

- ② Z kulové povrchové vrstvičky Země o objemu 1 cm^3 odebereme všechny elektrony. Určete změnu elektrického potenciálu Země a sílu, která by pak působila na jednotkový náboj blízko povrchu Země. Předpokládejte, že povrch Země je zcela tvořen vodou.

permitivita vakua ... $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Avogadrovo číslo ... $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

relativní atomová hmotnost ... $A_r(\text{H}) = 1$,

$A_r(\text{O}) = 16$

poloměr Země ... $R_Z = 6400 \text{ km}$

elementární náboj ... $e = 1,609 \times 10^{-19} \text{ C}$

Pro potenciál a intenzitu elektrického pole vzniklého bodovým nábojem platí (viz zopakování na předchozím cvičení.)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}$$

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}$$

Potenciál a intenzita elektrického pole vzniklého vně nabité kulové povrchové vrstvičky jsou stejné jako pro případ bodového náboje ve středu kulové povrchové vrstvičky.

Pro případ kulové povrchové vrstvy na povrchu Země platí

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_Z}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_Z^2}$$

Označíme-li Q jako náboj $1 \text{ cm}^3 \text{ H}_2\text{O}$ (pouze elektrony) pak můžeme psát

$$1 \text{ cm}^3 \text{ H}_2\text{O} = 1 \text{ g H}_2\text{O}$$

Pro relativní molekulovou hmotnost platí

$$M_r(\text{H}_2\text{O}) = A_r(\text{H}) \cdot 2 + A_r(\text{O}) \cdot 1 = 18$$

Obecně platí

$$M_r = M_{\text{mol}} \dots \text{molární hmotnost (g} \cdot \text{mol}^{-1}\text{)}$$

Látkové množství vody ze které budeme odebrat elektrony lze vyjádřit

$$\gamma = \frac{N}{N_A} = \frac{M}{M_{\text{mol}}}$$

kde N je počet částic (v našem případě molekul) vody a M je hmotnost vody. Lze vyjádřit

$$\boxed{N = \frac{M \cdot N_A}{M_{\text{mol}}} = \frac{M \cdot N_A}{M_r}} \quad \text{když bude } M \text{ (g)}$$

počet elektronů N_e , které lze odebrat jedné molekule vody

$$N_e = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 8 = 10$$

Celkový odebraný náboj Q

$$\boxed{Q = N \cdot N_e \cdot e = \frac{M \cdot N_A}{M_{\text{mol}}} \cdot N_e \cdot e}$$

Po dosazení vychází číselně

$$Q = \frac{1 \text{ g} \cdot 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 10 \cdot 1,609 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\boxed{Q \doteq 5,35 \times 10^4 \text{ C}}$$

Výsledná změna elektrického potenciálu Země

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_Z} = \frac{M \cdot N_A \cdot N_e \cdot e}{M_{\text{mol}} \cdot 4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_Z}$$

a číselně se dostává

$$\varphi \doteq 7,47 \times 10^7 \text{ V} \doteq 75 \text{ MV}$$

Výsledná změna intenzity elektrického pole Země

$$E = \frac{\varphi}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_Z^2} = \frac{\varphi}{R_Z}$$

a číselně

$$E = 11,7 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

Vytvořený potenciálový rozdíl je značný, působící elektrické pole je ale slabé. Odpovídá poli mezi dvěma místy

vzdálenými 10 cm s potenciálovým rozdílem 1,17 V.

Síla působící na náboj v elektrickém poli

$$F = E \cdot Q,$$

pokud tento náboj bude jednotkový, pak

$$\boxed{F = E} \quad \dots \text{ pro } Q = 1 \text{ C}$$

V našem případě pak síla působí na jednotkový náboj na povrchu země

$$\boxed{F \doteq 11,7 \text{ N}}$$

Pozn:

Podle vztahu $E = \frac{U}{d}$ má intenzita elektrického pole jednotku $(\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$.

Podle vztahu $F = E \cdot Q \Rightarrow E = \frac{F}{Q}$

má intenzita elektrického pole jednotku $(\text{N} \cdot \text{C}^{-1})$.

Obě vyjádření jsou vzájemně identická.