

Příklad 14

Spočítejte jakou práci vykoná chladicí stroj, jestliže v prostředí o teplotě  $27^\circ\text{C}$  zmrazí  $1\text{kg}$  vody teplejší teploty na led o teplotě  $0^\circ\text{C}$ . Předpokládejte, že předávání malého množství tepla probíhá podle Carnotova cyklu.

Potřebná data jsou měrná tepelná kapacita vody při konstantním tlaku  $c_p = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  a měrné skupenské teplo tání ledu  $\lambda = 330 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Označte se teplota prostředí jako  $T_1$ , výsledná teplota ledu  $T_0$  a průběžná teplota chlazené vody  $T$ .

Nejdříve se uvažuje chlazení vody jako cyklus mezi teplotami  $T_1$  a  $T$ .

Pro Carnotův cyklus, podle něž probíhá předávání tepla, platí

$$\frac{Q_1}{T} = \frac{Q}{T} \quad (1)$$

a to platí samozřejmě i v případě, kdy cyklus běží v opačném směru, tj. jako chladicí stroj.

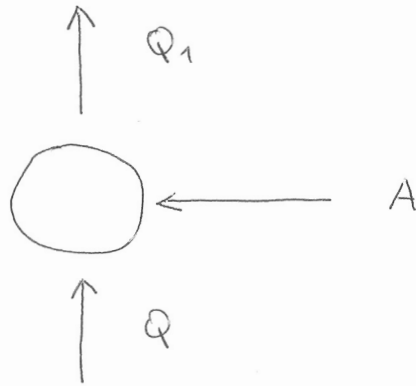
Podle I. věty termodynamické pro práci platí

$$A = Q_1 - Q \quad (2)$$

kde  $A$  je práce vykonaná chladicím strojem,  $Q$  je teplo odebrané z chlazené vody a  $Q_1$  je teplo dodané do okolního prostředí.

teplota  $T_1$

okolní prostředí



teplota  $T$

chlazená voda

Vyjadřením  $Q_1$  z rovnice (1) a dosazením do rovnice (2) vznikne

$$A = \frac{Q}{T} \cdot T_1 - Q_1 \quad (3)$$

$$A = Q \cdot \left( \frac{T_1}{T} - 1 \right) \quad (4)$$

Při změně teploty vody o  $dT$  ( $dT < 0$ , probíhá chlazení vody) je třeba vodě odebrat teplo  $dQ$  ( $dQ > 0$ )

$$dQ = -m \cdot c \cdot dT, \quad (5)$$

kde  $m$  je hmotnost chlazené vody,  $c$  měrná tepelná kapacita vody.

Chladicí stroj pak vykoná práci  $dA$

$$dA = dQ \cdot \left( \frac{T_1}{T} - 1 \right), \quad (6)$$

a po dosazení za  $dQ$  z rovnice (5) se dostává

$$dA = -m \cdot c \cdot dT \cdot \left( \frac{T_1}{T} - 1 \right), \quad (7)$$

$$\boxed{dA = \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) \cdot m \cdot c \cdot dT.} \quad (8)$$

celková práce  $A_I$  za ochlazení vody na nulovou teplotu je

$$A_I = \int_{T_1}^{T_0} \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) \cdot m \cdot c \cdot dT, \quad (9)$$

$$A_I = m \cdot c \cdot T \Big|_{T_1}^{T_0} - m \cdot c \cdot T_1 \cdot \ln T \Big|_{T_1}^{T_0}, \quad (10)$$

$$A_I = m \cdot c \cdot (T_0 - T_1) - m \cdot c \cdot T_1 (\ln T_0 - \ln T_1), \quad (11)$$

$$\boxed{A_I = -m \cdot c \cdot (T_1 - T_0) + m \cdot c \cdot T_1 \cdot \ln \frac{T_1}{T_0}.} \quad (12)$$

Poté je voda o teplotě  $T_0$  přeměňována na led. Tento děj již

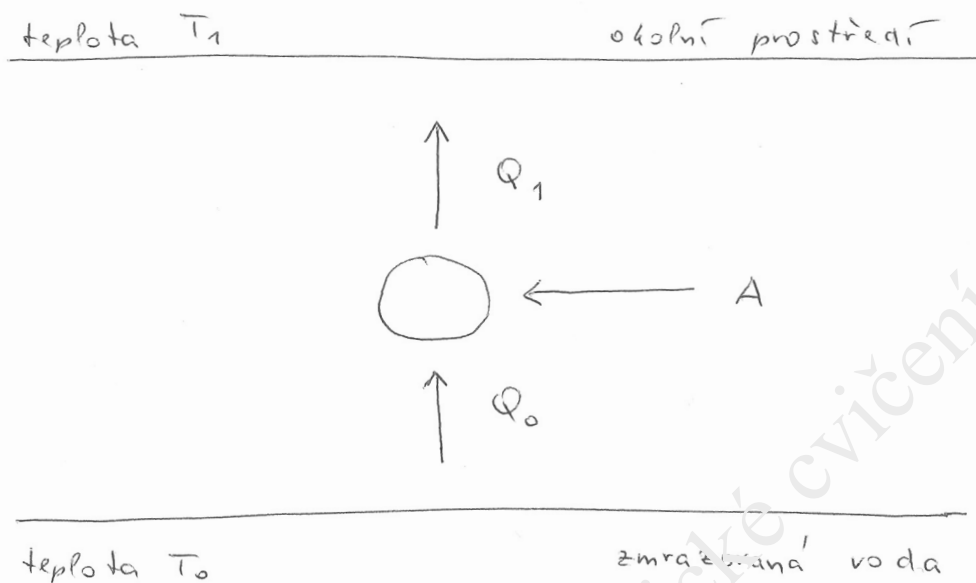
probíhá ve změně teploty. Uvažuje se zmrazování vody na led,

tj. pro Carnotův cyklus, podle něž probíhá přecívání tepla, platí

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_0}{T_0}. \quad (13)$$

Podle I. věty termodynamické pro práci platí

$$A = Q_1 - Q_0 \quad (14)$$



Dosažením  $Q_1$  z rovnice (13) do vztahu (14) se získá

$$A = \frac{Q_0}{T_0} \cdot T_1 - Q_0 \quad (15)$$

$$A = Q_0 \cdot \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right) \quad (16)$$

Při zmrazení vody je potřeba odebrat teplo  $Q_0$  ( $Q_0 > 0$ )

$$Q_0 = m \cdot L \quad (17)$$

kde  $m$  je hmotnost vody,  $L$  je měrné skupenské teplo tání ledu.

Chladicí stroj při zmrazení vody vykoná práci  $A_{II}$

(po dosazení rovnice (17) do vztahu (16))

$$A_{II} = m \cdot L \cdot \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right). \quad (18)$$

Celková práce  $A$  vykonaná chladicím strojem při ochlazení vody a jejím zmrazení na led je rovna součtu obou prací tj.

$$A = A_I + A_{II}, \quad (19)$$

$$A = m \cdot c \cdot T_1 \cdot \ln \frac{T_1}{T_0} - m \cdot c \cdot (T_1 - T_0) + m \cdot L \cdot \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right). \quad (20)$$

Po číselném dosazení se získa celková práce  $A = A_I + A_{II} =$

$$\underline{\underline{\dot{=} 5,4 \text{ kJ} + 32,6 \text{ kJ} \dot{=} 38,0 \text{ kJ.}}$$