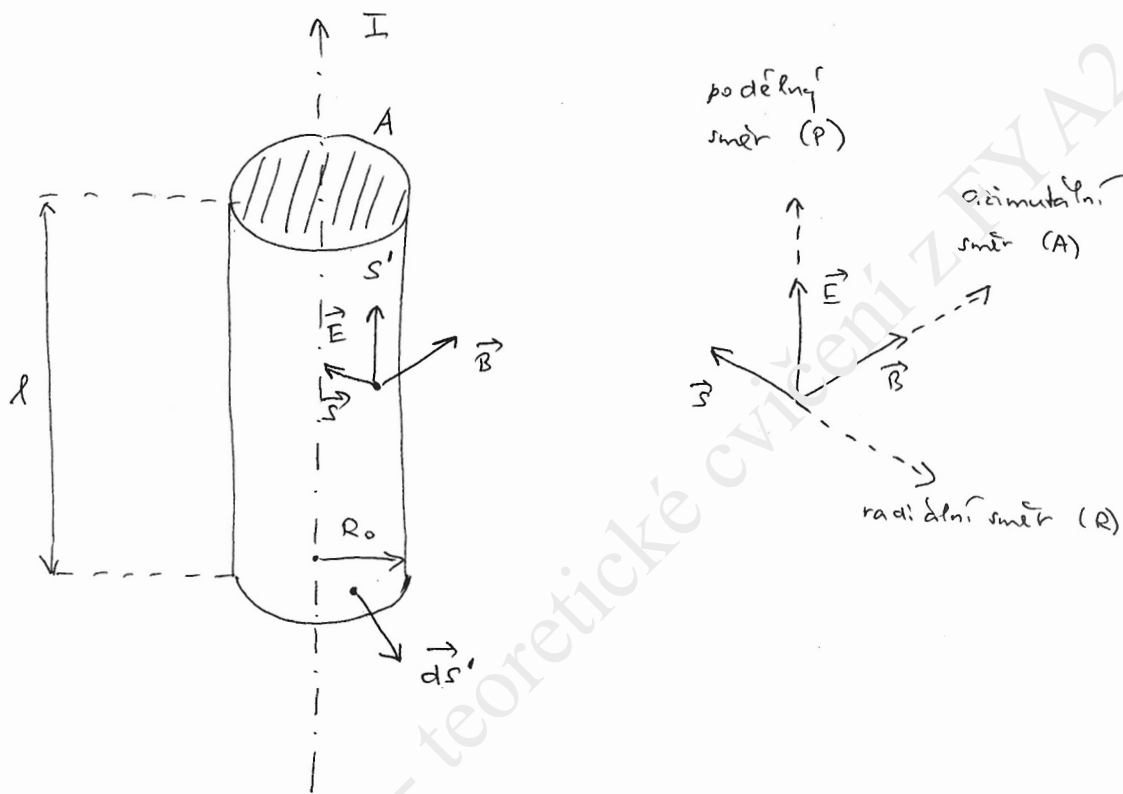


18

Porovnejte vtok energie do přímého vodiče protékajícího elektrickým proudem s Jouleovým - Lenzovým zákonem.



Magnetické pole uvnitř vodiče limitně blízkého jeho povrchu má pouze azimutální složku magnetické indukce (viz příklad č. 15)

$$\vec{B} = (0, B_A, 0)$$

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R_0}$$

Elektrické pole ve vodiči limitně na jeho povrchu má pouze podélnou složku elektrické intenzity

$$\vec{E} = (0, 0, E_p)$$

$$E_p = \frac{j}{\sigma_R} = \frac{I}{\sigma_R \cdot A}$$

Vystupujícími veličinami jsou:

R_0 ... poloměr vodiče

I ... proud procházející vodičem

j ... proudová hustota ve vodiči

A ... průřez vodičem

S' ... plocha pláště vodiče

l ... délka vodiče

\vec{E} ... intenzita elektrického pole

\vec{B} ... magnetická indukce

σ_R ... měrná elektrická vodivost

ρ_R ... měrný elektrický odpor

R ... celkový odpor vodiče o délce l

\vec{S} ... Poyntingův vektor

Protože se vyjadřuje vtok energie do přímého vodiče, bude se využívat Poyntingův vektor \vec{S}

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

Podle pravidla pravé ruky vektor \vec{S} směřuje od povrchu vodiče směrem k ose vodiče.

Válcové souřadnice (radiální směr (R), azimutální směr (A), podélný směr (P)) jsou též uspořádané podle pravidla pravé ruky.

Radiální složka vektoru \vec{S} se vypočítá z vektorového součinu

$$\vec{E} = (0, 0, E_P)$$

$$\vec{B} = (0, B_A, 0)$$

$$\vec{S} = (S_R, 0, 0)$$

jednotkový vektor $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_R & E_A & E_P \\ B_R & B_A & B_P \end{vmatrix} =$$

$$= \left[\vec{i} \cdot (-E_p \cdot B_A) + \vec{j} \cdot \vartheta + \vec{k} \cdot \vartheta \right] \cdot \frac{1}{\mu_0} =$$

$$= \left[\vec{i} \cdot (-E_p \cdot B_A) + \vec{j} \cdot \vartheta + \vec{k} \cdot \vartheta \right] \cdot \frac{1}{\mu_0} =$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \cdot (-E_p \cdot B_A, \vartheta, \vartheta)$$

Nesohledná radiační složka vektoru \vec{S} je

$$S_R = -\frac{1}{\mu_0} \cdot E_p \cdot B_A$$

Složka S_R je záporná, což znamená že vektor \vec{S} směřuje od povrchu vodiče k ose vodiče, tj. proti směru radiační osy (R), což souhlasí. Záporné znaménko resp. směr vektoru \vec{S} odpovídá toku energie do vodiče.

$$S_R = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{I}{\sigma_R \cdot A} \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R_0} = -\frac{I^2}{\sigma_R \cdot A \cdot 2\pi R_0}$$

Vezmeme úsek vodiče o délce l a vyjádříme vtok energie

$$W = \int_{\text{podstava úseku vodiče}} \vec{s} \cdot d\vec{s}' + \int_{\text{plášť úseku vodiče}} \vec{s} \cdot d\vec{s}'$$

↑
platí $\vec{s} \perp d\vec{s}'$

$$\vec{s} \cdot d\vec{s}' = |\vec{s}| \cdot |d\vec{s}'| \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0$$

$$\underline{\vec{s} \cdot d\vec{s}' = 0}$$

↑
platí $\vec{s} \parallel d\vec{s}'$

$$\vec{s} \cdot d\vec{s}' = |\vec{s}| \cdot |d\vec{s}'| \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha = 180^\circ \rightarrow \cos \alpha = -1$$

$$\underline{\vec{s} \cdot d\vec{s}' = |\vec{s}| \cdot |d\vec{s}'| \cdot (-1)}$$

$$W = 0 + \int_{s'} |\vec{s}| \cdot |d\vec{s}'| \cdot (-1)$$

$$W = (-1) \cdot s_R \cdot \int_{s'} ds'$$

$$W = (-1) \cdot \left(-\frac{I^2}{\sigma_R \cdot A \cdot 2\pi R_0} \right) \cdot \frac{2\pi R_0 \cdot l}{\cancel{2\pi R_0}}$$

$$W = I^2 \cdot \frac{l}{\sigma_R \cdot A}$$

Protože platí pro měrný elektrický odpor ρ_R vztah

$$\rho_R = \frac{1}{\sigma_R}$$

a dále pro celkový odpor vodiče R o délce l

$$R = \frac{\rho_R \cdot l}{A}$$

Dále lze přát vtok energie

$$\boxed{W = I^2 \cdot \frac{\rho_R \cdot l}{A} = I^2 \cdot R}$$

... což je vtok energie do přímého vodiče protékajícího elektrickým proudem.

Joule - Lenzův zákon má tvar

$$\boxed{W = I^2 \cdot R}$$

a odpovídá ztrátě tepla ve vodiči kterým protéká proud.

Vtok energie do přímého vodiče protékajícího elektrickým proudem se rovná energii přeměněné na teplo ve vodiči, což souhlasí.

Poznámka ke směru vektoru intenzity elektrického pole :

\vec{I} ... proud je ve směru pohybu kladně nabitých částic,
tj. proti směru záporně nabitých částic, tj.
proti směru pohybu elektronů

\vec{E} ... směřuje od kladného náboje k zápornému,
viz příklad 5.5

\Rightarrow \vec{I} má stejný směr jako \vec{E}