Příklad 1 Vlak se pohybuje po kruhové dráze o poloměru 800 m. V počátečním okamžiku měl vlak rychlost 54 km.hod^{-1} a v koncovém 18 km.hod^{-1}. Mezi počátečním a koncovým bodem vlak urazil 800 m.

Určete dobu potřebnou k uražení této dráhy a velikost zrychlení v počátečním a koncovém okamžiku.

Nejdříve se uvažuje posuvný pohyb podél kolejnic, až poté se zahrne tvar dráhy. Protože o brzdění ~~není~~ není nic uvedeno, bude se předpokládat, že vykonávaný pohyb je rovnoměrně zpožděný.

Obecně pro rovnoměrně zpomalený (zrychlený) pohyb posuvný platí vztahy

$$a = \text{konst.}\,, \qquad [a] = m.s^{-2} \qquad (1)$$

$$v = v_0 + a.t\,, \qquad [v] = m.s^{-1} \qquad (2)$$

$$s = s_0 + v_0.t + \frac{1}{2}at^2\,, \qquad [s] = m \qquad (3)$$

$$[t] = s$$

kde a je zrychlení, v a v_0 rychlost a počáteční rychlost, s a s_0 poloha a počáteční poloha, t značí čas.

Po zvolení počátečního okamžiku $\underline{t_0 = 0}$, počáteční polohy $\underline{s_0 = 0}$ a koncového okamžiku $\underline{T}$, dostává se

$$v_1 = v_0 + a \cdot T, \tag{4}$$

$$s = v_0 \cdot T + \frac{1}{2} a \cdot T^2, \tag{5}$$

kde $\underline{v_1}$ je koncová rychlost a $\underline{s}$ je uražená dráha.

Tím se získaly dvě rovnice pro dvě neznámé $\underline{a}$, $\underline{T}$.

Ze vztahu (4) lze vyjádřit zrychlení

$$a = (v_1 - v_0) \cdot \frac{1}{T}, \tag{6}$$

které po dosazení do rovnice (5) dává postupně

$$s = v_0 \cdot T + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1 - v_0}{\cancel{T}} \cdot T^{\cancel{2}}, \tag{7}$$

$$s = T \cdot \left(v_0 + \frac{1}{2}(v_1 - v_0)\right), \tag{8}$$

$$T = s \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(2 v_0 + v_1 - v_0)\right)}, \tag{9}$$

$$\boxed{T = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_1},} \tag{10}$$

což je $\underline{\text{doba potřebná pro uražení}}$ zadané $\underline{\text{dráhy}}$.

Pro <u>zrychlení posuvného pohybu</u> se dostává z rovnice (6)

$$a = (v_1 - v_0) \cdot \frac{v_1 + v_0}{2 \cdot s} , \qquad (11)$$

$$\boxed{a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot s} .} \qquad (12)$$

Po dosazení číselných hodnot se dostane čas $\underline{T = 80\ s}$

a zrychlení posuvného pohybu po dráze $\underline{a = -\,0{,}125\ m \cdot s^{-2}}$.

Protože však dráha je kruhová, zjištěné zrychlení $\underline{a}$ odpovídá <u>zrychlení tečnému</u> $\underline{a_t}$

$$a_t = a . \qquad (13)$$

<u>Normálové zrychlení</u> je dáno vztahem

$$a_n = \frac{v^2}{R} , \qquad (14)$$

kde $\underline{R}$ je poloměr kruhové dráhy.

<u>Výsledné zrychlení A</u> odpovídá vektorovému součtu vektorů tečného zrychlení $\underline{a_t}$ a normálového zrychlení $\underline{a_n}$

$$A = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} , \qquad (15)$$

$$A = \sqrt{\left[\frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot s}\right]^2 + \frac{v^4}{R^2}} \,, \tag{16}$$

$$\boxed{A = \sqrt{\frac{(v_1^2 - v_0^2)^2}{4 \cdot s^2} + \frac{v^4}{R^2}} \,.} \tag{17}$$

Po dosazení číselných hodnot v počátečním okamžiku $\underline{t_0}$ se dostane <u>výsledné zrychlení</u> $\underline{A_0 = 0,308 \ m \cdot s^{-2}}$, v koncovém okamžiku $\underline{T}$ se získá <u>výsledné zrychlení</u> $\underline{A_1 = 0,129 \ m \cdot s^{-2}}$.