_2) - 2 =$

$= 1 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)$.

Zvolíme-li (hladinu významnosti) u všech testů $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0{,}05 \equiv 5\%$ dostaneme $P(A_1 \cap A_2 \cap A_2) \geq 0{,}85$, tedy společná hladina významnosti zmíněné trojice je **GARANTOVÁNA na hladině 15 %**, ač pro každý jednotlivý test je hladina významnosti rovna 5 %.

Poznámky:

- Využitím dokonalejších tvarů Bonferroniho nerovnosti obvykle nedosáhneme o moc lepších garancí (odhadů).
- Podobný odhad (vymezení) lze snadno odvodit i pro pravděpodobnosti chyb druhého druhu.
- Analogicky lze postupovat i pro koeficienty spolehlivosti u intervalových odhadů.
- Analogicky je nezbytné postupovat, když provádíme více testů pro různé (dílčí) skutečnosti, a „měříme“ celkový výsledek SPOLEČNOU hladinou významnosti.
- Odtud je také zřejmý postup, jak je zapotřebí volit hladiny významnosti (koeficienty spolehlivosti, …) dílčích problémů, abychom dodrželi SPOLEČNOU (celkovou) hladinu významnosti.
- … .

Ač se to zdá paradoxní je to logické. ≡ Více potvrzení pro danou skutečnost NEMUSÍ dávat „větší jistotu“ než kterékoliv z dílčích.