

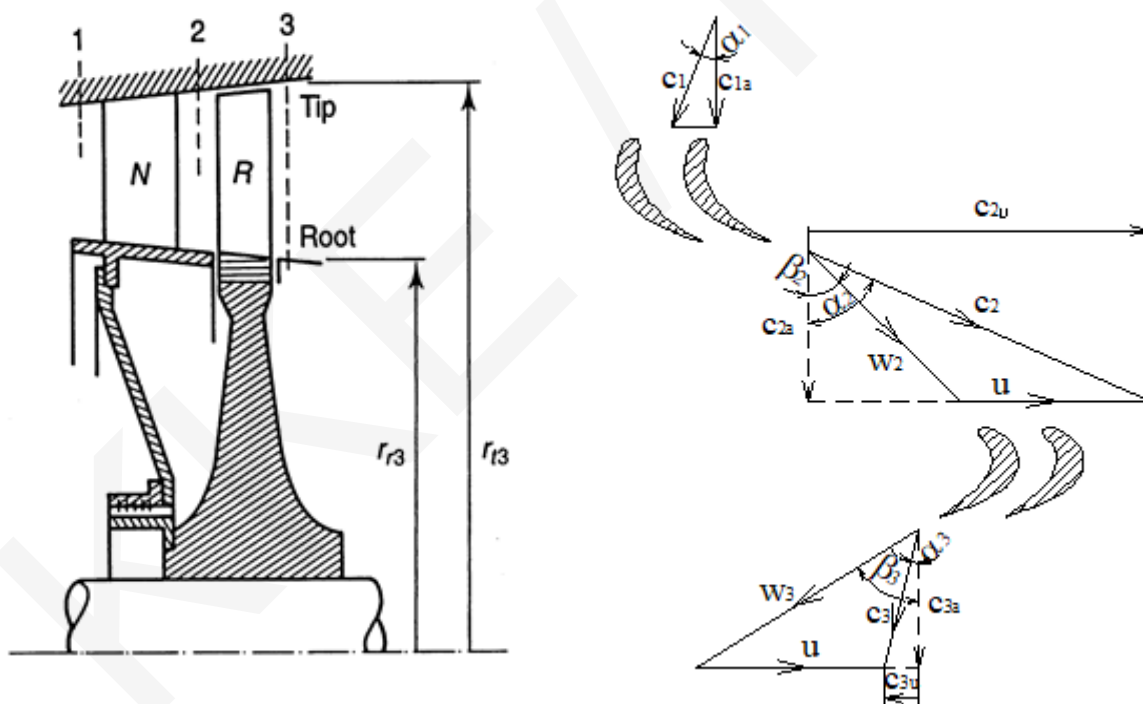
Příklad č. 5:

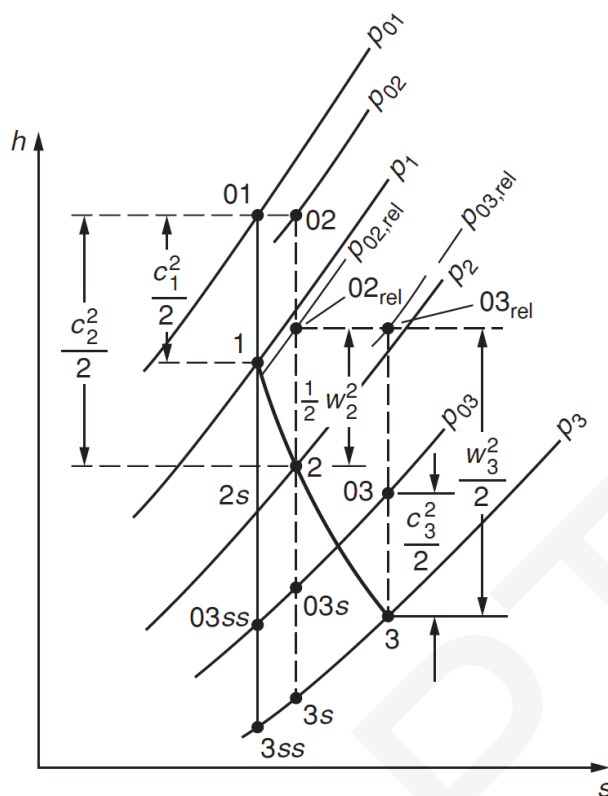
Na základě níže uvedených zadaných parametrů navrhnete axiální jednostupňovou plynovou turbínu.

Vstupní celková teplota	T_{01}	1100 K
Vstupní celkový tlak	p_{01}	0,4 MPa
Hmotnostní průtok	\dot{m}	20 kg/s
Teplotní spád ve stupni	$\Delta T_{0,st} = T_{01} - T_{03}$	145 K
Otáčky	n	250 ot/s
Obvodová rychlost na středním poloměru	u_m	340 m/s
Izotropická účinnost PT	η_T	0,9
Ztráta statorové mříže	ζ^S	0,05
Stupeň expanze	$\pi = p_{01}/p_{03}$	1,873

$$c_p = 1148 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}; r = 287 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}; m = \frac{\kappa}{\kappa - 1} = 4 \rightarrow (\kappa = 1,333)$$

$$c_{1a} = c_{2a} = c_{3a} = c_a; c_1 = c_3; \alpha_1 = \alpha_3 = 0 \text{ (axiální vstup a výstup)}$$





Odvození výchozích vztahů

Výkon turbínového stupně (5.1) vychází ze změny toku hybnosti v lopatkovém kanálu (Eulerova turbínová věta). Práce je pak definována jako poměr výkonu turbínového stupně a hmotnostního průtoku (5.2).

$$P = M \cdot \omega = Fr\omega = Fu = \dot{m}(c_{2u} + c_{3u})u \quad (5.1)$$

$$a = \frac{P}{\dot{m}} = (c_{2u} + c_{3u})u \rightarrow a = uc_a(tg\alpha_2 + tg\alpha_3) \quad (5.2)$$

Obvodová rychlost:

$$u = c_a(tg\alpha_2 - tg\beta_2) = c_a(tg\beta_3 - tg\alpha_3) \quad (5.3)$$

$$\frac{u}{c_a} = \frac{1}{\varphi} = tg\alpha_2 - tg\beta_2 = tg\beta_3 - tg\alpha_3$$

$$tg\alpha_2 + tg\alpha_3 = tg\beta_2 + tg\beta_3$$

Stupeň reakce:

$$\rho = \frac{\varphi}{2}(tg\beta_3 - tg\beta_2) \quad (5.4)$$

Výkonový koeficient:

$$\psi = \frac{\Delta h_0}{u^2} = \frac{a}{u^2} = \frac{c_a}{u}(tg\alpha_2 + tg\alpha_3) = \varphi(tg\alpha_2 + tg\alpha_3) = \varphi(tg\beta_2 + tg\beta_3) \quad (5.5)$$

V rovnicích (5.4) a (5.5) vystupují dva neznámé úhly β_3 a β_2 . Máme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.

$$\left. \begin{aligned} tg\beta_2 + tg\beta_3 &= \frac{\psi}{\varphi} \\ tg\beta_3 - tg\beta_2 &= \frac{2\rho}{\varphi} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} tg\beta_2 &= \frac{1}{\varphi} \left(\frac{\psi}{2} - \rho \right) \\ tg\beta_3 &= \frac{\psi}{\varphi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\rho}{\psi} \right) \end{aligned}$$

Závislost mezi absolutními a relativními proudovými úhly je zřejmá z rovnice (5.3). Absolutní úhly pak určíme následovně:

$$tg\alpha_2 = tg\beta_2 + \frac{1}{\varphi} ; \quad tg\alpha_3 = tg\beta_3 - \frac{1}{\varphi}$$

Vlastní výpočet

Výchozími parametry návrhu turbínového stupně jsou výkonový koeficient, průtokový koeficient a stupeň reakce. Ze zadaných hodnot nejdříve určíme výkonový součinitel:

$$\psi = \frac{\Delta h_0}{u^2} = \frac{c_p \Delta T_{0,st}}{u^2} = \frac{1148 * 145}{340^2} = 1,44$$

Pro průtokový koeficient zvolíme hodnotu $\varphi = 0,8$. Zadání předpokládá axiální výstupní úhel absolutní rychlosti ze stupně ($\alpha_3 = 0$). Z výše uvedených vztahů pro proudové úhly můžeme dopočítat stupeň reakce.

$$tg\alpha_3 = 0 = tg\beta_3 - \frac{1}{\varphi} \rightarrow tg\beta_3 = \frac{1}{\varphi} = \frac{1}{0,8} = 1,25$$

$$tg\beta_3 = \frac{\psi}{\varphi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\rho}{\psi} \right) \rightarrow \rho = \varphi tg\beta_3 - \frac{\psi}{2} = 0,8 * 1,25 - \frac{1,44}{2} = 0,28$$

Hodnota reakce je pro střední poloměr lopatkování velmi nízká. Protože se chceme vyhnout záporné reakci na patě, při které dochází ke zpětné kompresi v rotoru doprovázené velkými ztrátami, zvolíme výstupní úhel absolutní rychlosti ze stupně $\alpha_3 = 10^\circ$.

$$tg\alpha_3 = tg\beta_3 - \frac{1}{\varphi} \rightarrow tg\beta_3 = \frac{1}{\varphi} + tg\alpha_3 = \frac{1}{0,8} + 0,1763 = 1,426$$

$$\rho = \varphi tg\beta_3 - \frac{\psi}{2} = 0,8 * 1,426 - \frac{1,44}{2} = 0,421$$

Hodnota reakce ($\rho = 0,421$) je pro střední poloměr lopatkování přijatelná. Teď již známe všechny potřebné hodnoty pro dopočtení zbylých úhlů v rychlostních trojúhelnících.

$$\beta_3 = tg^{-1}(1,426) = 54,96^\circ$$

$$tg\beta_2 = \frac{1}{\varphi} \left(\frac{\psi}{2} - \rho \right) = \frac{1}{0,8} \left(\frac{1,44}{2} - 0,421 \right) = 0,3737 \rightarrow \beta_2 = tg^{-1}(0,3737) = 20,49^\circ$$

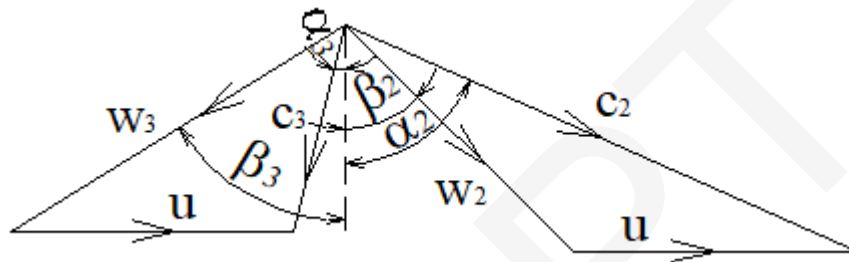
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{1}{\varphi} = 0,3737 + \frac{1}{0,8} = 1,624 \rightarrow \alpha_2 = \operatorname{tg}^{-1}(1,624) = 58,38^\circ$$

Hodnoty absolutních rychlostí:

$$c_a = c_{2a} = c_{3a} = u\varphi = 340 * 0,8 = 272 \text{ m/s}$$

$$c_2 = \frac{c_{2a}}{\cos \alpha_2} = \frac{272}{\cos(58,38)} = 519 \text{ m/s}$$

$$c_3 = \frac{c_{3a}}{\cos \alpha_3} = \frac{272}{\cos(10)} = 276,2 \text{ m/s}$$



Z vypočtených hodnot reakce, úhlů a rychlostí můžeme nyní určit tlaky, teploty a hustoty v jednotlivých rovinách turbínového stupně.

Řez 1

Z předcházejících předpokladů platí:

$$c_{1a} = c_1 = c_3 = \frac{c_{3a}}{\cos \alpha_3} = \frac{272}{\cos(10)} = 276,2 \text{ m/s}$$

Výpočet vstupních parametrů do stupně:

$$\frac{c_1^2}{2c_p} = \frac{276,2^2}{2 * 1148} = 33,2 \text{ K} \rightarrow T_1 = T_{01} - \frac{c_1^2}{2c_p} = 1100 - 33,2 = 1066,8 \text{ K}$$

$$\frac{p_1}{p_{01}} = \left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^m \rightarrow p_1 = p_{01} \left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^m = 0,4 * \left(\frac{1066,8}{1100}\right)^4 = 0,354 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{rT_1} = \frac{0,354 * 10^6}{287 * 1066,8} = 1,156 \text{ kg/m}^3$$

$$S_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 c_{1a}} = \frac{20}{1,156 * 276,2} = 0,0626 \text{ m}^2$$

Řez 2

Teplotní spád zpracovaný v statorové mříži:

$$\Delta T_{0,s} = T_{02} - T_2 = \frac{c_2^2}{2c_p} = \frac{519^2}{2 * 1148} = 117,3 \text{ K}$$

Statická teplota na výstupu ze statorové mříže ($T_{01} = T_{02}$):

$$T_2 = T_{01} - \Delta T_{0,s} = 1100 - 117,3 = 982,7 \text{ K}$$

Ztráta entalpie (teploty) ve statorové mříži:

$$T_{\zeta^s} = \zeta^s \frac{c_2^2}{2c_p} = 0,05 * \frac{519^2}{2 * 1148} = 5,9 \text{ K}$$

Izentropická teplota na výstupu ze statorové mříže:

$$T_{2s} = T_2 - T_{\zeta^s} = 982,7 - 5,9 = 976,8 \text{ K}$$

Pro výpočet tlaku na výstupu ze statorové mříže využijeme izentropickou vazbu:

$$\frac{p_2}{p_{01}} = \left(\frac{T_{2s}}{T_{01}} \right)^m = \left(\frac{976,8}{1100} \right)^4 = 0,622 \rightarrow p_2 = 0,4 * 0,622 = 0,249 \text{ MPa}$$

V následujícím kroku zkontrolujeme, zda ve statorové mříži nedojde ke vzniku kritického proudění. Kritický tlakový poměr je:

$$\beta^* = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^m = \left(\frac{2}{1,333 + 1} \right)^4 = 0,54 < 0,622 \text{ (podkritické proudění)}$$

Hustota na výstupu ze statorové mříže se vypočítá ze stavové rovnice. Následně lze pak v tomto řezu dopočítat průtočnou plochu S_2 .

$$\rho_2 = \frac{p_2}{rT_2} = \frac{0,249 * 10^6}{287 * 982,7} = 0,883 \text{ kg/m}^3$$

$$S_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 c_{2a}} = \frac{20}{0,883 * 272} = 0,0833 \text{ m}^2$$

Řez 3

$$T_{03} = T_{01} - \Delta T_{0,st} = 1100 - 145 = 955 \text{ K}$$

$$T_3 = T_{03} - \frac{c_3^2}{2c_p} = 955 - 33,2 = 921,8 \text{ K}$$

$$p_{03} = \frac{p_{01}}{\pi} = \frac{0,4}{1,873} = 0,2136 \text{ MPa}$$

$$p_3 = p_{03} \left(\frac{T_3}{T_{03}} \right)^m = 0,2136 * \left(\frac{921,8}{955} \right)^4 = 0,1856 \text{ MPa}$$

$$\rho_3 = \frac{p_3}{rT_3} = \frac{0,1856 * 10^6}{287 * 921,8} = 0,702 \text{ kg/m}^3$$

$$S_3 = \frac{\dot{m}}{\rho_3 c_{3a}} = \frac{20}{0,702 * 272} = 0,1049 \text{ m}^2$$

Nyní je již možné určit výšky lopatek a poměry poloměrů na patě a špičce pro jednotlivé řezy průtočné části. Vycházíme přitom ze znalosti otáček a obvodové rychlosti na středním poloměru lopatkování (u_m).

$$u_m = \omega r_m = 2\pi \cdot n \cdot r_m \rightarrow r_m = \frac{u_m}{2\pi n} = \frac{340}{2\pi * 250} = 0,216 \text{ m}$$

$$S_1 = 2\pi r_m h_1 = \frac{u_m}{n} h_1 \rightarrow h_1 = \frac{n}{u_m} S_1 = \frac{250}{340} * 0,0626 = 0,046 \text{ m}$$

$$\left(\frac{r_r}{r_t} \right)_1 = \frac{r_m + \frac{h_1}{2}}{r_m - \frac{h_1}{2}} = \frac{0,216 + \frac{0,046}{2}}{0,216 - \frac{0,046}{2}} = 1,24$$

		1	2	3
S	m ²	0,0626	0,0833	0,1049
h	m	0,046	0,0612	0,077
r_r/r_t	-	1,24	1,33	1,43