

POJISTNÁ MATEMATIKA

Srovnání výpočtu klasického životního pojištění s novými produkty na trhu

Diplomová práce

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji RNDr. Františku Čámskému za vedení diplomové práce a čas strávený při konzultacích.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji Mgr. Brigitě Mackovčínové z firmy A.I.S. software za odborné konzultace z oblasti životního pojištění.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně, pouze za odborného vedení RNDr. Františka Čámského. Dále prohlašuji, že veškeré podklady, ze kterých jsem čerpala, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Brně 20.května 2006

Kateřina Čierniková

Obsah

1	ZÁKLADNÍ POJMY	5
1.1	ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ	5
1.1.1	Základní pojmy životního pojištění	6
1.2	MODELOVÁNÍ ÚMRTNOSTI	8
1.2.1	Délka života	8
1.2.2	Celočíselná délka života	11
1.3	ÚMRTNOSTNÍ TABULKY	12
1.3.1	Funkce v úmrtnostní tabulce	12
1.4	PRINCIP EKVIVALENCE	14
1.4.1	Počáteční hodnota pojištění	16
1.4.2	Přístup pomocí komutačních čísel	16
2	KLASICKÝ MODEL	18
2.1	ZÁKLADNÍ RYSY	18
2.2	KAPITÁLOVÉ ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ	18
2.3	SMÍŠENÉ POJIŠTĚNÍ	18
2.4	POJIŠTĚNÍ DOČASNÉHO DŮCHODU	20
2.5	KALKULACE POJISTNÉHO	20
2.5.1	Běžné nettopojistné pro smíšené pojištění	21
2.5.2	Bruttopojistné	22
2.6	REZERVA POJISTNÉHO ŽIVOTNÍCH POJIŠTĚNÍ	23
2.6.1	Nettorezerva	24
2.6.2	Bruttorezerva	25
3	ÚČTOVÉ ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ	27
3.1	ROZDÍLY OPROTI KLASICKÉMU ŽIVOTNÍMU POJIŠTĚNÍ	27
3.2	ÚROČENÍ STAVU ÚČTU	28
3.3	KALKULACE POJISTNÉHO	28
3.4	STAV ÚČTU PO ODEČTENÍ MĚSÍČNÍCH SRÁŽEK	29
3.4.1	Rizikové pojistné za smrt	29
3.4.2	Počáteční nesplacené náklady	29
3.4.3	Inkasní a správní náklady	30
3.5	ÚROČENÍ	31
3.6	KONEČNÝ STAV ÚČTU PO PRAVIDELNÝCH ZMĚNÁCH	31
4	MODELACE PŘÍKLADŮ	33
4.1	DEFINOVÁNÍ HODNOT JEDNOTLIVÝCH PARAMETRŮ .	33
4.2	MUŽI	34
4.2.1	Klasický model	34

4.2.2	Účtový produkt	36
4.3	ŽENY	39
4.3.1	Klasický model	39
4.3.2	Účtový produkt	42
4.4	KONEČNÉ HODNOTY A GRAFY	45
4.4.1	Muži	45
4.4.2	Ženy	47
4.5	Změny parametrů během pojištění	48
4.5.1	Pozastavení placení a storno pojistky	49
5	ZÁVĚR	50
5.1	Shrnutí výhod a nevýhod obou produktů	50
5.1.1	Pravděpodobnost úmrtí	50
5.1.2	Přehlednost	50
5.2	Zhodnocení	51
6	LITERATURA	52

ÚVOD

Vznik pojištění, ať již životního či neživotního, můžeme považovat za výsledek obav a nejistot, které od pradávna sužovaly lidstvo, za jeho snahu peněžně kompenzovat případné vzniklé ztráty. Důkazy o existenci různých druhů životního pojištění a pojištění majetku máme už ze starověku, kde u kulturních národů vznikají rozmanitá sociální zařízení, která lze považovat za předchůdce majetkových a životních pojištění. Jsou dochovány zmínky o zájmových skupinách lidí, kteří se finančně zabezpečovali pro případy invalidity, úmrtí a pohřbů. Rovněž byl dobře propracován systém financování staveb.

V šestnáctém století se zrodilo životní pojištění, jak je známe dnes. První zaznamenaná životní pojistka byla uzavřena 18. června 1583. Roku 1756 odmítli pojistit matematika Jamese Dodsona vzhledem k věku, protože v jeho 46 letech to považovali za přílišné riziko. Pustil se tedy do práce, aby vytvořil svůj vlastní pojistný plán. Musel brát v úvahu věk každého člena při vstupu do projektu a délku času, po který v něm zůstával.

Dodson studoval všechny dostupné údaje o průměrné délce života, jako náhrobky, knihy narození atd. Výsledkem jeho snah bylo vytvoření tabulek premiových sazeb. Každý by mohl nechat pojistit svůj život na určitou částku peněz a na určitý počet let. Vše, co musel klient udělat, bylo zaplatit paušální roční pojistné vypočítané podle věku a pojistného období smlouvy. Dodson rozprostřel riziko na celou skupinu a riziko klienta na období smlouvy. Vysoké náklady pojištění staršího klienta se vyrovnaly nižšími náklady, když šlo o klienta mladšího. Tím byl v podstatě položen základ životního pojištění.

Pojišťovnictví patří bezesporu ke klíčovým oblastem národního hospodářství každého státu. Je důležité jak z pohledu jednotlivců, tak z pohledu globálního. Na finančním a investičním trhu představuje konkurenta nebo partnera pro bankovní sektor.

Do roku 1945 působilo v Československu více jak 700 pojišťoven a pojišťovacích spolků. V roce 1945 došlo ke znárodnění a počet pojišťoven byl omezen na pouhých pět. V roce 1948 byla pak vytvořena jediná státní pojišťovna.

V tomto období, kdy politická situace konkurenci příliš nepřála, se i pojistná matematika jevila jako zbytečná. V prostředí s jednou monopolní pojišťovnou bylo pojistné spíše intuitivně odhadováno a nadsazováno. Ke spokojenosti stačilo, aby si pojišťovna držela aktivní case flow a odváděla nezanedbatelné částky do státního rozpočtu.

Po roce 1989 se situace zásadně změnila. Ještě v roce 1990 u nás byla pouze jediná pojišťovna, ale po roce 1991, kdy došlo k vydání Zákona o pojišťovnictví, kterým byly vytvořeny podmínky pro zrušení monopolu dřívější České státní pojišťovny, došlo k prudkému nárůstu pojišťoven na českém trhu a to až k počtu 43 v roce 2002. Některé pojišťovny byly sice v souvislosti s ekonomickými problémy nuceny svoji činnost ukončit, nicméně i tak zůstala dostatečná konkurence, která umožnila nárůst rozmanitých produktů. Jedním z těchto nových produktů v rámci životního pojištění je i takzvaný produkt Úctového životního pojištění, u nás známý spíše pod názvem účtový produkt.

Cílem této práce je seznámení s oběma produkty, srovnání postupů, porovnání jednotlivých výpočtů a zhodnocení výhodnosti pro klienty s různými vstupními parametry.

1 ZÁKLADNÍ POJMY

Pojištění má ve světě plném řady nejistot a nahodilostí plnit funkci ochrany proti rizikům a eliminovat negativní finanční dopady důsledků nahodilostí. Pojištění se zabývá jevy náhodného charakteru, jejichž potencionálním důsledkem je vznik nějaké škody. Tyto se označují jako **pojistná rizika**, pokud dojde k jejich realizaci, mluvíme o **pojistné události**. V tomto případě pojišťovna podle sjednané **pojistné smlouvy** vyplácí **pojistné plnění**.

Pojišťovnictví má pak jako jedna z klíčových oblastí hospodářství každého státu především úlohy pojistné ochrany občana nebo jiného subjektu, bezporuchový chod ekonomiky a v neposlední řadě úlohu konkurenta či partnera bankovního sektoru na kapitálovém trhu. Na pojištění lze tedy pohlížet jako na přenos rizik **pojištěným** na **pojistitele**. Pojištěný přenesse potencionální důsledky svých rizik na pojistitele, který díky inkasovaném **pojistnému** je schopen převzatá rizika nejen zvládat, ale případně je učinit předmětem výnosné komerční činnosti. Typů pojistných rizik je velmi mnoho. Čistě riziko, objektivní riziko, subjektivní riziko, morální riziko a další.

Základní klasifikace pojištění může být následující. Rozlišujeme **pojištění soukromé** neboli **komerční**, **pojištění sociální** a **zdravotní**. Soukromé pojištění dělíme na pojištění osob (kapitálové životní pojištění a důchodové pojištění), pojištění majetku, pojištění odpovědnosti za škody, úrazové pojištění, soukromé zdravotní a nemocniční pojištění. Sociální pojištění zabezpečuje úhradu dávek pro případ pracovní neschopnosti, zdravotní pojištění, někdy též zařazované pod sociální, je garantováno státem. Z hlediska právního můžeme pojištění dělit na **dobrovolné** (forma pojistné smlouvy) a **povinné**, a to **povinné smluvní pojištění** (podmínka vykonávání určité činnosti) nebo **zákonné pojištění**, jehož povinnost ukládá stát, nesjednává se pojištná smlouva.

1.1 ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ

Soukromé životní pojištění můžeme pokládat v podstatě za pojištění osob, které se obvykle vyznačuje dlouhodobější pojistnou smlouvou, která má zajistit finanční podporu v případě ztráty příjmu v důsledku smrti živitele rodiny, v důsledku invalidity a podobně. Právě délka pojištění představuje základní rozdíl mezi životním a neživotním pojištěním.

Životní pojištění, jak už název napovídá, se uzavírá na život konkrétní **osoby**, **osoby pojištěné na život**. Na samém začátku jednání musí být proto jme-

novitě uvedena osoba, na jejíž život má být pojistka uzavřena. Tato se nazývá **pojištěný**. V rámci pojištění osob rozlišujeme **pojištění pro případ smrti** - rizikové životní pojištění. Pojistnou událostí je smrt pojištěného. Dále **pojištění pro případ dožití**, kde pojistnou událostí je dožití sjednaného věku pojištěného, **smíšené pojištění** - kombinace dvou předešlých, pojistnou událostí je smrt, případně dožití určeného věku pojištěného a **důchodové pojištění**, speciální případ pojištění pro případ dožití s pravidelně se opakujícím pojistným plněním ve formě výplaty důchodu.

Směrnice EU člení životní pojištění na následující odvětví: **kapitálové životní pojištění** - klasické (neinvestiční) pojištění pro případ dožití, pojištění pro případ smrti a smíšené pojištění včetně pojištění s výhradou vrácení pojistného, **životní pojištění ve prospěch dětí** - pojištění s pevnou dobou výplaty prodávané pod označením studijní pojištění, svatební pojištění apod., **důchodové pojištění** - soukromé pojištění starobních pozůstalostních a invalidních důchodů, **investiční životní pojištění** - pojištění spojené s účastí klienta na investičním riziku životní pojišťovny, **přípojištění k životním pojištěním** - úrazové, invalidní a nemocenské přípojištění (včetně přípojištění vážných onemocnění) a další.

Jiné členění pojištění vychází z toho, zda pojistný produkt obsahuje či neobsahuje spořivou - investiční složku vytvářenou z pojistného. Můžeme rozlišovat **rezervotvorné životní pojištění** a **nerezervotvorné životní pojištění**.

1.1.1 Základní pojmy životního pojištění

Účastníci pojištění osob se označují následujícím způsobem: **Pojistitel** je provozovatel pojištění, tedy většinou pojišťovna, **pojistník** je fyzická nebo právnická osoba, která s pojistitelem uzavřela pojistnou smlouvu a má povinnost platit pojistné, **pojištěný** (též **pojištěnec**, **účastník**) je fyzická osoba, na jejíž život a zdraví je pojištění sjednáno (pojištěný je nositelem pojistného zájmu), **oprávněná osoba** (též obmyšlený) je fyzická nebo právnická osoba, která má právo na výplatu pojistného plnění v případě smrti pojištěného, tedy o oprávněné osobě má smysl mluvit jen u pojistných produktů s pojistným plněním v případě smrti. Oprávněná osoba může být explicitně stanovena pojistníkem při uzavření pojistné smlouvy. V opačném případě stanovuje §5, odstavec 2 a 3 zákona č.37/2004 Sb., o pojistné smlouvě a o změně souvisejících zákonů, ze dne 17.12.2003 (dříve tak stanovil občanský zákoník) následující pořadí: 1.manžel(ka) pojištěného, není-li 2. děti pojištěného, není-li 3. rodiče pojištěného, není-li jich 4. osoby, které žily s pojiště-

ným ve společné domácnosti po dobu nejméně jednoho roku před jeho smrtí a které z tohoto důvodu pečovaly o společnou domácnost nebo byly odkázány výživou na pojištěného, není-li těchto 5. dědici pojištěného. Pojistník, pojištěný a oprávněná osoba mohou být případně tatáž osoba.

Pojistné plnění může být: jednorázově vyplacená pojistná částka (v kapitálovém životním pojištění) nebo pravidelné splátky (důchod) v důchodovém pojištění nebo případně v některých pojistných produktech při rozložení jednorázové pojistné částky do anuit na přání klienta; přitom se především rozlišuje **životní důchod**, kdy každá další výplata důchodu je podmíněna tím, že pojištěný je naživu, a **jistý důchod**, který se vyplácí ve stanovenou dobu bez této podmínky.

Pojistné plnění můžeme klasifikovat: **jednorázové pojistné** - zaplatí se najednou při uzavření smlouvy, **běžné pojistné** - platí se opakovaně, a to obvykle v pravidelných pojistných obdobích splátkami stejné výše (většinou pojišťovny zohledňují určitým zvýhodněním placení pojistného dopředu za delší pojistné období). Moderní pojišťovnictví však u řady pojistných produktů připouští flexibilní běžné pojistné s pohyblivou frekvencí a výší plateb včetně prázdnin v placení pojistného. **Nettopojistné**, takzvané **ryzí pojistné** - je vypočteno tak, aby v průměru pojišťovně pokrylo vyplácená pojistná plnění. **Bruttopojistné**, jinak také **hrubé pojistné**, **tarifní pojistné**, je netto pojistné rozšířené o složky na pokrytí správních nákladů pojistitele a případných nepříznivých škodných výchylek formou bezpečnostní přírážky. **Valorizované pojistné** - jedná se o pojistné navyšované v důsledku vývoje inflace, motivací je snaha co nejvíce přiblížit budoucí hodnotu pojistného plnění hodnotě pojistné částky či důchodu při sjednání pojištění.

V sazebníku životního pojištění pro určení výše pojistného pro jednotlivé produkty pojišťovny obvykle zohledňují:

Pohlaví pojištěného - v důsledku toho, že ve všech vyspělých zemích je úmrtnost žen prakticky v celém věkovém spektru nižší než úmrtnost mužů, promítá se tento fakt samozřejmě do rozdílných sazeb pojistného pro muže a ženy.

Vstupní věk pojištěného - v České republice se většinou stanovuje jednotlivě jako rozdíl kalendářního roku uzavření pojištění a roku narození pojištěného (např. pojištěný narozený 4. listopadu 1950, který uzavřel pojištění dne 6. února 1998, má vstupní věk $1998 - 1950 = 48$ let, i když z čistě matematického hlediska je v okamžiku uzavření pojištění jeho věk jen $47 \frac{1}{4}$ let).

U dětí před dovršením 18-ti let se bere věk skutečný.

Podle **pojistné doby** můžeme rozlišit pojištění na **dočasné pojištění**, **doživotní pojištění** a **pojištění s odkladem**. U dočasného pojištění je jeho pojistná doba předem smluvně omezena (např. pojištění pro případ smrti sjednané ve věku 50 let na dobu 10 let pokrývá riziko smrti jen po tuto smlouvenou dobu, takže při úmrtí ve věku 51 let pojišťovna již pojistnou částku nevyplatí). V případě doživotního pojištění není pojistná doba smluvně omezena, to znamená, že například u pojištění doživotního důchodu pojišťovna vyplácí důchod až do smrti pojištěného. U pojištění s odkladem je výplata pojistného plnění odložena o sjednanou dobu.

Pojistně-technická úroková míra je úroková míra, kterou životní pojišťovna používá nejen pro kalkulaci pojistného. Tato úroková míra je zahrnována do pojistné sazby produktu a představuje takové zhodnocení rezerv pojistného, na které má klient smluvní nárok, i když skutečné zhodnocení bývá mnohem vyšší.

Podíl na zisku je rozdělení zisku životní pojišťovny jejím klientům. Zisk pojišťovny dosahuje zejména díky rozdílu mezi skutečným a kalkulovaným stavem příslušných parametrů - zhodnocení rezerv, úmrtnost, správní náklady pojišťovny.

1.2 MODELOVÁNÍ ÚMRTNOSTI

Kombinaci finanční a pojistné matematiky využívá matematika životního pojištění k modelování úmrtnosti, neboť pojistná událost v rámci pojištění osob spočívá v úmrtí nebo dožití se určitého věku.

Úmrtnost lze z matematicko-pojistného hlediska formulovat následujícím způsobem. Rozlišujeme zde dva stavy označované jako **naživu** a **zemřelý**, přičemž se o stavu u každého pojištěného dá jednoznačně rozhodnout. Změna mezi těmito dvěma stavy se nazývá **úmrtí** a může nastat pouze jedním směrem. Okamžik úmrtí je náhodný a nezvratný, může být popsán pomocí pravděpodobnostních nástrojů. Pomocí těchto nástrojů může být vytvořen pravděpodobnostní model úmrtnosti.

1.2.1 Délka života

Model úmrtnosti lze založit na náhodné veličině T_0 , která představuje **délku života** právě narozeného člověka. Tedy období mezi věkem 0 a úmrtím. Jedná

se o délku života lidí, takže se $\mathbf{T}_0$ měří obvykle v rocích s tím, že může nabývat i neceločíselných hodnot na spojitě časové ose. Mluvíme o spojitě náhodné veličině. Neboť s $\mathbf{T}_0$ souvisí náhodné veličiny představující budoucí délku života v obecném věku x , je představa, na níž je založen model úmrtnosti, zřejmá. A to: pokud vybereme jednoho jedince z velké skupiny x -letých, pak jeho budoucí délka života není sice známa, ale lze na ni pohlížet jako na náhodnou veličinu s odhadnutelným pravděpodobnostním rozdělením. Pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny se většinou popisuje pomocí distribuční funkce. V tomto případě

$$F_0(t) = P(\mathbf{T}_0 \leq t) \quad (1.1)$$

Vzhledem ke spojitosti náhodné veličiny $\mathbf{T}_0$ ovšem platí $P(\mathbf{T}_0 \leq t) = P(\mathbf{T}_0 < t)$. Někdy se vedle předchozí distribuční funkce délky života zavádí také **funkce přežití** jako

$$S_0(t) = P(\mathbf{T}_0 > t) = 1 - F_0(t). \quad (1.2)$$

Pro pojištění osob jsou zajímavější náhodné veličiny $\mathbf{T}_x$ představující **budoucí délku života ve věku x** za podmínky, že daný jedinec se dožil věku x . V důsledku této podmínky nelze pravděpodobnostní rozdělení $\mathbf{T}_x$ jednoduše založit na vztahu $\mathbf{T}_x = \mathbf{T}_0 - x$, ale je nutné **distribuční funkci délky života ve věku x** počítat pomocí podmíněné pravděpodobnosti:

$$\begin{aligned} F_x(t) &= P(\mathbf{T}_x \leq t) = P(\mathbf{T}_0 \leq x + t | \mathbf{T}_0 > x) = \\ &= \frac{P(x < \mathbf{T}_0 \leq x + t)}{P(\mathbf{T}_0 > x)} = \frac{F_0(x + t) - F_0(x)}{1 - F_0(x)} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Obdobně pro **funkci přežití ve věku x** platí:

$$\begin{aligned} S_x(t) &= P(\mathbf{T}_x > t) = P(\mathbf{T}_0 > x + t | \mathbf{T}_0 > x) = \\ &= \frac{P(\mathbf{T}_0 > x + t)}{P(\mathbf{T}_0 > x)} = \frac{S_0(x + t)}{S_0(x)}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Z důvodu komplikovanosti a zdoluhavosti práce s distribučními funkcemi zavádíme v matematice životního pojištění na základě distribučních funkcí některé zjednodušující symboly. A to :

- **pravděpodobnost úmrtí ve věku x** , je to pravděpodobnost toho, že jedinec, který je naživu ve věku x , zemře před dosažením věku $x+1$:

$$q_x = F_x(1) = P(\mathbf{T}_x \leq 1); \quad (1.5)$$

- **pravděpodobnost dožití ve věku x** je pravděpodobnost toho, že jedinec, který je naživu ve věku x , se dožije věku $x+1$:

$$p_x = S_x(1) = P(\mathbf{T}_x > 1); \quad (1.6)$$

- pravděpodobnost toho, že jedinec, který je naživu ve věku x , zemře před dosažením věku $x+t$:

$${}_tq_x = F_x(t) = P(\mathbf{T}_x \leq t); \quad (1.7)$$

- pravděpodobnost toho, že jedinec, který je naživu ve věku x , se dožije věku $x+t$:

$${}_tp_x = S_x(t) = P(\mathbf{T}_x > t); \quad (1.8)$$

- pravděpodobnost toho, že jedinec, který je naživu ve věku x , zemře ve věku $x+s$:

$${}_sq_x = F_x(s+1) - F_x(s) = P(s < \mathbf{T}_x \leq s+1); \quad (1.9)$$

- pravděpodobnost toho, že jedinec, který je naživu ve věku x , se dožije věku $x+t$, ale zemře před dosažením věku $x+s+t$:

$${}_s|{}_tq_x = F_x(s+t) - F_x(s) = P(s < \mathbf{T}_x \leq s+t); \quad (1.10)$$

Mezi výše uvedenými symboly platí řada vztahů :

$${}_{s+t}p_x = {}_sp_x \cdot {}_tp_{x+s}; \quad (1.11)$$

$${}_{s+t}q_x = 1 - (1 - {}_sq_x) \cdot (1 - {}_tq_{x+s}); \quad (1.12)$$

$${}_s|{}_tq_x = {}_sp_x \cdot q_{x+s}, \quad {}_s|{}_tq_x = {}_sp_x \cdot {}_tp_{x+s}; \quad (1.13)$$

tyto vztahy plynoucí z vlastností podmíněných pravděpodobností mají logickou interpretaci. Např.: podle (1.11) znamená přežití z věku x do věku $x+s+t$ totéž jako přežití z věku x do věku $x+s$ a následné přežití z věku $x+s$ do věku $x+s+t$, přičemž důkaz lze např. založit na vztahu $P(\mathbf{T}_x > s+t) =$

$P(\mathbf{T}_x > s) \cdot P(\mathbf{T}_x > s + t | \mathbf{T}_x > s) = P(\mathbf{T}_x > s) \cdot P(\mathbf{T}_{x+s} > t)$. Speciálně pro celočíselné časy plyne z (1.11) vztah:

$${}_n p_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot \dots \cdot p_{x+n-1}; \quad (1.14)$$

Velmi důležité jsou také některé globální charakteristiky náhodné veličiny $\mathbf{T}_x$, a to především její střední hodnota označovaná jako **střední délka života ve věku x** za podmínky, že daný jedinec se dožil věku x . Tato veličina udává průměrný počet let života zbývajících jedinci ve věku x :

$${}^0 e_x = E(\mathbf{T}_x); \quad (1.15)$$

1.2.2 Celočíselná délka života

Jak již bylo dříve řečeno v praxi pojištění osob je obvykle nutné pracovat s celočíselnou délkou života. Pojistná plnění se vyplácí při dožití celočíselné pojistné doby, tedy k datu příslušného celoročního výročí, případně na konci pojistného období, v němž došlo k úmrtí, nebo při dožití se jednotlivých pojistných období v rámci důchodového pojištění a podobně. Z tohoto důvodu zavádíme náhodnou veličinu $\mathbf{K}_x$, označovanou jako **celočíselná (budoucí) délka života ve věku x** a definujeme ji jako část náhodné veličiny $\mathbf{T}_x$, tedy $\mathbf{K}_x = [\mathbf{T}_x]$. Náhodná veličina $\mathbf{K}_x$ tedy nabývá pouze diskrétních hodnot $k = 0, 1, 2, \dots$ s následujícími podrobnostmi

$$\begin{aligned} P(\mathbf{K}_x = k) &= P(k \leq \mathbf{T}_x < k + 1) = F_x(k + 1) - F_x(k) = \\ &= {}_k p_x - {}_{k+1} p_x = {}_k p_x - {}_k p_x \cdot p_{x+k} = {}_k p_x \cdot q_{x+k}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Tento vztah interpretujeme jako úmrtí x -letého ve věku $x + k$, to znamená jeho přežití z věku x do věku $x + k$ a následným úmrtím v tomto věku.

Pro praktické účely mají opět význam momenty náhodné veličiny $\mathbf{K}_x$, a to především její střední hodnota, kterou budeme označovat e_x (rozlišujeme od střední hodnoty ${}^0 e_x$ náhodné veličiny $\mathbf{T}_x$). Pro jednoduchost budeme v obou případech mluvit o **střední délce života**. Vzhledem ke spojitosti náhodné veličiny $\mathbf{T}_x$ platí $P(\mathbf{T}_x \leq t) = P(\mathbf{T}_x < t)$.

$$\begin{aligned}
e_x = E(\mathbf{K}_x) &= \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot P(\mathbf{K}_x = k) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} = \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=k}^{\infty} P(\mathbf{K}_x = j) = \sum_{k=1}^{\infty} P(\mathbf{T}_x \geq k) = \sum_{k=1}^{\infty} {}_k p_x.
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Často je také využívána aproximace, při níž se rozdělení necelé části délky života bere jako rovnoměrné na intervalu $(0,1)$:

$${}_0 e_x \approx e_x + \frac{1}{2}. \tag{1.18}$$

podrobně je

$$var(\mathbf{K}_x) = \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} - \left(\sum_{k=1}^{\infty} {}_k p_x \right)^2 \tag{1.19}$$

s aproximací

$$var(\mathbf{T}_x) \approx var(\mathbf{K}_x) + \frac{1}{12} \tag{1.20}$$

1.3 ÚMRTNOSTNÍ TABULKY

Úmrtnostní tabulky jsou základním nástrojem matematiky životního pojištění. Reprezentují model úmrtnosti z části (2) - modelování úmrtnosti. V praxi se většinou používají úplné úmrtnostní tabulky.

Základem pro výpočet jednotlivých funkcí uváděných v úmrtnostní tabulce jsou pravděpodobnost úmrtí ve věku x značené jako q_x a pravděpodobnost dožití ve věku x značené jako $p_x = 1 - q_x$. Konstrukce pravděpodobností q_x a p_x vychází z příslušných úmrtnostních dat.

1.3.1 Funkce v úmrtnostní tabulce

POČTY DOŽÍVAJÍCÍCH SE

Počet dožívajících se věku x : označení l_x . Zvolíme libovolné přirozené číslo l_0 nazývané kořen úmrtnostní tabulky a pro jednotlivá přirozená x definujeme posloupnost l_x jako:

$$l_x = l_0 \cdot {}_x p_0. \tag{1.21}$$

Z (1.11) pro libovolné přirozené číslo n plyne vztah $_{x+n}p_0 = {}_x p_0 \cdot {}_n p_x$, po vynásobení tohoto vztahu kořenem l_0 dostaneme

$$l_{x+n} = l_x \cdot {}_n p_x \quad (1.22)$$

Odtud pro $n = 1$ možnost rekurentního výpočtu posloupnosti l_x z kořene l_0

$$l_{x+1} = l_x \cdot p_x, \quad (1.23)$$

ale také vzorec pro pravděpodobnost dožití z věku x do věku $x + n$

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}. \quad (1.24)$$

POČET ZEMŘELÝCH VE VĚKU x

Počet zemřelých ve věku x : značíme d_x , definováno jako:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (1.25)$$

a platí vztah

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \quad \text{obecněji} \quad {}_n q_x = \frac{d_{x+n}}{l_x}. \quad (1.26)$$

POČET LET PROŽITÝCH VE VĚKU x , POČET ZBYLÝCH LET ŽIVOTA JEDINCŮ VE VĚKU x

Počet let prožitých ve věku x : značíme L_x , je střední počet "člověkoroků", které ve věku x celkem prožije l_x jedinců. Kromě hodnoty L_0 používáme aproximaci:

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2}d_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}. \quad (1.27)$$

Počet zbylých let života jedinců ve věku x : značíme T_x , označuje střední počet "člověkoroků", které do konce života ještě prožije l_x jedinců z úmrtnostní tabulky. Podle předchozího je zřejmé, že

$$T_x = L_x + L_{x+1} + \dots \quad (1.28)$$

1.4 PRINCIP EKVIVALENCE

Požadavek pojišťoven na vyrovnanost příjmů a výdajů je základní princip, na němž jsou postaveny veškeré pojistně-matematické výpočty jak v životním tak i v neživotním pojištění. Tento princip nazýváme ***princip ekvivalence***. Je to teoretické východisko, v praxi však, například u životního pojištění, skutečné příjmy obvykle přesahují výdaje. Takto vzniklý zisk pojišťovna z části odčerpává a převádí nazpět klientům ve formě podílů na zisku.

Při výpočtech prováděných pojišťovnou v rámci principu ekvivalence musí pojišťovna při výpočtu ceny životního pojištění odhadnout budoucích příjmy a výdaje a přitom zohlednit zejména ***aspekty časového rozložení příjmů a výdajů*** a ***náhodný charakter finančních toků*** v rámci pojištění.

Časové rozložení příjmů a výdajů se často týká velmi dlouhých časových horizontů. Mluvíme o ***časové hodnotě peněz***. Za tímto účelem se volí postup, při němž se finanční toky rozložené v čase vztáhnou diskontováním do jejich ***součastné hodnoty*** nebo úročením do jejich ***koncové hodnoty***. V případě životního pojištění se převážně počítá součastná hodnota vždy v okamžiku uzavření příslušného pojištění, a diskontuje se s použitím diskontního faktoru

$$\nu = \frac{1}{1+i}, \quad (1.29)$$

kde i je zvolená pojistně-technická úroková míra. Výpočet počáteční hodnoty s konkrétní diskontovanou částkou S o n roků zpět je pak

$$S \cdot \nu^n, \quad (1.30)$$

zatímco v případě úročení částky P o n roků vpřed při výpočtu koncové hodnoty použijeme vzorec

$$P \cdot (1+i)^n. \quad (1.31)$$

Náhodný charakter finančních toků rozlišujeme jak na straně pojistného plnění - dožití další výplaty životního důchodu, to není v žádném případě jisté, tak na straně pojistného - placení pojistného, to obvykle končí s úmrtím klienta. Tyto komplikace se většinou řeší použitím ***očekávaných hodnot***, tedy středními hodnotami příslušných náhodných veličin. Souhrn těchto dvou aspektů znamená, že pojišťovny oceňují své budoucí příjmy a výdaje zejména

pomocí očekávaných počátečních hodnot. Princip ekvivalence se pak konkretizuje do tvaru

$$\begin{aligned} &\text{očekávaná počáteční hodnota pojistného} = \\ &= \text{očekávaná počáteční hodnota pojistného plnění.} \end{aligned} \quad (1.32)$$

Je jasné, že spolehnout se pouze na tuto rovnost by mohlo být pro pojišťovnu velmi riskantní, neboť realizované hodnoty se mohou výrazně lišit od kalkulovaných středních hodnot. Proto jsou výpočty založené na této rovnosti spojeny s pojistně-technickým rizikem pojistitele. Pro výpočet tohoto rizika se vedle středních hodnot zkoumá i pravděpodobnostní rozdělení jednotlivých náhodných veličin, tedy pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny představující počáteční hodnotu pojistného plnění a počáteční hodnotu pojistného a rozdělení jejich sdružení. Tento postup je velmi obtížný a v praxi se redukuje v nejlepším případě na výpočet směrodatné odchylky náhodné veličiny, která představuje počáteční hodnotu pojistného plnění. Tuto směrodatnou odchylku považujeme za číselné ocenění pojistně-technického rizika pojistitele a často se nazývá ***rizikem pojištění***.

Je třeba ještě zmínit důležitost pojistně-technické úrokové míry i pro všechny pojistně-matematické výpočty. Pojišťovny garantují svým klientům zúročení jejich kapitálu v této výši. Vzhledem k tomu, že velikost pojistně-technické úrokové míry velmi ovlivňuje veškeré výpočty, je volena na základě kompromisu, zohledňujícího také konkurenční tlaky. Pokud je hodnota i malá, pak vzhledem k relativně velké počáteční hodnotě pojištění, může nastat situace, že produkty pojišťovny budou ve srovnání s konkurencí drahé. Naopak pro velké hodnoty i může být objem skutečně inkasovaného pojistného tak malý, že pojišťovna se může dostat do problémů při vytváření rezerv pojistného a v důsledku toho do problémů se solventností.

Pomocí rozdílu mezi počáteční hodnotou pojistného plnění a počáteční hodnotou pojistného můžeme definovat náhodnou veličinu u , na kterou pohlížíme jako na ztrátu - případně zisk pojišťovny. Tedy pomocí rovnice (1.32)

$$E(u) = 0. \quad (1.33)$$

Zobecněním dostáváme

$$E\{L(u)\} = 0, \quad (1.34)$$

kde $L(\cdot)$ je vhodně zvolená ***ztrátová funkce***.

1.4.1 Počáteční hodnota pojištění

Podle předchozí kapitoly se termínem počáteční hodnota pojištění označuje očekávaná počáteční hodnota příslušného pojistného plnění. Postup při výpočtu u dočasného pojištění pro případ smrti můžeme rozdělit do několika následujících kroků:

1. pomocí vzorce (1.29) a (1.30) vypočteme počáteční hodnotu částky S vyplacené na konci n -tého roku s pojistně-technickou úrokovou mírou i . K její výplatě ovšem dojde pouze, pokud pojištěný zemře před n -tým rokem.
2. výpočet pravděpodobnosti úmrtí x -letého pojištěného před n -tým rokem pomocí (1.13). Pojišťovna tedy očekává výplatu pojistek podobného typu ve výši

$$S \cdot {}_s|q_x = S \cdot {}_s p_x \cdot q_{x+s}. \quad (1.35)$$

3. výpočet očekávané počáteční hodnoty částky S vyplacené na konci n -tého roku je $S \cdot {}_s|q_x \cdot \nu^n = S \cdot {}_s p_x \cdot \nu^n$. Počáteční hodnota uvažovaného pojištění ovšem musí počítat se všemi možnými alternativami úmrtí pojištěného během n -let, tedy možnosti pojistného plnění, když dojde k úmrtí v prvním, druhém, případně n -tém roce. Tedy

$$S \cdot ({}_0|q_x \cdot \nu + {}_1|q_x \cdot \nu^2 + \cdots + {}_{n-1}|q_x \cdot \nu^n) \quad (1.36)$$

1.4.2 Přístup pomocí komutačních čísel

Setrváme-li u dočasného pojištění pro případ smrti, pak počáteční hodnotu pojištění (1.36) lze pomocí (1.26) přepsat do tvaru

$$S \cdot \frac{d_x \nu + d_{x+1} \nu^2 + \cdots + d_{x+n-1} \nu^n}{l_x}. \quad (1.37)$$

Toto vyjádření má tu výhodu, že abstraktní úmrtí a dožití jsou nahrazeny konkrétními počty zemřelých a dožívajících (závislé na volbě úmrtnostní tabulky). To je jeden z důvodů, proč je v praxi životního pojištění tento přístup založený na principu **fiktivního souboru** tak oblíbený. Výraz (1.37) můžeme interpretovat následovně: počáteční hodnota uvažovaného pojištění zahrnuje výplatu částky S každému z těch pojištěných (přesněji oprávněným osobám), kteří zemřeli ve věku x , dále výplatu stejné částky každému z těch pojištěných, kteří zemřeli ve věku $x + 1, \dots$ až konečně výplatu též

částky každému z těch pojištěných, kteří zemřeli ve věku $x+n$. Příslušné hodnoty je nutné diskontováním vztáhnout k okamžiku uzavření pojištění a poté rozdělit rovným dílem mezi pojištěné uzavírající toto pojištění ve věku x . Vzhledem k tomuto dělení je eliminována skutečnost, že počet pojištěných, kteří uzavřeli dané pojištění ve věku x , nebude v praxi určitě roven hodnotě l_x z použité úmrtnostní tabulky.

V praxi je možno výhodně kombinovat dekrementní a finanční instrumenty formou takzvaných **komutačních čísel**. Předchozí výraz můžeme upravit

$$S \frac{d_x \nu + d_{x+1} \nu^2 + \dots + d_{n-1} \nu^n}{l_x} = S \frac{C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1}}{D_x} = S \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}, \quad (1.38)$$

kde jsme položili $D_x = l_x \nu^x$, $C_x = d_x \nu^{x+1}$, $M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots$. Tyto hodnoty jsou příkladem komutačních čísel, které pojišťovny používají prakticky pro všechny výpočty v oblasti životního pojištění. Komutační čísla rozlišujeme na komutační čísla **nultého**, **prvního** a **druhého řádu**.

Nultý řád:

$$D_x = l_x \nu^x \quad (\text{diskontovaný počet dožívajících se věku } x) \quad (1.39)$$

$$C_x = d_x \nu^{x+1} \quad (\text{diskontovaný počet zemřelých ve věku } x) \quad (1.40)$$

První řád:

$$N_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} D_{x+j} = D_x + D_{x+1} + \dots, \quad (1.41)$$

$$M_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} C_{x+j} = C_x + C_{x+1} + \dots, \quad (1.42)$$

Druhý řád:

$$S_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} N_{x+j} = N_x + N_{x+1} + \dots, \quad (1.43)$$

$$R_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} M_{x+j} = M_x + M_{x+1} + \dots \quad . \quad (1.44)$$

2 KLASICKÝ MODEL

2.1 ZÁKLADNÍ RYSY

Klasický model výpočtu životního pojištění je založen na klasické pravděpodobnosti úmrtí, dožití a úmrtnostních tabulkách. Spojením obou dostáváme pro jednotlivé typy pojištění vzorce, ze kterých na základě počátečních předpokladů a podmínek provádíme výpočty pojistného. U takto kalkulovaného produktu nese riziko pojišťovna, rezervy jsou vedeny kolektivně. Sledujeme postupný nárůst nettorezervy, která na konci pojistné doby pro případ dožití, dosáhne výše pojistné částky.

2.2 KAPITÁLOVÉ ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ

Kapitálové životní pojištění se dělí na pojištění pro případ dožití, pojištění pro případ smrti, pojištění pro případ dočasné smrti a smíšené pojištění, které obsahuje kombinaci pojištění pro případ smrti a dožití. Pojistné u kapitálového životního pojištění lze podle způsobu použití přijatého pojistného k zabezpečení pojistného plnění pojistitele rozdělit na dvě složky: *rizikové pojistné*, které tvoří tu část nettopojistného, kde se hodnota pravděpodobnosti pojistné události po dobu trvání pojištění v čase výrazně nemění, kolísání kolem průměru není v čase příliš významné a tato část pojistného se spotřebovává v průměru pojistného období a není z něho tvořena dlouhodobá rezerva. A *pojistné rezervotvorné*, které tvoří tu část nettopojistného, kde hodnota pravděpodobnosti pojistné události v čase roste a kdy se podstatná část pojistného ukládá do rezervy na závazky budoucích let. V dalších výpočtech se zaměřím pouze na smíšené pojištění.

Struktura hodnoty kapitálového životního pojištění:

brutto (celkové) pojistné (2.5.2)		
netto(ryzí) pojistné (2.5.1)		správní náklady (2.5.2)
rezervotvorné (spořivá) složka (2.6)	riziková složka (1.2.1)	správní náklady

2.3 SMÍŠENÉ POJIŠTĚNÍ

U tohoto typu pojištění pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku na smrt na konci pojistného roku, v němž osoba pojištěná ve věku x zemře, ale nejpozději při dožití konce sjednané pojistné doby n vyplatí částku na dožití (tedy pojistná částka na smrt a na dožití se nemusí rovnat).

(1) OZNAČENÍ JEDNOTKOVÉ POČÁTEČNÍ HODNOTY: A_{xn}

(2) VÝPOČET $A_{xn}]$ POMOCÍ NÁHODNÉ VELIČINY: odpovídající náhodnou veličinu lze zvolit jako

$$\mathbf{Z} = \begin{cases} \nu^{\mathbf{K}_x+1}, & \mathbf{K}_x = 0, 1, \dots, n-1, \\ 0, & \mathbf{K}_x = n, n+1, \dots, \end{cases} \quad (2.1)$$

jejíž pravděpodobnostní rozdělení je

Hodnota $\mathbf{K}_x$	Hodnota $\mathbf{Z}$	Pravděpodobnost
0	ν	${}_0 q_x = q_x$
1	ν^2	${}_1 q_x$
2	ν^3	${}_2 q_x$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-2$	ν^{n-1}	${}_{n-2} q_x$
$n-1$	ν^n	${}_{n-1}q_x + {}_n p_x = {}_{n-1} p_x$
n		
$n+1$		
$\vdots$		

takže

$$A_{xn}] = E(\mathbf{Z}) = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k|q_x \cdot \nu^{k+1} + {}_n p_x \cdot \nu^n = \sum_{k=0}^{n-2} {}_k|q_x \cdot \nu^{k+1} + {}_{n-1}|p_x \cdot \nu^n. \quad (2.2)$$

Riziko smíšeného pojištění je vlastně výpočet směrodatné odchylky náhodné veličiny $\mathbf{Z}$, definované vztahem

$$\sigma(\mathbf{Z}) = \sqrt{\text{var}(\mathbf{Z})} = \{E(\mathbf{Z}^2) - [E(\mathbf{Z})]^2\}^{1/2} \quad (2.3)$$

kde

$$E(\mathbf{Z}) = q_x \cdot \nu + {}_1|q_x \cdot \nu^2 + \dots + {}_{n-1}|q_x \cdot \nu^n \quad (2.4)$$

a

$$E(\mathbf{Z}^2) = q_x \cdot \nu^2 + {}_1|q_x \cdot \nu^4 + \dots + {}_{n-1}|q_x \cdot \nu^{2n} \quad (2.5)$$

tedy riziko smíšeného pojištění je dáno vztahem

$$\sigma(\mathbf{Z}) = \{^2A_{xn}] - (A_{xn})^2\}^{1/2}, \quad (2.6)$$

kde ${}^2A_{xn}]$ je jako počáteční hodnota $A_{xn}]$, ale počítaná s diskontním faktorem ν^2 místo ν .

(3) VÝPOČET $A_{xn}]$ POMOCÍ KOMUTAČNÍCH ČÍSEL: Pomocí vzorců (2.2), (1.26), (1.24) a (1.40), (1.39) dostaneme výraz

$$\begin{aligned} A_{xn}] &= q_x \cdot \nu + \dots + {}_{n-1}q_x \cdot \nu^n + {}_np_x \cdot \nu^n = \\ &= \frac{d_x}{l_x} \cdot \nu + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{l_x} \cdot \nu^n + \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \nu^n = \\ &= \frac{C_x}{D_x} + \dots + \frac{C_{x+n-1}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

2.4 POJIŠTĚNÍ DOČASNÉHO DŮCHODU

Tento typ pojištění si budeme definovat hlavně z toho důvodu, že jej budeme potřebovat při odvozování běžného nettopojistného (2.5.1). Výplata životního důchodu je vázána na život pojištěného a v případě jeho smrti výplaty životního důchodu zpravidla končí. Při pojištění dočasného důchodu omezuje trvání pojištění na sjednanou pojistnou dobu n . Jednotková počáteční hodnota je v případě předlhučního důchodu

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xn}] &= \frac{l_x + l_{x+1} \cdot \nu + \dots + l_{x+n-1} \cdot \nu^{n-1}}{l_x} = \\ &= \frac{l_x \cdot \nu^x + l_{x+1} \cdot \nu^{x+1} + \dots + l_{x+n-1} \cdot \nu^{x+n-1}}{l_x \cdot \nu^x} = \\ &= \frac{D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x} = \\ &= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.5 KALKULACE POJISTNÉHO

V klasické kalkulaci životního pojištění lze z hlediska pojistného uvažovat jen následující dvě situace: **jednorázové pojistné** zaplacené při sjednání pojistné smlouvy a **běžné pojistné** placené v pravidelných splátkách stejné výše vždy na počátku pravidelných pojistných období (roků, čtvrtletí, měsíců apod.). Klient platí sjednané pojistné po stanovenou dobu placení (m), která je rovna době pojištění ($n = m$) nebo menší ($n < m$) než sjednaná doba pojištění. Pro náš modelový příklad (4) uvažujeme $n=m$. Povinnost

platit pojistné zaniká pouze při vzniku pojistné události definované v pojistných podmínkách (v tomto případě je tato skutečnost zahrnuta v kalkulaci pojistného) např. zproštění z důvodů invalidity klienta.

Již dříve jsme uvedli, že počáteční hodnota pojištění představuje jednorázové nettopojistné pro daný pojistný produkt (princip ekvivalence). Začneme tedy druhým případem - běžným pojistným, a to v nettoformě. Hledáme tedy vztah mezi výší běžného pojistného a výší pojistného plnění. Podle principu ekvivalence (1.32) musí být současná hodnota pojistného rovna současně hodnotě pojištění.

2.5.1 Běžné nettopojistné pro smíšené pojištění

V případě smíšeného pojištění vycházíme z předpokladu že jde o sloučení dočasného pojištění pro případ smrti a pojištění pro případ dožití. Běžné nettopojistné na jednotkovou pojistnou částku pro smíšené pojištění (vstupní věk pojištěného x a délku pojistné doby n) budeme značit P_{xn} .

Budeme tedy uvažovat běžné pojistné s konstantními splátkami na jednotkovou pojistnou částku. Otázkou je tedy, jak rozpočítat do takových splátek příslušnou počáteční hodnotu pojištění při respektování časové hodnoty peněz a té skutečnosti, že při úmrtí pojištěného se pojistné zpravidla přestává splácet. Pokud si uvědomíme, že v tomto případě lze pojistné považovat za důchod, který je vyplácen pojistiteli, v závislosti na životě pojištěného, je řešení překvapivě jednoduché.

Tedy běžné nettopojistné pro smíšené pojištění na jednotkovou pojistnou částku bude vypadat následovně:

$$P_{xn} = \frac{A_{xn}}{\ddot{a}_{xn}} \quad (2.9)$$

kde $\ddot{a}_{xn}$ považujeme za pojištění dočasného důchodu definované v (2.4).

Pomocí vzorců (2.7) a (2.8) můžeme tento vztah ekvivaltně rozepsat

$$\begin{aligned}
P_{xn}] &= \frac{q_x \cdot \nu + \dots +_{n-1} q_x \cdot \nu^n +_n p_x \cdot \nu^n}{\frac{l_x + l_{x+1} \cdot \nu + \dots + l_{x+n-1} \cdot \nu^{n-1}}{l_x}} = \\
&= \frac{\frac{d_x}{l_x} \cdot \nu + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{l_x} \cdot \nu^n + \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \nu^n}{\frac{l_x \cdot \nu^x + l_{x+1} \cdot \nu^{x+1} + \dots + l_{x+n-1} \cdot \nu^{x+n-1}}{l_x \cdot \nu^x}} = \frac{\frac{C_x}{D_x} + \dots + \frac{C_{x+n-1}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}}{\frac{D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x}} = \\
&= \frac{\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

2.5.2 Bruttipojistné

Bruttipojistné jsme již vymezili jako nettopojistné navýšené o složky na pokrytí správních nákladů pojistitele a případných nepříznivých škodných výchylek formou bezpečnostních přírůbků.

KLASICKÝ PŘÍSTUP KE SPRÁVNÍM NÁKLADŮM

V přístupu klasické německé školy se správní náklady začleňují do kompaktních vzorců využívaných pro výpočet výsledného bruttopojistného. Správní náklady můžeme klasifikovat následovně:

POČÁTEČNÍ JEDNORÁZOVÉ A ZÍSKATELSKÉ NÁKLADY - α : Náklady vzniklé na počátku pojištění při uzavření smlouvy (vytištění pojistné smlouvy, ...). α_1 : jsou ziskatelské náklady na provizi pojišťovacím agentům, obchodním zástupcům, makléřům a podobně. Náklady α i α_1 se obvykle počítají jako procenta z pojistné částky nebo jako procenta z ročního důchodu. Někdy se tyto náklady započítávají jako procenta ze součtu plateb bruttopojistného.

BĚŽNÉ SPRÁVNÍ NÁKLADY - β : Jedná se o každoroční náklad během trvání pojištění spojený s jeho udržováním (administrativa, korespondence, nájem budov a podobně). Tyto náklady se obvykle započítávají jako procenta z pojistné částky nebo opět jako procenta z ročního důchodu. V případě, že doba placení pojistného je kratší než pojistná doba, tak se často uvažují zvlášť běžné správní náklady β_1 během celého trvání pojištění a vedle nich též správní náklady β_2 během placení pojistného. Platí: $\beta = \beta_1 + \beta_2$.

INKASNÍ NÁKLADY - γ : Jde o náklady spojené s inkasem běžného pojistného. Většinou se započítávají jako procenta z ročního bruttopojistného,

protože souvisejí s výší částky inkasované od klienta.

NÁKLADY PŘI VÝPLATĚ DŮCHODU - δ : Tyto náklady, jak už sám název napovídá, vznikají pouze u důchodového pojištění jako náklady spojené s výplatami důchodu. Většinou se vypočítají jako procenta z ročního důchodu.

JEDNOTNÁ SPRÁVNÍ PŘÍRÁŽKA - ε : Slučuje v sobě u některých pojišťoven všechny předchozí typy správních nákladů. Vypočítá se jako procenta z bruttopojistného.

Vzorce pro výpočet bruttopojistného jsou konstruovány ze vzorců pro výpočet nettopojistného systematickým způsobem. Uvedme vzorec bruttopojistného na jednotkovou pojistnou částku pro smíšené životní pojištění s běžně placeným pojistným. Počáteční náklady α a běžné správní náklady β představují procenta z pojistné částky, takže je lze přičíst k jednorázovému nettopojistnému $A_{xn}]$, získatelské náklady α_1 a inkasní náklady γ představují procenta z bruttopojistného. Zatímco se náklady α, α_1 uplatní pouze jednorázově na začátku pojištění, náklady β a γ se každoročně opakují během celého trvání pojištění a je nutné uvažovat jejich počáteční hodnotu $\beta(\gamma) \cdot \ddot{a}_{xn}]$.

$$B_{xn}] \cdot \ddot{a}_{xn}] = A_{xn}] + \alpha + \beta \cdot \ddot{a}_{xn}] + \gamma \cdot B_{xn}] \cdot \ddot{a}_{xn}] + \alpha_1 \cdot B_{xn}] \quad (2.11)$$

$$B_{xn}] = \frac{A_{xn}] + \alpha + \beta \cdot \ddot{a}_{xn}]}{(1 - \gamma) \cdot \ddot{a}_{xn}] - \alpha_1} = \frac{P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}} + \beta}{1 - \gamma - \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \quad (2.12)$$

2.6 REZERVA POJISTNÉHO ŽIVOTNÍCH POJIŠTĚNÍ

Při výpočtu běžného pojistného jsme zatím předpokládali, že splátky jsou v čase konstantní. Jestliže odhlédneme od inflačního vývoje, zdálo by se přirozenější odhadnout předpokládané pojistné plnění na začátku každého roku a na jeho základě stanovit příslušné pojistné pro daný rok. V tomto případě mluvíme o takzvaném **přirozeném pojistném**. Toto pojištění zaplatí pojistné riziko na jeden rok dopředu, tedy na konci roku je pojistné inkasované v rámci pojistného kmene spotřebováno. V praxi je přirozené pojistné využíváno především v rámci úrazového pojištění, kde vycházíme z odhadu úrazovosti pro daný rok.

Přirozené pojistné je nepřípustné u většiny typů pojištění osob a to z důvodu, že například u smíšeného pojištění je počáteční riziko smrti malé a pojišťovna by tedy vyžadovala pouze malé pojistné částky, kdežto s postupem času se riziko zvyšuje a tím narůstá i pojistná částka, která v závěru pojistného období může dorůst až nesmyslných výšek. Proto se splátky běžného pojistného volí tak, že pojišťovna z nich vytváří postupně rezervu.

Pojistná rezerva je částka, kterou pojišťovna musí během počátku pojištění nashromáždit, aby v pozdějších letech byla schopna plnit své závazky. Podle toho zda do pojistné rezervy zahrneme správní náklady, rozlišujeme **nettorezervu** a **bruttorezervu**.

2.6.1 Nettorezerva

Pro odvození nettorezervy uvažujeme následující situaci: pojištění osoby se vstupním věkem x a pojistnou dobou n , která za roční nettopojistné P_{xn} zaručuje na konci t -tého roku pojistné plnění ve výši a_t při dožití konce t -tého roku pojištění, případně pojistné plnění b_t při úmrtí během t -tého roku.

Nettorezerva:

$${}_tV_x^{pro} = \frac{\sum_{j=t+1}^n (a_j D_{x+j} + b_j C_{x+j-1})}{D_{x+t}} - \frac{P_{xn} \sum_{j=t+1}^n D_{x+j-1}}{D_{x+t}} \quad (2.13)$$

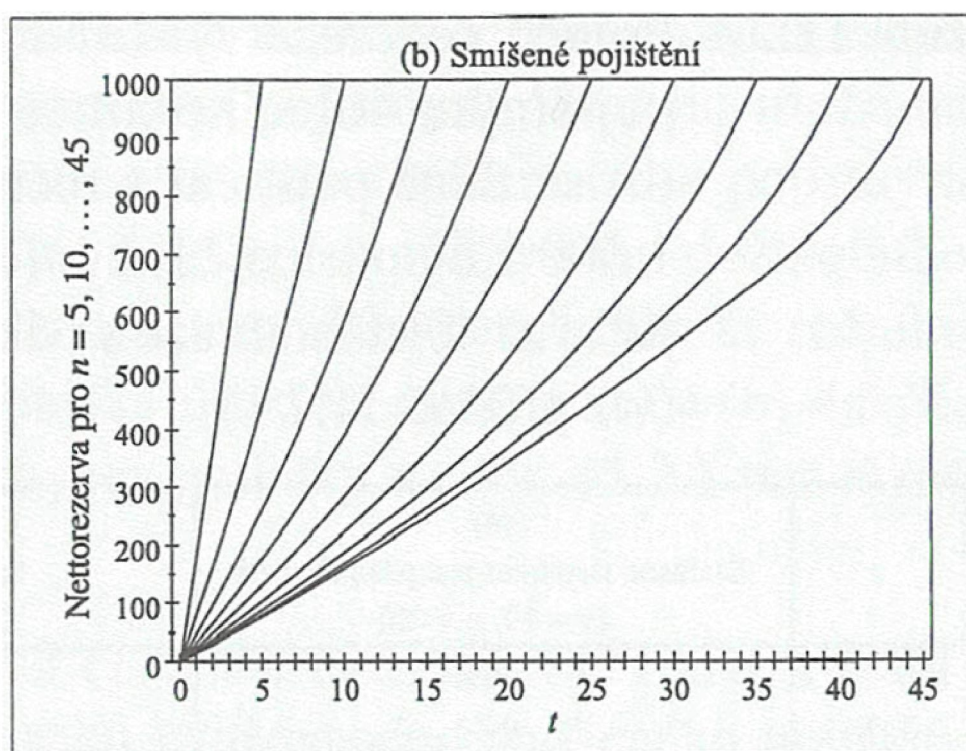
Výraz ${}_tV_x$ představuje nettorezervu nashromážděnou do konce t -tého roku uvažovaného pojištění (klademe ${}_0V_x = 0$) a můžeme ho interpretovat následovně: jedná se o rozdíl mezi pojistným plněním očekávaným v rámci uvažovaného pojištění od počátku $(t+1)$ -ního roku a diskontovaným k tomuto okamžiku na straně jedné a pojistným očekávaným v rámci uvažovaného pojištění od počátku $(t+1)$ -ního roku diskontovaným k tomuto okamžiku na straně druhé. Takto vyjádřenou nettorezervu nazýváme *prospektivním výpočtem* ve tvaru "budoucí výdaje mínus budoucí příjmy". Ekvivalentně je možné použít *retrospektivní výpočet nettorezervy* - "minulé příjmy mínus minulé výdaje"

$${}_tV_x^{retro} = \frac{P_{xn} \sum_{j=1}^t D_{x+j-1}}{D_{x+t}} - \frac{\sum_{j=1}^t (a_j D_{x+j} + b_j C_{x+j-1})}{D_{x+t}} \quad (2.14)$$

Pro jednotkovou pojistnou částku můžeme odvodit nettorezervu pro smíšené pojištění:

$${}_tV_{xn}] = A_{x+t,n-t}] - P_{xn}] \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}] = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]} = 1 - \frac{D_x}{D_{x+t}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (2.15)$$

Příklad průběhu nettorezervy:



Průběh nettorezervy: smíšené pojištění s ročním pojistným 40-ti letého muže na 5,10, ..., 45 let a na 1000 Kč pojistné částky

2.6.2 Bruttorezerva

Bruttorezerva ${}_tV_{xn}]^{brutto}$ je nettorezerva ${}_tV_{xn}]$ rozšířená o správní náklady (analogický vztah je mezi nettopojistným a bruttopojistným). Kalkulace bruttorezervy zahrnuje pravidelné úroči danou úrokovou mírou a na konci pojistné doby dosahuje výše pojistné částky.

Jestliže začleníme správní náklady do nettorezervy dostaneme pro smíšené

životní pojištění při běžně placeném pojistném vztah:

$${}_tV_{xn}]^{brutto} = (A_{x-t,n-t}] + \beta \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}] + \gamma \cdot B_{xn}] \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}] - B_{xn}] \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}, \quad (2.16)$$

použijeme-li následující vyjádření ročního bruttopojistného ve smíšeném pojištění podle vzorc (2.12)

$$B_{xn}] = P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}] + \beta + \left(\gamma + \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}] \right) \cdot B_{xn}],$$

dostaneme pro brutoorezervu následující vztah

$$\begin{aligned} {}_tV_{xn}]^{brutto} &= (A_{x-t,n-t}] + \beta \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}] + \gamma \cdot B_{xn}] \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}] - \\ &- \left(P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}] + \beta + \left(\gamma + \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}] \right) \cdot B_{xn}] \right) \cdot \ddot{a}_{x+n,n-t}] = \\ &= A_{x-t,n-t}] - P_{xn}] \cdot \ddot{a}_{x+t,n-t}] - \alpha \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]} - \alpha_1 \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]} \cdot B_{xn}] = \\ &= {}_tV_{xn}] - (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]}; \end{aligned} \quad (2.17)$$

kde výraz

$${}_tV_x^{NPN} = (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]}, \quad (2.18)$$

nazýváme též nesplacené počáteční náklady.

Tedy bruttoorezervu můžeme definovat:

$${}_tV_{xn}]^{brutto} = {}_tV_{xn}] - {}_tV_x^{NPN} \quad (2.19)$$

s předpokladem ${}_0V_{xn}] = 0$

3 ÚČTOVÉ ŽIVOTNÍ POJIŠTĚNÍ

V posledních letech se na pojistném trhu vedle klasických životních smíšených produktů s vedením rezerv objevily také smíšené životní produkty s vedením účtu, neboli účtové produkty. U těchto produktů není vedena standardně kalkulovaná rezerva, ale stav účtu vzniklý z naspořené pojistné, který se pravidelně úročí, ale zároveň je také snižován o pojistné (splátky) na rizikovou složku a splátky nesplacených nákladů. Jde o velmi variabilní pojištění, které umožňuje klientům přizpůsobovat rozsah své pojistné ochrany podle momentální životní a finanční situace. Tento produkt umožňuje pojistníkovi v průběhu platnosti pojistné smlouvy nejen modifikaci pojistného, ale také případné pozastavení placení pojistného, opětovné obnovení placení nebo ukládání dalších finančních prostředků na mimořádný účet i pro účely předplacení. V průběhu pojistky lze také vybírat uspořené prostředky. Jediným omezením je minimální pojistné vyplývající z požadovaného pojistného krytí. Účtové životní pojištění se skládá ze dvou základních složek: **spořicí**, zajišťující výplatu hodnoty účtu při dožití se daného věku, kterou budeme dále nazývat **hodnotou pojištění** a **rizikové**, zajišťující krytí rizikových složek pojistného plnění (sjednaných pojistných částek) v případě smrti, úrazu, invalidity a podobně. Stav účtu (včetně pravidelně připisovaných úroků) je pak analogií nettorezervy, zatímco bruttorezervě odpovídá stav účtu snížený o zbývající nesplacené náklady (tj. rezervu nesplacených nákladů, která je většinou vedena zvlášť). Budeme sledovat nárůst hodnoty pojištění v průběhu života pojistky. Tedy úročený stav účtu v jednotlivých letech pojištění se zohledněním postupně strhávaných srážek rizikového pojistného a nákladů.

Pojištěný má stanovenou výši pojistného v předem stanovených lhůtách, jehož minimální výše závisí na požadovaném pojistném krytí (podle přání klienta, smluvně domluvená částka). Výše lhůtního pojistného i způsob placení (lhůty) lze po domluvě v průběhu pojištění změnit.

3.1 ROZDÍLY OPROTI KLASICKÉMU ŽIVOTNÍMU POJIŠTĚNÍ

Hlavní odlišnost oproti klasickému životnímu pojištění spočívá v systému placení pojistného a čerpání naspořených prostředků. Technicky je systém řešen tak, že pravidelné splátky pojistného se připisují ve prospěch běžného individuálního účtu. Z něj se pravidelně sráží aktuální rizikové pojistné, nesplacené počáteční náklady, inkasní a správní náklady. Zůstatek účtu (včetně připisovaných úroků) pak představuje hodnotu pojištění. Souběžně s tímto běž-

ným (individuálním) účtem si klient může vést mimořádný účet, kam v případě přebytku finančních prostředků může tyto prostředky ukládat. Tento mimořádný účet se může úročit stejným nebo i jiným úrokem jako běžný účet. Pojištěný si tedy může podle svých představ korigovat objem úspor s pouze jediným omezením: nesmí dojít k vyčerpání běžného účtu aby bylo po celou dobu trvání pojištění z čeho hradit rizikové pojistné. Pojištěnému je také umožněno po dohodě s pojišťovnou změnit pojistnou částku i pojistné pro případ smrti. Pojištění je tak možno přizpůsobit aktuální životní situaci.

3.2 ÚROČENÍ STAVU ÚČTU

Stav účtu se úročí buď tradičně (v souvislosti s pojistně-technickou úrokovou mírou), kde pojišťovna úročí měsíčně jednou dvanáctinou garantované úrokové míry (buď formou jednoduchého nebo složeného úročení), nebo může být investována na základě rozhodnutí pojištěného (v tomto případě mluvíme o kombinaci účtového pojištění s investičním životním pojištěním).

3.3 KALKULACE POJISTNÉHO

Výše klientem placeného pojistného, jak již bylo uvedeno v (3.1), je v podstatě omezena jen určitou minimální hodnotou pro pojistné krytí sjednané pojistné ochrany a nákladů pojištění, tedy na rizikové pojistné, nesplacené náklady a poplatky. Pro porovnávání obou produktů v (4) zavádíme předpoklad R_{poj} (účtového produktu) = B_{xn} (klasického produktu) na jednotkovou pojistnou částku (viz (2.12)). Můžeme tedy definovat roční pojistné jako:

$$R_{poj} = B_{xn}, \quad (3.1)$$

a příslušné měsíční pojistné jako jednu dvanáctinu, tedy

$$R_{poj}/12 = B_{xn}/12. \quad (3.2)$$

Toto pojistné se ukládá na klientův účet, ze kterého si pojišťovna každý měsíc strhává pravidelně jmenované náklady a poté se účet zúročí garantovanou úrokovou mírou ($i/12$).

3.4 STAV ÚČTU PO ODEČTENÍ MĚSÍČNÍCH SRÁŽEK

3.4.1 Rizikové pojistné za smrt

Při určení rizikového pojistného pro případ smrti budeme opět vycházet z úmrtnostních tabulek, pojistně-technické úrokové míry a z pojistné částky, jako tomu bylo v případě klasického produktu. Rizikové měsíční pojistné tedy můžeme definovat

$$RP = \frac{q_x}{12} \cdot \nu^{1/12} \cdot S, \quad (3.3)$$

kde q_x je pravděpodobnost úmrtí ve věku x (viz. (1.5)), přičemž každoročně uvažujeme aktuální věk pojištěného ($x + t$, kde t jsou jednotlivé roky trvání pojištění). S je pojistná částka na smrt a ν je diskontní faktor s úrokovou mírou i (viz. (1.29)).

3.4.2 Počáteční nesplacené náklady

Počáteční nesplacené náklady jsou náklady vzniklé při založení pojištění. Jejich splácení klientem je rozpočítáno do deseti let, bez ohledu na délku trvání pojištění, kdy se postupně měsíčně strhávají z hodnoty pojištění. Rezervu nesplacených nákladů definujeme vztahem:

$${}_tV^{NPN} = \textit{coef} \cdot R_{poj} \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,10-t}}{\ddot{a}_{x,10}}, \quad (3.4)$$

kde $\textit{coef}$ je koeficient, který si pojišťovny volí fixně.

Pozn.: Pro naši potřebu (porovnání obou produktů) budeme volit $\textit{coef} = 0,9$, abychom dosáhli stejné výše nesplacených nákladů jak u klasického, tak u účtového produktu, tedy rovnosti (2.18) a (3.4). Za předpokladu (3.1) jsme $\textit{coef}$ odvodili následovně:

$$\begin{aligned} (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}}{\ddot{a}_{xn}} &= \textit{coef} \cdot R_{poj} \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}}{\ddot{a}_{x,n}} \\ \textit{coef} &= \frac{\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}}{R_{poj}} \\ \textit{coef} = \alpha + \alpha_1 &= 0,035 + 0,9 \doteq 0,9 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Nesplacené náklady klienti splácí v průběhu prvních 10-ti let trvání pojištění. Pro určení výše měsíčních splátek máme několik přístupů. Některé pojišťovny volí měsíční splátku fixně jako procento z ročního pojistného, kde v k už je zahrnuta rezerva nesplacených nákladů:

$$NPN = k \cdot R_{poj}, \quad (3.6)$$

kde $k \in (0, 12; 0, 16)$. Další přístup vychází z výše celkových nesplacených nákladů při vzniku pojištění. Splátky stejné výše jsou rovnoměrně rozděleny do deseti let. Měsíční splátky můžeme v tomto případě definovat:

$$NPN = \frac{{}_0V^{NPN}}{10} / 12, \quad (3.7)$$

nebo pojišťovny volí přístup na základě každoročně aktuální rezervy nesplacených nákladů ${}_tV^{NPN}$ rozložených do deseti let také v závislosti na aktuálním roce pojištění. Měsíční splátky v jednotlivých letech můžeme tedy definovat:

$$NPN = \frac{{}_tV^{NPN}}{\frac{10-t}{12}} \quad (3.8)$$

Pozn.: Pro porovnávání obou produktů v (4) budeme používat způsob definovaný podle (3.7), tedy postupné rozložení ${}_0V^{NPN}$ do deseti let po pravidelných měsíčních splátkách stejné výše.

3.4.3 Inkasní a správní náklady

Pojem inkasní a správní náklady můžeme definovat stejně jako v kapitole (2.5.2). Pro odvození výše jednotlivých nákladů budeme opět vycházet z klasického produktu ze vztahu pro bruttopojistné. Inkasní náklady tvoří procento z bruttopojistného, tedy za předpokladu (3.1) z ročního pojistného. Správní náklady tvoří procentní částku z pojistné částky. Pro srovnání obou produktů musíme navíc zohlednit i ostatní parametry, které parametr β v (2.12) ovlivňuje. Odpočet z účtu probíhá opět měsíčně. Výši jednotlivých měsíčních splátek můžeme definovat vztahy:
pro inkasní náklady:

$$INK = \frac{\gamma \cdot R_{poj}}{12} \quad (3.9)$$

pro správní náklady:

$$SPR = \frac{\frac{\beta}{1-\gamma-\frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{x_n}}} \cdot S}{12}, \quad (3.10)$$

kde S je pojistná částka na smrt, $\alpha, \alpha_1, \beta, \gamma$ budou nabývat stejných hodnot jako u klasického produktu.

Pozn.: pro definici INK a SPR vycházíme opět z klasického produktu. V praxi si většinou pojišťovny správní i inkasní náklady stanovují fixně jako procentní částku z ročního pojistného nebo pojistné částky na smrt.

3.5 ÚROČENÍ

Jak bylo uvedeno v odstavci (5.2) a (3.3) běžný účet se pravidelně (měsíčně) úročí garantovaným procentem $i/12$, kde i je garantovaná technická úroková míra. Toto úročení je prováděno dávkově ze strany pojišťovny. Úročení volí pojišťovny jednoduché nebo složené. V případě jednoduchého pojišťovna často na konci roku provede doúročení. Pro náš modelový příklad (4) budeme používat složené úročení běžného účtu. Úroky jsou připisovány vždy za celý měsíc, ve kterém jsou peníze uloženy u pojišťovny, tedy vždy k 1. dalšího měsíce. V systémech pojišťoven bývá uloženo datum předchozího navýšení (úročení). Podíl je připisován k menší z částek na začátku a na konci měsíce. Tedy je-li VK_m stav vkladu na počátku měsíce m a V_m podíl připsaný za daný měsíc m , pak

je-li $VK_m - VK_{m-1} \leq 0$, pak $V_m = \frac{i}{12} \cdot VK_m$,

je-li $VK_m - VK_{m-1} > 0$, pak $V_m = \frac{i}{12} \cdot VK_{m-1}$.

Pozn.: Pokud je v průběhu pojištění stav účtu po všech srážkách < 0 , neúročí se.

3.6 KONEČNÝ STAV ÚČTU PO PRAVIDELNÝCH ZMĚNÁCH

Za předpokladu měsíčně placeného pojistného vypadá pravidelný pohyb na účtu následovně. Z pojistného (3.2) pojišťovna strhne příslušné srážky (3.3), (3.7) (případně (3.6) nebo (3.8)), (3.9) a (3.10) a zbytek se zúročí garantovanou

pojistně technickou úrokovou mírou $i/12$ a připíše se k předchozímu stavu na účtu. Matematicky lze stav běžného účtu (BU) po pravidelných pohybech vyjádřit následovně:

$$\begin{aligned}
 BU &= BU' + (Rpoj/12 - (RP + NPN + INK + SPR)) \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right) = \\
 &= BU' + \left(B_{xn}/12 - \left(q_x \cdot \nu^{1/12} \cdot S + \frac{{}_0V^{NPN}}{10}/12 + \frac{\gamma \cdot Rpoj}{12} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\frac{\beta}{1-\gamma-\frac{\alpha-1}{\alpha x n}} \cdot S}{12} \right) \right) \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right),
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

kde BU' je stav běžného účtu z předchozího období.

4 MODELACE PŘÍKLADŮ

V této kapitole budeme srovnávat oba dva přístupy na konkrétních příkladech. Budeme vycházet (jak již bylo řečeno v (3.3)) z rovnosti ročního pojistného ($Rpoj$) u účtového produktu a bruttopojistného (B_{xn}) v případě klasického výpočtu. Dále také budeme uvažovat stejné hodnoty jednotlivých parametrů ($\alpha, \alpha_1, \beta, \gamma$). V případě inkasních a správních nákladů budeme pro účtový produkt používat vzorce odvozené z klasického modelu tak, jak jsme je formulovali v kapitole (3.4.3). Budeme používat složené úročení. Vycházíme z úmrtnostních tabulek mužů a žen pro Slovenskou republiku z roku 2000 (viz příloha 1,2).

4.1 DEFINOVÁNÍ HODNOT JEDNOTLIVÝCH PARAMETRŮ

$\alpha = 0,035$	$Rpoj = B_{xn}$
$\alpha_1 = 0,9$	$\nu = 0,9681$
$\beta = 0,005$	$\nu^{1/12} = 0,9973$
$\gamma = 0,05$	$i = 3,3\%^1$
$koe f = 0,9$	$i/12 = 0,275\%$
x - věk pojištěného	n - pojistná doba = 10let
t - jednotlivé roky pojištění	

Budeme porovnávat u každého produktu situaci pro muže i ženy vždy při vstupním věku 20 a 60 let, s pojistnou dobou na 10let a s pojistnou částkou na smrt 100.000,-. Nebudeme uvažovat žádné jiné okolnosti, které by mohly výpočet pojistné částky ovlivnit (kuřák, rizikové skupiny a pod.).

¹kde i je stejná pojistně-technická úroková míra jaká je použita v úmrtnostních tabulkách

4.2 MUŽI

4.2.1 Klasický model

A) muž 20let:

Počáteční hodnota pojištění:

$$\begin{aligned} A_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_{20} - M_{20+10} + D_{20+10}}{D_{20}} = \\ &= \frac{11080,1596 - 10582,3544 + 36674,1355}{51340,2817} = \\ &= 0,7240. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Běžné nettopojistné:

$$\begin{aligned} P_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} = \frac{M_{20} - M_{20+10} + D_{20+10}}{N_{20} - N_{20+10}} = \\ &= \frac{11080,1596 - 10582,3544 + 36674,1355}{1260055,5842 - 816543,5795} = \\ &= 0,0838. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Bruttopojistné:

$$\begin{aligned} B_{xn}] &= \frac{P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}} + \beta}{1 - \gamma - \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S = \\ &= \frac{0,0838 + \frac{0,035}{8,6386} + 0,005}{1 - 0,05 - \frac{0,9}{8,6386}} \cdot 100.000 = 10979,2323. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Počáteční nesplacené náklady:

$$\begin{aligned} {}_0V_x^{NPN} &= (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}] }{\ddot{a}_{xn}] } = \\ &= (0,035 + 0,9 \cdot 10979,2323) \cdot \frac{8,6386}{8,6386} = 9881,3441. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Hodnota nettorezervy i bruttorezervy se v čase postupně mění. Uvádíme zde

pouze konečné hodnoty v jednotlivých letech získané pomocí vzorců (2.15) a (2.17).

roky pojštění	bruttorezerva	nettozerva
0	-9881,3440	0,0000
1	-461,3080	8572,9167
2	9272,8256	17431,6850
3	19328,5712	26583,1435
4	29721,9510	36041,8736
5	40471,3257	45824,5849
6	51589,8822	55943,2785
7	63092,3800	66411,3865
8	74983,3321	77233,0161
9	87280,3011	88424,1506
10	100000	100000

B) muž 60let:

Počáteční hodnota pojištění:

$$\begin{aligned}
 A_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_{60} - M_{60+10} + D_{60+10}}{D_{60}} = \\
 &= \frac{6732,3127 - 4056,6161 + 5633,2884}{11013,6741} = \\
 &= 0,7544.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Běžné nettopojistné:

$$\begin{aligned}
 P_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} = \frac{M_{60} - M_{60+10} + D_{60+10}}{N_{60} - N_{60+10}} = \\
 &= \frac{6732,3127 - 4056,6161 + 5633,2884}{133811,3493 - 49146,3848} = \\
 &= 0,0981.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Bruttopojistné:

$$\begin{aligned}
 B_{xn}] &= \frac{P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}} + \beta}{1 - \gamma - \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S = \\
 &= \frac{0,0981 + \frac{0,035}{7,6872} + 0,005}{1 - 0,05 - \frac{0,9}{7,6872}} \cdot 100.000 = 12929,4735.
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

Počáteční nesplacené náklady:

$$\begin{aligned}
 {}_0V_x^{NPN} &= (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}]) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]} = \\
 &= (0,035 + 0,9 \cdot 12929,4735) \cdot \frac{7,6872}{7,6872} = 11636,5612.
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

Hodnota nettorezervy i bruttorezervy se v čase postupně mění. Uvádíme zde pouze konečné hodnoty v jednotlivých letech získané pomocí vzorců (2.15) a (2.17).

roky pojištění	bruttorezerva	nettorezerva
0	-11636,5611	0,0000
1	-2779,7991	7933,5676
2	6403,5487	16159,6790
3	16023,9133	24777,2542
4	26090,3537	33794,4080
5	36613,6304	43220,7792
6	47699,3429	53150,9601
7	59473,1354	63697,4983
8	72021,8210	74938,1577
9	85477,7155	86991,4620
10	100000	100000

4.2.2 Účtový produkt

A) muž 20let:

Roční pojistné:

$$R_{poj} = B_{xn}] = 10979,2323 \tag{4.9}$$

a odpovídající měsíční pojistné:

$$Rpoj/12 = B_{xn}/12 = 10979,2323/12 = 914,9360. \quad (4.10)$$

Počáteční nesplacené náklady:

$${}_0V^{NPN} = kof \cdot Rpoj \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,10-t}}{\ddot{a}_{x,10}} = 0,9 \cdot 10979,2323 \cdot \frac{8,6386}{8,6386} = 9881,34. \quad (4.11)$$

Měsíční splátky počátečních nesplacených nákladů po dobu deseti let:

$$NPN = \frac{{}_0V^{NPN}}{10}/12 = \frac{9881,34}{10}/12 = 82,3445. \quad (4.12)$$

Inkasní a správní náklady:

$$INK = \frac{\gamma \cdot Rpoj}{12} = \frac{0,05 \cdot 10979,2323}{12} = 45,75 \quad (4.13)$$

$$SPR = \frac{\frac{\beta}{1-\gamma-\frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S}{12} = \frac{\frac{0,005}{1-0,05-\frac{0,9}{8,6386}} \cdot 100.000}{12} = 49,26. \quad (4.14)$$

Rizikové pojistné za smrt se v průběhu pojištění mění podle aktuálního věku pojištěného a nebudeme ho zde samostatně uvádět. Použijeme ho přímo ve výpočtu.

Stav běžného účtu vždy na konci roku po pravidelných měsíčních srážkách a úročení, mimořádné vklady ani výběry neuvažujeme.

roky pojištění	hodnota na BU
0	0
1	8916,4879
2	18125,2136
3	27630,3837
4	37445,6870
5	47590,1441
6	58077,0166
7	68925,1885
8	80121,2804
9	91681,3147
10	103609,4641

B) muž 60let:

Roční pojistné:

$$Rpoj = B_{xn}] = 12929,4735 \quad (4.15)$$

a odpovídající měsíční pojistné:

$$Rpoj/12 = B_{xn}]/12 = 12929,4735/12 = 1077,4561 \quad (4.16)$$

Počáteční nesplacené náklady:

$${}_0V^{NPN} = koe f \cdot Rpoj \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,10-t}}{\ddot{a}_{x,10}} = 0,9 \cdot 12929,4735 \cdot \frac{7,6873}{7,6873} = 11636,56 \quad (4.17)$$

Měsíční splátky počátečních nesplacených nákladů po dobu deseti let:

$$NPN = \frac{{}_0V^{NPN}}{10}/12 = \frac{11636,56}{10}/12 = 96,9713 \quad (4.18)$$

Inkasní a správní náklady:

$$INK = \frac{\gamma \cdot Rpoj}{12} = \frac{0,05 \cdot 12929,4735}{12} = 53,8728 \quad (4.19)$$

$$SPR = \frac{\frac{\beta}{1-\gamma-\frac{\alpha_1}{a_{xn}}} \cdot S}{12} = \frac{\frac{0,005}{1-0,05-\frac{0,9}{7,6872}} \cdot 100.000}{12} = 50,02 \quad (4.20)$$

Rizikové pojistné za smrt se v průběhu pojištění mění podle aktuálního věku pojištěného a nebudeme ho zde samostatně uvádět. Použijeme ho přímo ve výpočtu.

Stav běžného účtu vždy na konci roku po pravidelných měsíčních srážkách a úročení, mimořádné vklady ani výběry neuvažujeme.

roky pojištění	hodnota na BU
0	0
1	8278,1429
2	16632,3502
3	25126,8869
4	33705,1842
5	42277,0436
6	50861,4492
7	59512,0602
8	68167,0508
9	76808,8423
10	85387,6091

4.3 ŽENY

4.3.1 Klasický model

A) žena 20let:

Počáteční hodnota pojištění:

$$\begin{aligned} A_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_{20} - M_{20+10} + D_{20+10}}{D_{20}} = \\ &= \frac{8384,0410 - 8244,2312 + 37196,0421}{51631,8921} = \\ &= 0,7231. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Běžné nettopojistné:

$$\begin{aligned}
 P_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} = \frac{M_{20} - M_{20+10} + D_{20+10}}{N_{20} - N_{20+10}} = \\
 &= \frac{8384,0410 - 8244,2312 + 37196,0421}{1353716,8140 - 906207,4368} = \\
 &= 0,0834.
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Bruttopojistné:

$$\begin{aligned}
 B_{xn}] &= \frac{P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}} + \beta}{1 - \gamma - \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S = \\
 &= \frac{0,0834 + \frac{0,035}{8,6673} + 0,005}{1 - 0,05 - \frac{0,9}{8,6673}} \cdot 100.000 = 10927,9951.
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Počáteční nesplacené náklady:

$$\begin{aligned}
 {}_0V_x^{NPN} &= (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}]) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]} = \\
 &= (0,035 + 0,9 \cdot 10927,9951) \cdot \frac{8,6673}{8,6673} = 9835,2306.
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Hodnota nettorezervy i bruttorezervy se v čase postupně mění. Uvádíme zde pouze konečné hodnoty v jednotlivých letech získané pomocí vzorců (2.15) a (2.17).

roky pojštění	bruttorezerva	nettorezerva
0	-9835,230584	0,0000
1	-403,4677892	8587,1926
2	9345,949428	17463,5952
3	19421,37236	26636,8112
4	29839,51459	36122,0575
5	40602,79994	45921,5411
6	51718,78562	56042,1423
7	63199,90352	66495,1798
8	75065,09947	77297,9031
9	87327,63812	88462,3888
10	100000	100000,0000

B) žena 60let:

Počáteční hodnota pojištění:

$$\begin{aligned} A_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_{60} - M_{60+10} + D_{60+10}}{D_{60}} = \\ &= \frac{6837,7646 - 5429,4804 + 8145,3087}{12988,2840} = \\ &= 0,7355. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Běžné nettopojistné:

$$\begin{aligned} P_{xn}] &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} = \frac{M_{60} - M_{60+10} + D_{60+10}}{N_{60} - N_{60+10}} = \\ &= \frac{6837,7646 - 5429,4804 + 8145,3087}{192457,9156 - 84941,6765} = \\ &= 0,0889. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Bruttopojistné:

$$\begin{aligned} B_{xn}] &= \frac{P_{xn}] + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xn}} + \beta}{1 - \gamma - \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S = \\ &= \frac{0,0889 + \frac{0,035}{8,2779} + 0,005}{1 - 0,05 - \frac{0,9}{8,2779}} \cdot 100.000 = 11659,0943. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Počáteční nesplacené náklady:

$$\begin{aligned} {}_0V_x^{NPN} &= (\alpha + \alpha_1 \cdot B_{xn}]) \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,n-t}]}{\ddot{a}_{xn}]} = \\ &= (0,035 + 0,9 \cdot 11659,0943) \cdot \frac{8,2779}{8,2779} = 10493,2198. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Hodnota nettorezervy i bruttorezervy se v čase postupně mění. Uvádíme zde

pouze konečné hodnoty v jednotlivých letech získané pomocí vzorců (2.15) a (2.17).

roky pojištění	bruttorezerva	nettorezerva
0	-10493,21984	0
1	-1204,24559	8406,8274
2	8441,489526	17136,5351
3	18370,73582	26122,8297
4	28626,73235	35404,8441
5	39262,75335	45030,7931
6	50356,84237	55071,3087
7	61912,58543	65529,6365
8	73983,7954	76454,4787
9	86652,08782	87919,7002
10	100000	100000

4.3.2 Účtový produkt

A) žena 20let:

Roční pojistné:

$$Rpoj = B_{xn}] = 10927,9951 \quad (4.29)$$

a odpovídající měsíční pojistné:

$$Rpoj/12 = B_{xn}]/12 = 10927,9951/12 = 910,6663. \quad (4.30)$$

Počáteční nesplacené náklady:

$${}_0V^{NPN} = kof \cdot Rpoj \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,10-t}}{\ddot{a}_{x,10}} = 0,9 \cdot 10927,9951 \cdot \frac{8,6673}{8,6673} = 9835,23. \quad (4.31)$$

Měsíční splátky počátečních nesplacených nákladů po dobu deseti let:

$$NPN = \frac{{}_0V^{NPN}}{10}/12 = \frac{9835,23}{10}/12 = 81,9603. \quad (4.32)$$

Inkasní a správní náklady:

$$INK = \frac{\gamma \cdot Rpoj}{12} = \frac{0,05 \cdot 10927,9951}{12} = 45,53 \quad (4.33)$$

$$SPR = \frac{\frac{\beta}{1-\gamma-\frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S}{12} = \frac{\frac{0,005}{1-0,05-\frac{0,9}{8,6673}} \cdot 100.000}{12} = 49,24. \quad (4.34)$$

Rizikové pojistné za smrt se v průběhu pojištění mění podle aktuálního věku pojištěného a nebudeme ho zde samostatně uvádět. Použijeme ho přímo ve výpočtu.

Stav běžného účtu vždy na konci roku po pravidelných měsíčních srážkách a úročení, mimořádné vklady ani výběry neuvažujeme.

roky pojištění	hodnota na BU
0	0
1	8931,5864
2	18165,8671
3	27711,0216
4	37586,3738
5	47791,3942
6	58328,3785
7	69204,2292
8	80444,4347
9	92064,4808
10	104079,7536

B) žena 60let:

Roční pojistné:

$$Rpoj = B_{xn}] = 11659,0943 \quad (4.35)$$

a odpovídající měsíční pojistné:

$$Rpoj/12 = B_{xn}]/12 = 11659,0943/12 = 971,5912 \quad (4.36)$$

Počáteční nesplacené náklady:

$${}_0V^{NPN} = koe f \cdot Rpoj \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t,10-t}}{\ddot{a}_{x,10}} = 0,9 \cdot 11659,0943 \cdot \frac{8,2779}{8,2779} = 10493,22. \quad (4.37)$$

Měsíční splátky počátečních nesplacených nákladů po dobu deseti let:

$$NPN = \frac{{}_0V^{NPN}}{10} / 12 = \frac{10493,22}{10} / 12 = 87,44 \quad (4.38)$$

Inkasní a správní náklady:

$$INK = \frac{\gamma \cdot Rpoj}{12} = \frac{0,05 \cdot 11659,0943}{12} = 48,58 \quad (4.39)$$

$$SPR = \frac{\frac{\beta}{1-\gamma-\frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{xn}}} \cdot S}{12} = \frac{\frac{0,005}{1-0,05-\frac{0,9}{8,2779}} \cdot 100.000}{12} = 49,53. \quad (4.40)$$

Rizikové pojistné za smrt se v průběhu pojištění mění podle aktuálního věku pojištěného a nebudeme ho zde samostatně uvádět. Použijeme ho přímo ve výpočtu.

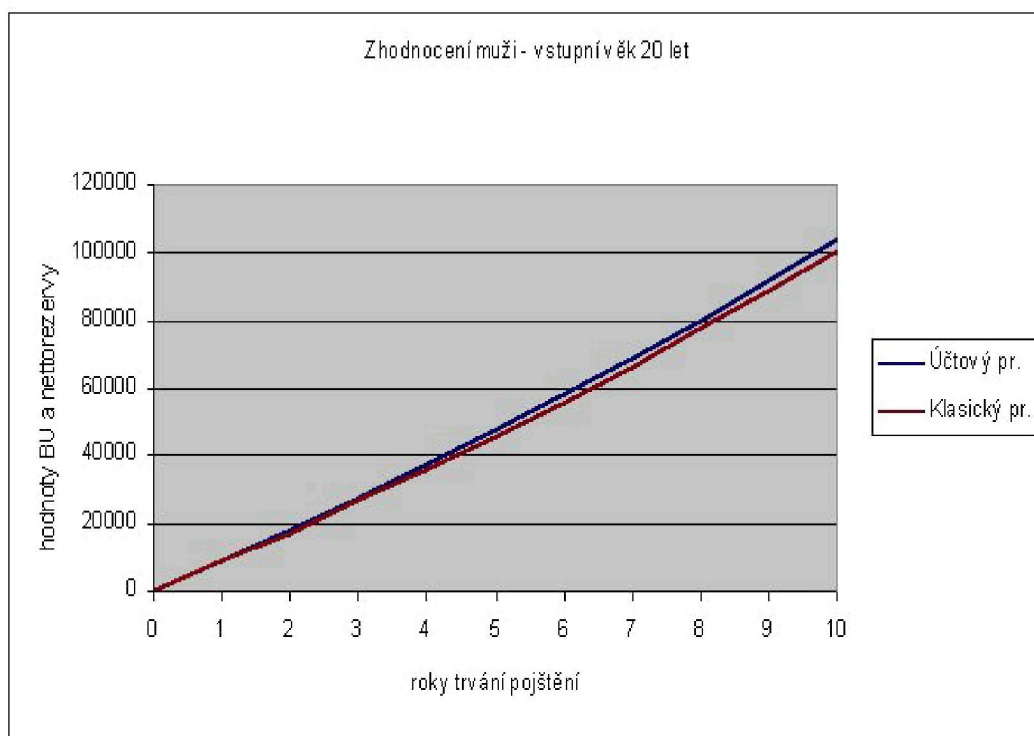
Stav běžného účtu vždy na konci roku po pravidelných měsíčních srážkách a úročení, mimořádné vklady ani výběry neuvažujeme.

roky pojištění	hodnota na BU
0	0
1	8746,9069
2	17752,3940
3	26908,0138
4	36219,3559
5	45703,2551
6	55426,1427
7	65301,3495
8	75295,6322
9	85431,5209
10	95692,5604

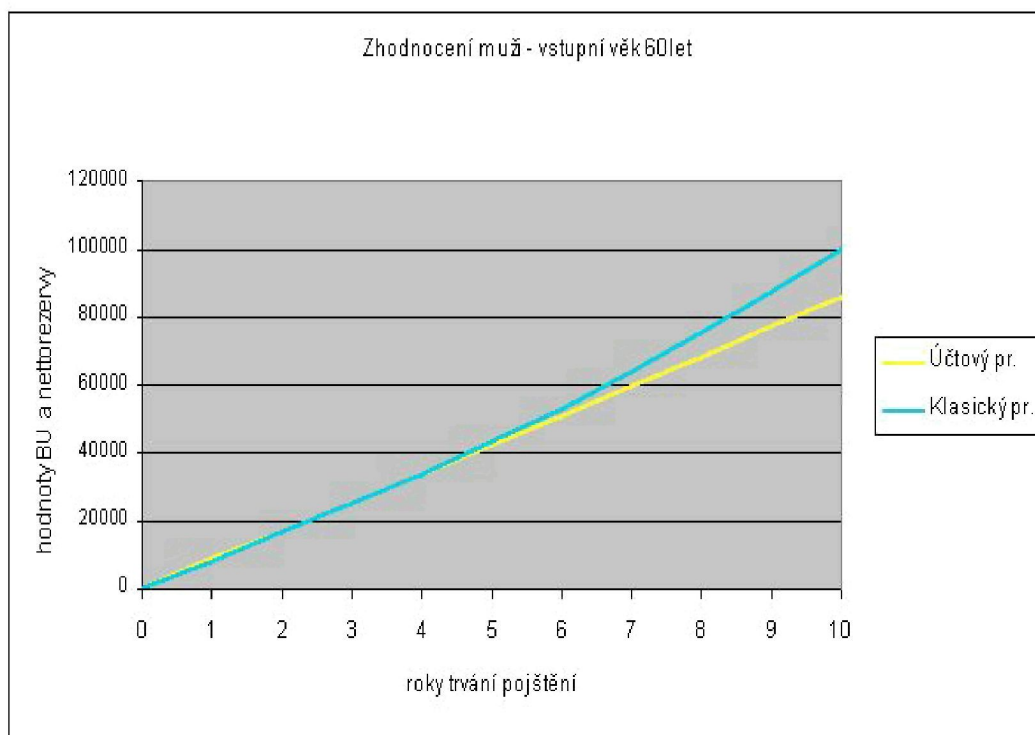
4.4 KONEČNÉ HODNOTY A GRAFY

4.4.1 Muži

Muži - 20let	
nettozerva	hodnota BU
0,0000	0
8572,9167	8916,4879
17431,6850	18125,2136
26583,1435	27630,3837
36041,8736	37445,6870
45824,5849	47590,1441
55943,2785	58077,0166
66411,3865	68925,1885
77233,0161	80121,2804
88424,1506	91681,3147
100000	103609,4641

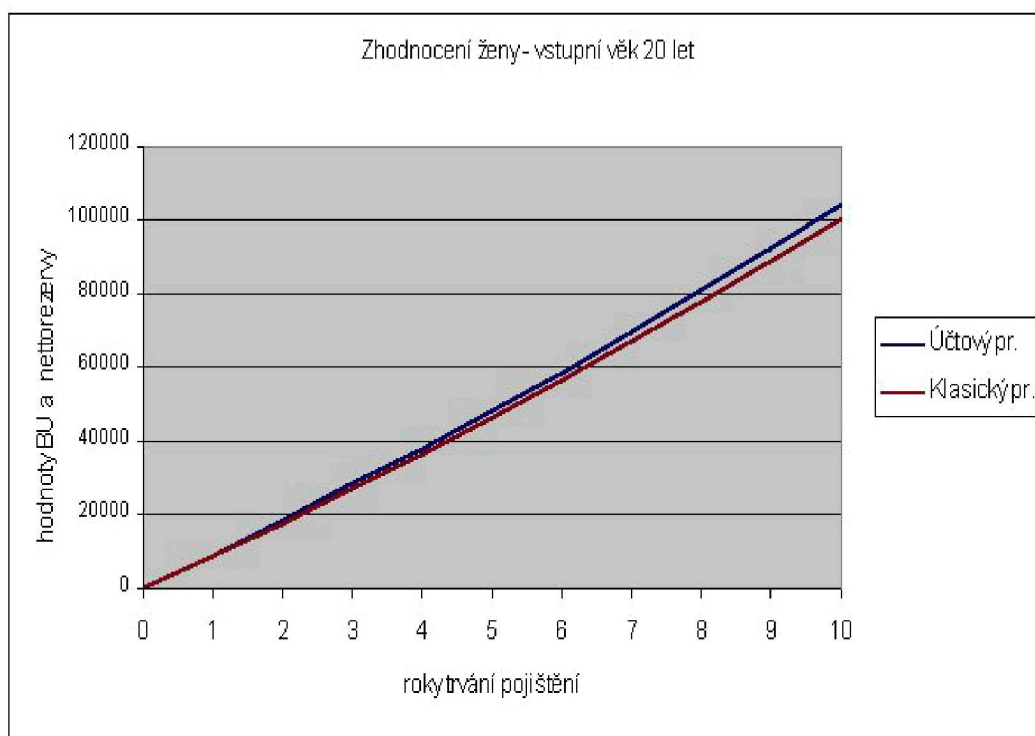


Muži - 60let	
netto rezerva	hodnota BU
0,0000	0
7933,5676	8278,1429
16159,6790	16632,3502
24777,2542	25126,8869
33794,4080	33705,1842
43220,7792	42277,0436
53150,9601	50861,4492
63697,4983	59512,0602
74938,1577	68167,0508
86991,4620	76808,8423
100000	85387,6091



4.4.2 Ženy

Ženy - 20let	
nettozerva	hodnota BU
0,0000	0
8587,1926	8931,5864
17463,5952	18165,8671
26636,8112	27711,0216
36122,0575	37586,3738
45921,5411	47791,3942
56042,1423	58328,3785
66495,1798	69204,2292
77297,9031	80444,4347
88462,3888	92064,4808
100000,0000	104079,7536



Ženy - 60let	
nettorezerva	hodnota BU
0,0000	0
8406,8274	8746,9069
17136,5351	17752,3940
26122,8297	26908,0138
35404,8441	36219,3559
45030,7931	45703,2551
55071,3087	55426,1427
65529,6365	65301,3495
76454,4787	75295,6322
87919,7002	85431,5209
100000,0000	95692,5604



4.5 Změny parametrů během pojištění

V případě klasického produktu jsou možnosti provádět změny v průběhu trvání pojištění velmi omezené. V podstatě má klient pouze možnost měnit frekvenci placení pojistného nebo přidávat, rušit a měnit parametry úrazového pojištění. Nemůže však provádět změnu výše pojistné částky a ročního pojistného životního rizika.

Naproti tomu u účtového produktu lze kdykoliv během trvání pojistky provádět výše uvedené změny a navíc také měnit v závislosti na životní a finanční situaci klienta jak výši pojistné částky, tak výši ročního pojistného životního rizika.

4.5.1 Pozastavení placení a storno pojistky

U klasického produktu nemá klient žádnou možnost dočasně pozastavit placení. Pokud se klient dostane do finanční tísně a je nucen ukončit placení, lze provést v závislosti na aktuální výši bruttorezervy redukcí pojistné částky pro případ dožití a smrti, redukcí doby pojištění nebo pojistnou smlouvu stornovat. První možností je redukce pojistné částky pro případ dožití a smrti, tzn. je ukončeno placení pojistného, přičemž pojištění trvá dál do sjednaného konce, kdy bude pojištěnému vyplacena redukováná (snížená) pojistná částka na dožití, která vychází z hodnoty vytvořené bruttorezervy k datu redukce. V případě smrti bude klientovi vyplaceno plnění také ve výši této redukové částky. Druhou možností je redukce pojistné doby, tzn. že sjednaná pojistná doba se zkrátí na dobu, na kterou aktuální brutto rezerva "vydrží" na pokrytí rizika smrti, případně dalších úrazových rizik. V případě dožití se této zkrácené doby se částka na dožití nevyplácí, ale pojistná částka pro případ smrti zůstává zachována. Třetí možností je pojistnou smlouvu stornovat. V případě dostatečné výše bruttorezervy může klient požádat o dokup pojistky (storno odbytného). Při odkupu je klientovi vyplacena poměrná procentuální část bruttorezervy (snížená o stornovací poplatek). Klient tedy nemůže běžně vybírat z rezervy pojištění.

Klient s účtovým produktem má možnost jak dočasně pozastavit placení pojistného, tak i vybírat z účtu. Pouze musí být, při pozastavení placení, příp. výběru části naspořených prostředků, na účtu dostatek finančních prostředků k jednorázové srážce zbývajících nesplacených nákladů a ke krytí rizikového pojistného a ostatních nákladů minimálně na jeden rok. Pokud si klient přeje ukončit pojistku předčasně, bude mu vyplacena hodnota jeho účtu snížená o zbytkovou výši nesplacených nákladů.

5 ZÁVĚR

Ještě než zhodnotíme celkové výsledky celé práce, pokusíme se shrnout výhody a nevýhody jednotlivých produktů.

5.1 Shrnutí výhod a nevýhod obou produktů

5.1.1 Pravděpodobnost úmrtí

Jedním z hlavních rozdílů obou produktů, který výrazně ovlivnil výsledky, je právě aktuální pravděpodobnost úmrtí ve věku x , tedy q_x . V případě klasického produktu je po celou dobu trvání pojistné smlouvy uvažován vstupní věk pojištěného, tedy věk při uzavírání pojistné smlouvy. Tedy čím delší je pojistná doba, tím méně toto riziko odpovídá realitě. Naproti tomu v účtovém produktu se pravděpodobnost úmrtí přepočítává každoročně. Můžeme tedy konstatovat, že pojišťovna má v tomto případě mnohem reálnější představu o riziku spojeném s daným klientem. Pro klienty, zejména pak starší muže, jak budeme konstatovat v (5.2), je to spíše nevýhodou. Rozdíl se poměrně zvětšuje s narůstající délkou pojistky.

5.1.2 Přehlednost

Klient s účtovým produktem má oproti klientovi s klasickým produktem ještě jednu výhodu a to, že má v každém okamžiku přesnou představu jak vysoká je hodnota jeho účtu, (tzn. kolik finančních prostředků klient na účtě má), ať už platí pravidelně nebo má placení pojistného pozastaveno, případně pojistné nezaplatil. Pojišťovna klientovi úročí prostředky, které skutečně na účet vložil, (zaplatil).

Klient s klasickým produktem má jen představu o tom, kolik by měla jeho rezerva v jednotlivých letech činit a to jen za předpokladu, že placení pojistného probíhá přesně podle plánu. Tedy v případě klienta, který by "dlužil" pojišťovně pojistné za méně než šest měsíců, (po kterých dojde podle zákona ke stornování pojistky z důvodu neplacení), by rezerva, vzhledem k zaplacenosti pojistky, neodpovídala skutečnému stavu pojištění. Pokud v této době provede pojišťovna doúročení, bude klientovi připsán podíl na zisku podle hodnoty brutto rezervy, i když pojišťovně klient ve skutečnosti dluží. Tzn. klasický model nezohledňuje skutečnou zaplacenost pojistky, což je pro pojišťovnu méně výhodné.

5.2 Zhodnocení

Z podoby jednotlivých grafů v kapitole (4.4) můžeme konstatovat, že účtový produkt je výhodnější pro ženy a muže ve věku 20let. Pro starší muže i ženy ve vyšším věku, u žen po 50tém roce a u mužů po 40tém roce, je při uzavření pojištění výhodnější klasický produkt a to z důvodů shrnutých v (5.1.1).

Na základě výsledků této diplomové práce mohu konstatovat, že celkově se účtový produkt jeví výhodněji, jak po stránce finanční, tak po stránce variability a možnosti přizpůsobení klientům. Plně tomu odpovídá i situace na pojistném trhu, kdy počty pojištění účtového typu mnohonásobně překračují počty uzavřených pojistek klasického typu.

6 LITERATURA

- [1]Cipra,T.: Pojistná matematika, teorie a praxe, EKOPRESS, s.r.o., 1999, ISBN 80-86119-17-3
- [2]Cipra,T.: Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou, HZ Praha, 1995, ISBN 80-901918-0-0
- [3]Cipra,T.: Pojistná matematika v praxi, HZ Praha, 1994, ISBN 80-901495-6-1
- [4]Ducháčková, E.: Principy pojištění a pojišťovnictví, EKOPRESS, s.r.o., 2003, ISBN 80-86119-67-X
- [5]Bilíková,M.,Sekerová,V.: Poistná matematika 1, Ekonóm Bratislava,1996, ISBN 80-225-0727-x
- [6]Dušek, J.,Privara,T.: Vývoj pojištění osob od sedmdesátých let do r.1994, Česká pojišťovna, 1995
- [7]Oběžník St-1/1998: Výklad vybraných pojmů v pojišťovnictví, Česká Kooperativa, Praha
- [8]Seminář z aktuárských věd 1998/99, Matfyzpress, Praha, 1999, ISBN 80-85863-48-0
- [9]Lomtadze, L., Plch R.: Sázíme v $\text{\LaTeX}$ u diplomovou práci z matematiky, Masarykova univerzita v Brně, Brno, 2003, ISBN 80-210-3228-6
- [10]Rybička, J.: $\text{\LaTeX}$ pro začátečníky, KONVOJ, Brno, 1999, ISBN 80-85615-74-6

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1 : Úmrtnostní tabulky pro muže ve Slovenské republice v roce 2000

Příloha 2 : Úmrtnostní tabulky pro ženy ve Slovenské republice v roce 2000