(16) Odvoďte z Maxwellových rovnic zákon zachování náboje.

<u>Maxwellovy rovnice v základním tvaru:</u>

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \qquad (1)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \qquad (2)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (3)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (4)$$

Zákon zachování náboje vyjadřuje skutečnost, že změna místní hustoty náboje je způsobena výtokem náboje, tzn. elektrickým proudem. Uvažujme prostředí s permitivitou ε a permeabilitou μ.

K výpočtu časové změny místní hustoty náboje $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ použijeme Maxwellovu rovnici pro divergenci elektrického pole

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$ ... základní tvar 1. Maxw. rovnice

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$ ... vztah mezi vektorem elektrické indukce a elektrické intenzity

Lze psát

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathrm{div}\,\vec{D}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon \cdot \mathrm{div}\,\vec{E}\right) = \varepsilon \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathrm{div}\,\vec{E}\right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \varepsilon \, . \, \mathrm{div} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Časovou změnu elektrické intenzity $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ získáme na základě Maxwellovy rovnice pro rotaci intenzity magnetického pole

$$\mathrm{rot}\, \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$ ... základní tvar 4. Maxw. rovnice

$$\vec{D} = \varepsilon . \vec{E}$$ ... vztah mezi vektorem elektrické indukce a elektrické intenzity

$$\vec{B} = \mu . \vec{H}$$ ... vztah mezi vektorem magnetické indukce a magnetické intenzity.

Lze psát

$$\mathrm{rot}\, \vec{B} = \mu . \vec{j} + \mu . \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dál můžeme psát rovnici pro $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ po dosazení za $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ve tvaru

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \cancel{\varepsilon} \, . \, \mathrm{div} \left(\frac{\mathrm{rot}\, \vec{B} - \mu . \vec{j}}{\mu . \cancel{\varepsilon}} \right)$$

(divergence rozdílu vektorů je rozdíl divergencí těchto vektorů)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \operatorname{div}\left(\operatorname{rot} \vec{B}\right) - \operatorname{div} \vec{j}$$

$$\left(\operatorname{div}\left(\operatorname{rot} \vec{x}\right) = \theta \quad \ldots \text{ pro libovolný vektor } \vec{x} \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \operatorname{div} \vec{j}}$$

Tento <u>výsledný vztah</u> je již <u>zákonem zachování náboje</u>, neboť divergence vektoru $\underline{\vec{j}}$ vyjadřuje výtok náboje z oblasti.