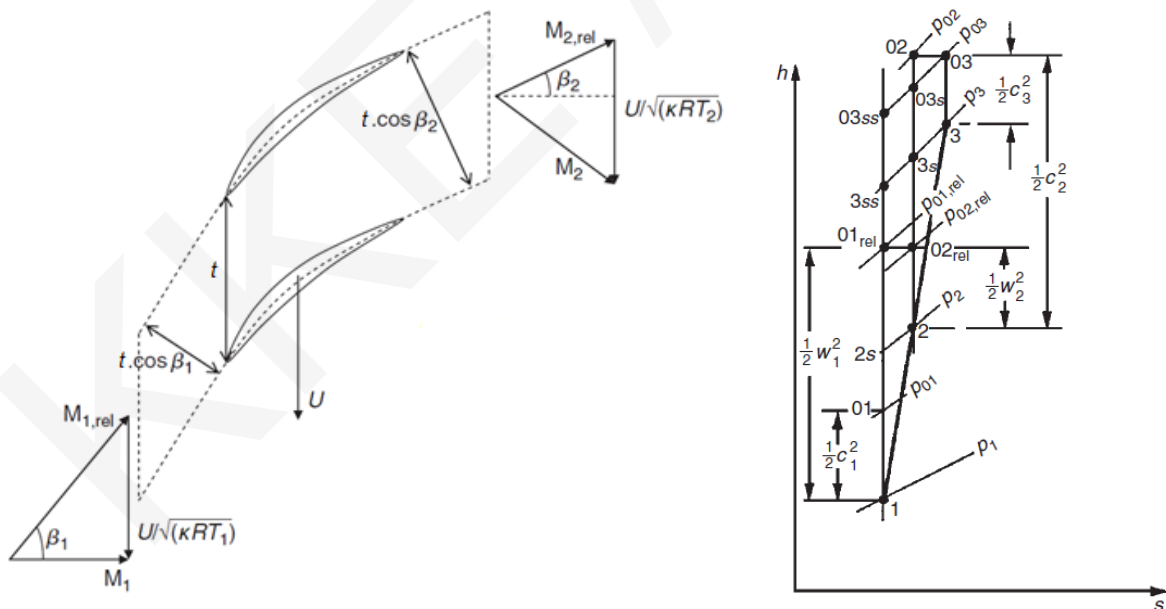


Příklad č. 4:

Do jednostupňového axiálního transsonického kompresoru vstupuje vzduch v axiálním směru. Na základě níže uvedených zadaných parametrů vypočítejte:

- obvodovou rychlost (u),
- vstupní relativní a statický tlak ($p_{01,rel}, p_1$),
- výstupní úhel relativní rychlosti proudu z rotoru¹ (β_2),
- poměr statických tlaků v rotoru (p_2/p_1),
- celkovou teplotu a tlak na vstupu do rozváděcí mříže (T_{02}, p_{02}),
- celkovou účinnost kompresorové stupně (η_{tt}).

Vstupní celková teplota	T_{01}	288 K
Vstupní celkový tlak	p_{01}	101 kPa
Vstupní úhel relativní rychlosti do OL	β_1	45°
Vstupní relativní Machovo číslo	$Ma_{1,rel}$	0,9
Výstupní relativní Machovo číslo	$Ma_{2,rel}$	0,5
Ztráta oběžné mříže	ζ^R	0,068
Ztráta rozváděcí mříže	ζ^S	0,04



¹ Hmotnostní průtok rotorem na jednotku průtočné plochy \dot{m}/S_x uvažujte konstantní, stejně tak i střední poloměr lopatkování ($T_{01,rel} = T_{02,rel}$).

ŘEŠENÍ

a) Při určení obvodové rychlosti lopatek budeme vycházet z rychlostních trojúhelníků, ve kterých si jednotlivé složky rychlosti vyjádříme pomocí Machovo čísla.

$$\sin \beta_1 = \frac{u/\sqrt{\kappa RT_1}}{Ma_{1,rel}} \rightarrow u = Ma_{1,rel} \sin \beta_1 \sqrt{\kappa RT_1} \quad (4.1)$$

Statickou teplotu T_1 ve vztahu pro místní rychlost zvuku (rovnice 4.1) můžeme určit pomocí celkové teploty a Machovo čísla Ma_1 , pro které ze vstupního rychlostního trojúhelníku platí:

$$Ma_1 = Ma_{1,rel} \cos \beta_1 = 0,9 * \cos 45 = 0,6364.$$

$$T_1 = T_{01} \left[1 + \frac{(\kappa - 1)}{2} Ma_1^2 \right]^{-1} = 288 * \left[1 + \frac{(1,4 - 1)}{2} * 0,6364^2 \right]^{-1} = 266,4 \text{ K}$$

Obvodová rychlost tedy bude:

$$u = 0,9 * \sin 45 * \sqrt{1,4 * 287,04 * 266,4} = \mathbf{208,3 \text{ ms}^{-1}}$$

b) Vstupní relativní tlak ($p_{01,rel}$) se určí pomocí [tabulek](#) stlačitelného proudění, případně lze využít [aplikaci](#).

$$p_{01,rel} = \frac{p_{01} \frac{p_1}{p_{01}}}{\frac{p_1}{p_{01,rel}}} = \frac{101 * 0,7614}{0,5913} = \mathbf{130 \text{ kPa}} ; p_1 = \mathbf{76,9 \text{ kPa}}$$

c) Dle rovnice kontinuity přeepsané ve tvaru bezrozměrného hmotnostního průtoku platí:

$$\frac{\dot{m} \sqrt{c_p T_{01,rel}}}{S_x \cos \beta_1 p_{01,rel}} = \dot{m} (Ma_{1,rel}) = \frac{\dot{m} \sqrt{c_p T_{02,rel}}}{S_x \cos \beta_2 p_{02,rel}} = \dot{m} (Ma_{2,rel}) \quad (4.2)$$

$$\frac{\dot{m} (Ma_{1,rel})}{\dot{m} (Ma_{2,rel})} = \frac{\frac{\dot{m} \sqrt{c_p T_{01,rel}}}{S_x \cos \beta_1 p_{01,rel}}}{\frac{\dot{m} \sqrt{c_p T_{02,rel}}}{S_x \cos \beta_2 p_{02,rel}}} = \frac{\dot{m} \sqrt{c_p T_{01,rel}} S_x \cos \beta_2 p_{02,rel}}{S_x \cos \beta_1 p_{01,rel} \dot{m} \sqrt{c_p T_{02,rel}}}$$

$$\cos \beta_2 = \frac{\dot{m} (Ma_{1,rel})}{\dot{m} (Ma_{2,rel})} \cos \beta_1 \frac{p_{01,rel}}{p_{02,rel}} \quad (4.3)$$

Z výrazu (4.3) je potřebné nalézt hodnoty poměru relativních tlaků. Ze zadání je známá hodnota ztrátového koeficientu oběžné mříže, kterou můžeme pro vyjádření poměru relativních tlaků využít.

$$\zeta^R = \frac{p_{01,rel} - p_{02,rel}}{p_{01,rel} - p_1} = \frac{1 - \frac{p_{02,rel}}{p_{01,rel}}}{1 - \frac{p_1}{p_{01,rel}}} \rightarrow \frac{p_{02,rel}}{p_{01,rel}} = 1 - \zeta^R \left(1 - \frac{p_1}{p_{01,rel}}\right) \quad (4.4)$$

$$\frac{p_{02,rel}}{p_{01,rel}} = 1 - 0,068 \left(1 - \frac{76,9}{130}\right) = 0,9722$$

Dosažením hodnoty poměru relativních tlaků zpátky do rovnice (4.3) získáme hledanou hodnotu výstupního úhlu relativní rychlosti z oběžné mříže. Bezrozměrné hmotnostní průtoky pro příslušná Machova čísla lze opět určit buď z [tabulek](#), nebo použitím [aplikace](#).

$$\cos \beta_2 = \frac{1,27}{0,9561} * \cos(45) * \frac{1}{0,9722} = 0,9659 \rightarrow \beta_2 = 15^\circ$$

d) Hodnotu poměru statických tlaků na vstupu a výstupu z oběžné mříže můžeme získat pomocí vhodně zvolených tlakových poměrů následovně:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{p_2}{p_{02,rel}} \frac{p_{02,rel}}{p_{01,rel}}}{\frac{p_1}{p_{01,rel}}} = \frac{0,843 * 0,9722}{0,5913} = \mathbf{1,386} \rightarrow p_2 = 106,6 \text{ kPa}$$

e) Pro výpočet celkové teploty a tlaku na vstupu do statorové mříže kompresoru využijeme definičních vztahů (4.5) a (4.6), ve kterých, kromě neznámé ve formě výstupního celkového Machova čísla, vystupuje také statická teplota. Statický tlak v tomto bodě jsme již vyřešili v rámci části **d**).

$$T_{02} = T_2 \left[1 + (\kappa - 1) \frac{Ma_2^2}{2} \right] \quad (4.5)$$

$$p_{02} = p_2 \left[1 + (\kappa - 1) \frac{Ma_2^2}{2} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (4.6)$$

Zbývá tedy určit statickou teplotu na vstupu do statorové mříže, k čemu budeme opět potřebovat [tabulky](#) ([aplikaci](#)).

$$T_2 = \frac{T_1 \frac{T_2}{T_{02,rel}}}{\frac{T_1}{T_{01,rel}}} = \frac{266,4 * 0,9524}{0,8606} = 294,8 \text{ K} \quad (T_{02,rel} = T_{01,rel})$$

Výpočet výstupního Machovo čísla:

$$Ma_2 = \frac{c_2}{\sqrt{\kappa RT_2}} = \frac{\sqrt{c_{2a}^2 + c_{2u}^2}}{\sqrt{\kappa RT_2}}; \quad c_{2a} = w_{2a}$$

$$Ma_2 = \frac{\sqrt{(w_2 \cos \beta_2)^2 + (u - w_2 \sin \beta_2)^2}}{\sqrt{\kappa RT_2}}$$

$$w_2 = Ma_{2,rel} \sqrt{\kappa RT_2} = 0,5 * \sqrt{1,4 * 287,04 * 294,8} = 172,1 \text{ ms}^{-1}$$

$$Ma_2 = \frac{\sqrt{[172,1 * \cos(15)]^2 + [208,3 - 172,1 * \sin(15)]^2}}{\sqrt{1,4 * 287,04 * 294,8}} = 0,6778$$

Celková teplota a celkový tlak na vstupu do rozváděcí mříže:

$$T_{02} = 294,8 * \left[1 + (1,4 - 1) * \frac{0,6778^2}{2} \right] = \mathbf{321,9 \text{ K}}$$

$$p_{02} = 106,6 \left[1 + (1,4 - 1) * \frac{0,6778^2}{2} \right]^{1,4-1} = \mathbf{145 \text{ kPa}}$$

f) Celkovou účinnost kompresorového stupně:

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{T_{03} \Delta S^{St}}{h_{03} - h_{01}}; \quad T_{03} = T_{02}; \quad \rightarrow \quad \eta_{tt} = 1 - \frac{T_{02} \Delta S^{St}}{c_p (T_{02} - T_{01})}$$

$$\Delta S^{St} = \Delta S^S + \Delta S^R$$

$$\Delta S^S = R \zeta^S \left(1 - \frac{p_2}{p_{02}} \right) = 287,04 * 0,04 * \left(1 - \frac{106,6}{145} \right) = 3,04 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta S^R = R \zeta^R \left(1 - \frac{p_1}{p_{01,rel}} \right) = 287,04 * 0,068 * \left(1 - \frac{76,9}{130} \right) = 7,98 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\eta_{tt} = 1 - \frac{321,9 * (3,04 + 7,98)}{1005 * (321,9 - 288)} = \mathbf{0,896}$$