

Jméno a příjmení: Osobní číslo:

Příklad 1. Určete všechna řešení nelineární rovnice

$$e^{\sin(x)} \sin(e^x) = 0$$

na intervalu $\langle 0, 2 \rangle$. Uveďte metodu a zastavovací podmínku, kterou jste použili.

Dále vypište posloupnost přibližných řešení, které jste získali. Načrtněte obrázek.

[5 b.]

Příklad 2. Použijte mocninnou metodu pro určení dominantního vlastního čísla matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 40 & 10 & 20 & 5 \\ 40 & 30 & -20 & 10 \\ 20 & 10 & -30 & 20 \\ -50 & 20 & 40 & 20 \end{bmatrix}.$$

Jaký jste použili počáteční vektor? Uveďte, kolik iterací musíte provést pro Vaši volbu počátečního vektoru, pokud chcete výpočet ukončit podmínkou $|\lambda_1^{(k+1)} - \lambda_1^{(k)}| < 0,01$.

Vypište poslední 4 iterace a ověřte, zda jste vypočítali skutečné dominantní vlastní číslo.

[5 b.]

Příklad 3. Je dána funkce $f(x) = (x^2 + 2x + 3) \cdot \ln x$.

- Určete interpolační polynom procházející body $[x_i, f(x_i)]$, kde $x_i = 1, 2, \dots, 8$.
- Určete polynom stupně nejvýše 3, který je nejlepší L_2 -aproximací funkce f zadané v bodech $x_i = 1, 2, \dots, 8$.
- Určete polynom stupně nejvýše 4, který je nejlepší spojitou L_2 -aproximací funkce f zadané na intervalu $\langle 1; 8 \rangle$.

[5 b.]

Příklad 4. Pomocí centrální poměrné difference a opakované Richardsonovy extrapolace určete přibližnou hodnotu derivace funkce

$$f(x) = \ln(-x^3 + 3x - 1) \quad \text{v bodu } x_0 = 1 \quad \text{s kroky } h = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \text{ a } \frac{1}{8}.$$

Jaký je výsledek po 3. korekci? Jaká je chyba přibližného výsledku?

[5 b.]

Příklad 5. Pomocí složených Gaussových kvadraturních vzorců určete přibližnou hodnotu určitého integrálu

$$\int_{0.2}^2 \sin \frac{\pi}{x} dx.$$

Interval, přes který se integruje, rozdělte na 8 podintervalů a napište výsledky (i jejich chyby) získané pomocí složeného jedno-, dvou- a třibodového Gaussova kvadraturního vzorce. Nakreslete graf integrované funkce na intervalu, přes který se integruje.

[5 b.]