Příklad 2 Rotor o průměru 20 cm zvýšil své otáčky ze 400 ot./min na 9 000 ot./min za čas 15 s.

Určete úhlové zrychlení rotoru, počet otáček vykonaných za dobu zrychlování, konečnou obvodovou rychlost a celkové zrychlení bodu na povrchu rotoru.

Zrychlování rotoru se považuje za rovnoměrné. Pro takový rotační pohyb platí vztahy obdobné vztahům pro rovnoměrně zrychlený posuvný pohyb.

Obecně pro rovnoměrně zpomalený (zrychlený) pohyb rotační platí vztahy

$$\varepsilon = \text{konst.}, \qquad [\varepsilon] = \text{rad.s}^{-2} \qquad (1)$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon . t, \qquad [\omega] = \text{rad.s}^{-1} \qquad (2)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 . t + \frac{1}{2}\varepsilon . t^2, \qquad [\varphi] = \text{rad} \qquad (3)$$

$$[t] = \text{s}$$

$$N = \frac{\omega}{2\pi} . 60, \qquad [N] = \text{ot. min}^{-1} \qquad (4)$$

kde ε je úhlové zrychlení, ω a ω_0 úhlová rychlost a počáteční úhlová rychlost, φ a φ_0 jsou úhel otočení a počáteční úhel otočení, N je počet otáček za minutu.

Při označení koncové úhlové rychlosti ω_1 a doby zrychlování otáček T se ze vztahu (2) získá úhlové zrychlení

$$\varepsilon = \frac{\omega_1 - \omega_0}{T} , \qquad (5)$$

kde převedením úhlových rychlostí ω_1, ω_0 na počty otáček za minutu N_1, N_0 se získá

$$\varepsilon = \frac{\frac{2\pi}{60} \cdot N_1 - \frac{2\pi}{60} \cdot N_0}{T} , \qquad (6)$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{2\pi}{60 \cdot T} \cdot (N_1 - N_0) ;} \qquad (7)$$

což je úhlové zrychlení rotoru.

Po dosazení číselných hodnot se získá $\varepsilon = 60{,}0 \ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$.

Pro celkový úhel otočení za dobu zrychlování rotoru lze psát dle rovnic (3) a (7), (4)

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \omega_0 \cdot T + \frac{1}{2} \varepsilon \cdot T^2 , \qquad (8)$$

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{2\pi}{60} \cdot N_0 \cdot T + \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{60 \cdot \cancel{T}} \cdot (N_1 - N_0) \cdot T^{\cancel{2}} , \tag{9}$$

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{2\pi}{60} \cdot T \cdot \left(N_0 + \frac{N_1}{2} - \frac{N_0}{2} \right) , \tag{10}$$

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{2\pi}{60} \cdot T \cdot \left(\frac{N_0}{2} + \frac{N_1}{2} \right) . \tag{11}$$

Celkový počet otáček M rotoru se získá vztahem

$$M = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2\pi} , \tag{12}$$

$$\boxed{M = \frac{T}{120} \cdot (N_0 + N_1)} \tag{13}$$

Po dosazení číselných hodnot se dostává počet otáček vykonaných za dobu zrychlování $M = 1175$ otáček.

Pro konečnou obvodovou rychlost v_1 platí vztah

$$v_1 = R \cdot \omega_1 , \tag{14}$$

$$\boxed{v_1 = \frac{2\pi}{60} \cdot N_1 \cdot R} \tag{15}$$

Číselně vychází obvodová rychlost $v_1 = 94,3 \ m \cdot s^{-1}$.

Pro tečné zrychlení a_t na povrchu rotoru platí analogický vztah jako pro obvodovou rychlost v (14), tj.

$$a_t = R \cdot \varepsilon . \qquad (16)$$

Pro normálové zrychlení a_n platí vztah

$$a_n = \frac{v^2}{R} , \qquad (17)$$

neboli s využitím vztahu (14)

$$a_n = R \cdot \omega^2 . \qquad (18)$$

Celkové zrychlení A odpovídá vektorovému součtu tečného a normálového zrychlení

$$A = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} , \qquad (19)$$

$$A = \sqrt{R^2 \cdot \varepsilon^2 + R^2 \cdot \omega^4} , \qquad (20)$$

$$\boxed{A = R \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} .} \qquad (21)$$

Pro konečné celkové zrychlení A_1 platí

$$A_1 = R \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_1^4} , \qquad (22)$$

neboli s využitím vztahů (4) a (7) se získá

$$\boxed{A_1 = R \cdot \sqrt{\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \cdot \left(\frac{N_1 - N_0}{T}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{60}\right)^4 \cdot N_1^4}\,.} \qquad (23)$$

číselně se dostává konečné celkové zrychlení na povrchu rotoru

$A_1 = 88\ 800\ m \cdot s^{-2}$.