

### Příklad 3

Hmotný bod je na počátku pohybu v klidu, je urychlován zrychlením rovnoměrně narůstajícím během 5 s z hodnoty  $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  na hodnotu  $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  a dále narůstající stejným způsobem.

Určete zrychlení, rychlost a uraženou dráhu v době 10 s po počátku pohybu.

Zrychlení narůstá rovnoměrně, tj. jeho časová závislost je dána vztahem

$$a(t) = a_0 + k \cdot (t - t_0), \quad (1)$$

kde  $a_0$  je počáteční zrychlení,  $t_0$  je počáteční čas,  $k$  je parametr nárůstu zrychlení. Označíme-li zrychlení v čase  $t_1 = 5 \text{ s}$  jako  $a_1$ , pak platí

$$a_1 = a_0 + k \cdot (t_1 - t_0), \quad (2)$$

kde  $t_0 = 0 \text{ s}$ . Odtud lze jednoduše vyjádřit parametr  $k$

$$k = \frac{a_1 - a_0}{t_1 - t_0}. \quad [k] = \text{m}\cdot\text{s}^{-3} \quad (3)$$

Pro zrychlení hmotného bodu lze psát rovnici (s uvážením rovnosti  $t_0 = 0 \text{ s}$ )

$$a(t) = a_0 + \frac{a_1 - a_0}{t_1} \cdot t \quad (4)$$

Po dosažení lze získat číselnou hodnotu zrychlení v čase  $t = 10 \text{ s}$

a to  $\underline{a(t=10 \text{ s}) = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$ .

Rychlost pohybu se určí integrací zrychlení

$$v(t) = \int a(t) \cdot dt \quad (5)$$

$$v(t) = \int \left( a_0 + \frac{a_1 - a_0}{t_1} \cdot t \right) dt \quad (6)$$

$$v(t) = a_0 \cdot t + \frac{a_1 - a_0}{2 \cdot t_1} \cdot t^2 + v_0 \quad (7)$$

kte  $v_0$  je integrační konstanta znamenající rychlost hmotného bodu v čase  $t_0 = 0 \text{ s}$ , přičemž dle zadání platí  $\underline{v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$ .

Rychlost pohybu hmotného bodu je popsána rovnicí

$$v(t) = a_0 \cdot t + \frac{a_1 - a_0}{2 \cdot t_1} \cdot t^2 \quad (8)$$

Po dosažení číselných hodnot lze získat rychlost hmotného bodu v čase  $t = 10 \text{ s}$  a to  $\underline{v(t=10 \text{ s}) = 150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$ .

Uražená dráha se dále získá integrací rychlosti:

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt, \quad (9)$$

$$s(t) = \int \left( a_0 \cdot t + \frac{a_1 - a_0}{2 \cdot t_1} \cdot t^2 \right) \cdot dt, \quad (10)$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + \frac{a_1 - a_0}{2 \cdot t_1} \cdot t^3 + s_0 \quad (11)$$

kte  $s_0$  je integrační konstanta vyjadřující uraženou dráhu hmotného bodu v čase  $t_0 = 0 \text{ s}$ , přičemž počáteční poloha hmotného bodu se zvolí tak, že  $s_0 = 0 \text{ m}$ .

Uražená dráha hmotného bodu je určena vztahem

$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + \frac{a_1 - a_0}{6 \cdot t_1} \cdot t^3 \quad (12)$$

Po dosažení se získá uražená dráha hmotného bodu v čase  $t = 10 \text{ s}$  jako  $s(t = 10 \text{ s}) = 583,3 \text{ m}$ .