Příklad 12

Určité množství dusíku bylo izobaricky ohřáto z teploty 30 °C na teplotu 500 °C dodáním 30 kJ tepelným přenosem.

Určete jaká byla hmotnost ohřívaného plynu, jaká práce se přitom vykonala a při jakém tlaku.

Potřebná data jsou molární plynová konstanta $R = 8{,}3\ J.K^{-1}.mol^{-1}$, molární tepelná kapacita dusíku při konstantním objemu $c_v = 20{,}8\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ a molární hmotnost dusíku $M = 28\ g.mol^{-1}$.

Energie předaná tepelným přenosem, tj. dodané teplo Q, které je potřeba k ohřátí plynu z teploty t_1 na teplotu t_2 při konstantním tlaku (tj. izobarický proces), je dáno vztahem

$$Q = n \cdot c_p \cdot (t_2 - t_1) , \qquad (1)$$

kde c_p je molární tepelná kapacita při konstantním tlaku a n je látkové množství plynu, které se určí podle vztahu

$$n = \frac{m}{M} , \qquad (2)$$

kde m je hmotnost plynu a M je molární hmotnost.

Mezi molární tepelnou kapacitou při konstantním tlaku c_p a molární tepelnou kapacitou při konstantním objemu c_v platí Mayerův vztah

$$c_p = c_v + R \,, \qquad (3)$$

kde R je molární plynová konstanta.

Z rovnice (2) lze psát pro hmotnost plynu m (po dosazení za n z rovnice (1))

$$m = \frac{Q}{c_p \cdot (t_2 - t_1)} \cdot M \,. \qquad (4)$$

Po dosazení za c_p ze vztahu (3) se dostane

$$\boxed{m = \frac{Q \cdot M}{(c_v + R) \cdot (t_2 - t_1)}} \,, \qquad (5)$$

což je rovnice pro hmotnost ohřívaného plynu. Po číselném dosazení se dostane

$$m = \frac{30 \times 10^3 \cdot 28}{(20{,}8 + 8{,}3) \cdot 470} \doteq \underline{61{,}4 \text{ g}}.$$

Pro vykonanou práci A platí

$$A = p \cdot (V_2 - V_1) \,, \qquad (6)$$

kde p je tlak, V_2 je koncový objem a V_1 je počáteční objem plynu.

Když se bude uvažovat ohřívaný plyn jako ideální, lze použít <u>stavovou rovnici ideálního plynu</u> ve tvaru

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \,. \tag{7}$$

Dosazením ze vztahu (7) do rovnice (6) se dostane

$$A = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = n \cdot R \cdot (t_2 - t_1) \,, \tag{8}$$

kde T_2 (K), t_2 (°C) je koncová teplota plynu a T_1 (K), t_1 (°C) je počáteční teplota plynu. Použitím rovnice (2) se ve vztahu (8) odstraní látkové množství <u>n</u>

$$A = \frac{m \cdot R \cdot (t_2 - t_1)}{M} \,, \tag{9}$$

a po dosazení za hmotnost <u>m</u> ze vztahu (5) se získá

$$A = \frac{Q \cdot \cancel{M}}{(c_v + R) \cdot \cancel{(t_2 - t_1)}} \cdot \frac{R \cdot \cancel{(t_2 - t_1)}}{\cancel{M}} \,, \tag{10}$$

$$\boxed{A = \frac{Q \cdot R}{c_v + R} \,,} \tag{11}$$

což je <u>práce vykonaná při ohřívání plynu</u>.

Po číselném dosazení se získá $A = \dfrac{30 \times 10^3 \cdot 8{,}3}{20{,}8 + 8{,}3} \doteq 8{,}56\ \mathrm{kJ}$.

Tlak uvažovaného plynu na základě zadaných údajů nelze zjistit.

K tomu, aby se dal tlak plynu spočítat, bylo by potřeba znát údaje o objemu plynu v počátečním nebo koncovém čase $\left(\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \right)$.