

VZOR

Písemná práce z Numerických metod (v ruce)

Jméno a příjmení: Osobní číslo:

Příklad 1.

- A) Na intervalu $\langle -1; 3 \rangle$ určete řešení nelineární rovnice

$$\ln(x^2 + 1) - x^5 + e^x = 0.$$

Použijte **metodu prosté iterace**, počáteční aproximaci volte $x_0 = 1$ a v zastavovací podmínce použijte $\varepsilon = 0.01$. [5 b.]

- B) Formulujte jednu konvergenční větu pro iterační metodu pro řešení soustavy lineárních algebraických rovnic, ve které nejsou předpoklady na iterační matici metody. [5 b.]

Příklad 2.

- A) Pomocí **Nevilleova algoritmu** určete přibližnou hodnotu funkce $f = f(x)$ v bodě $\alpha = 1$. Funkce $f = f(x)$ je dána tabulkou

x_i	-1	0	2	3	4
$f(x_i)$	89	30	-46	-87	-106

[5 b.]

- B) Formulujte
1) větu o chybě Taylorova polynomu,
2) větu o chybě interpolačního polynomu.

[5 b.]

Příklad 3.

- A) Použijte opakovanou **Richardsonovu extrapolaci** pro výpočet derivace funkce $f(x) = \cos(x^2 - \ln(x))$ v bodě $x_0 = 4$ pomocí **centrální poměrné difference** s kroky $h = 0,8, 0,4, 0,2$ a $0,1$. [5 b.]

- B) Odvoďte rozvoj chyby levé poměrné difference.

[5 b.]

VZOR

Písemná práce z Numerických metod (MATLAB)

Jméno a příjmení: Osobní číslo:

Příklad 1.

- C) Pomocí **Newtonovy metody** určete všechna reálná řešení rovnice

$$x \cos(x) + e^{\sin(x)} = 0$$

na intervalu $\langle 0; 10 \rangle$. Počáteční aproximaci x_0 si zvolte tak, aby jste získali požadovaná řešení. Toleranci pro zastavení zvolte $\varepsilon = 10^{-6}$. Vypište v jaké iteraci zafungovala zastavovací podmínka $|x_k - x_{k-1}| < \varepsilon$ a v jaké iteraci zastaví algoritmus podmínka $|f(x_k)| < \varepsilon$. [5 b.]

Příklad 2.

- C) Pomocí opakované **Richardsonovy extrapolace** určete přibližnou hodnotu derivace funkce $f(x) = \cos(x^3 + 2x + 1) \cdot \ln(x^2 + 1)$ v bodě $x_0 = 1$. Napočtete tři sady výsledků pro zvolené nejhrubší kroky $h_1 = 0,5$, $h_2 = 2$ a $h_3 = 5$ a třikrát zpřesněte. Vše vypočtete pomocí **pravé, levé i centrální poměrné difference**. Porovnejte přesnost získaných hodnot pro předepsané volby nejhrubšího kroku. Načrtněte obrázek a okomentujte výsledky. [5 b.]

Příklad 3.

- C) Vypočtete hodnotu určitého integrálu $\int_a^b \ln(x) \cos(x) dx$ pomocí

složených Newton-Cotesových (obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovo pravidlo) a složených Gaussových vzorců (1, 2 a 3-bodové vzorce), kde interval $\langle a; b \rangle$ rozdělíte na 10 podintervalů.

Napočtete tři sady výsledků pro zvolené intervaly

- (i) $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$,
- (ii) $\langle a; b \rangle = \langle 1; 10 \rangle$,
- (iii) $\langle a; b \rangle = \langle 10; 100 \rangle$.

Porovnejte přesnost získaných hodnot pro různé intervaly.

Načrtněte obrázek a okomentujte výsledky.

[5 b.]