# CVIČENÍ č. 1

## Tekutina v mechanice tekutin

Tekutiny je souhrnné označení pro kapaliny a plyny. Od pevných látek se liší ve schopnosti měnit svůj tvar a přizpůsobovat se tvaru nádoby, v které se nacházejí (nemají stálý tvar). Tekutinu uvažujeme jako spojité, stejnorodé (izotropní) prostředí – stejné vlastnosti všech částeček tekutiny nezávisle na jejich poloze a směru působení sil ➔ je možno řešit úlohu na vytknutém velmi malém objemu a následně rozšířit zákonitosti na celý objem.

### Vlastnosti kapalin:

- Zachovávají si stálý objem a to i při změně tvaru nádoby (úzká vysoká sklenička, široký hrnec).
- Jsou-li v klidu, vytvářejí v tíhovém poli Země volný vodorovný povrch (volnou hladinu)
- Nejsou prakticky stlačitelné
- Kapaliny se mezi sebou liší různým vnitřním třením (viskozitou).
- 

Voda se lije lépe než olej - voda má tedy menší vnitřní tření (viskozitu) než olej. **Pozor! V běžné mluvě bychom asi proto řekli, že olej je hustší než voda - ale to je špatně!** Viskozita a hustota jsou různé fyzikální veličiny! Olej má větší viskozitu než voda (hůře teče při nalévání), ale má menší hustotu než voda (mastnota plave na vodní hladině).

### Vlastnosti plynů:

- Nemají stálý tvar ani objem, proto nevytvářejí ani volný povrch. Tvar a objem plynného tělesa je dán tvarem a objemem nádoby, v níž se plyn nachází.
- Na rozdíl od kapalin jsou velmi dobře stlačitelné

**Ideální (dokonalá) kapalina** je kapalina, která je dokonale nestlačitelná a bez vnitřního tření. Je namáhána pouze na tlak.
Skutečná kapalina je za pohybu namáháni i smykovou silou.
Z reálných kapalin se ideální kapalině nejvíce blíží voda; rozhodně ne např. med - má velké vnitřní tření.
**Ideální (dokonalý) plyn** je dokonale stlačitelný a bez vnitřního tření

# Kontinuita, Vazkost, Ulpívání na stěně, Smykové tření na stěně

## Příklad č. 1:

Plyn můžeme považovat za řídký, pokud obsahuje méně než $10^{12}$ molekul na milimetr krychlový. Jestliže známe Avogadrovu konstantu, jaký tlak vzduchu tomu odpovídá?

*Zadané hodnoty*: $N_A = 6{,}023.10^{23}$ mol$^{-1}$ , $M_m = 28{,}97$ g.mol$^{-1}$ , t = 20°C
*Vypočtěte*: p

**a)** Hmotnost jedné molekuly vzduchu vypočteme:

$$m_v = \frac{Molekulová\ hmotnost}{Avogadrova\ konstanta} = \frac{M_m}{N_A} = \frac{28{,}97\ g \cdot mol^{-1}}{6{,}023 \cdot 10^{23} mol^{-1}} = 4{,}81 \cdot 10^{-23} g = 4{,}81 \cdot 10^{-26} kg$$

**b)** Hustota vzduchu obsahující $10^{12}$ molekul/m$^3$ je:

$$\rho = 10^{12} \cdot 10^{9} \left[\frac{molekul}{m^3}\right] \cdot m_v[kg] = 4{,}81 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^{-3}$$

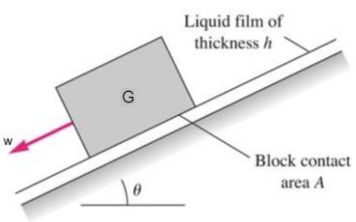
**c)** Výpočet tlaku ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$p \cdot V = R \cdot T$$
$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T \quad \rightarrow \quad p = \rho \cdot R \cdot T = 4{,}81 \cdot 10^{-5} \cdot 287 \cdot 293 = \mathbf{4{,}045\ Pa}$$

<u>Vzduch o teplotě 20°C můžeme považovat za řídký v případě, že jeho tlak je nižší než 4,045 Pa.</u>

## Příklad č. 2:

Těleso o tíze G se sesouvá po nakloněné rovině, na které je nanesena tenká vrstva oleje. Za předpokladu lineárního rozložení rychlosti v olejovém filmu odvoďte analytický výraz pro *konečnou rychlost*[1] tělesa.

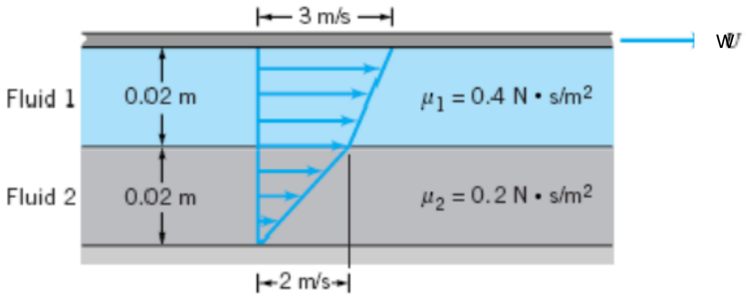



$$\sum F_x = G \cdot sin\theta - \tau \cdot A = G \cdot sin\theta - \left(\mu \cdot \frac{w}{h}\right) \cdot A = 0$$
$$\boldsymbol{w = \frac{h \cdot G \cdot sin\theta}{\mu \cdot A}}$$

---
[1] Konečná rychlost – z anglického ´*terminal velocity*´ znamená rychlost bez uvážení akcelerace

**Příklad č. 3:**

Nechť dvě vrstvy kapaliny naznačené na obrázku jsou ovlivňovány pohybem horní desky. Spodní deska je v klidu. Horní kapalina vyvolává smykové napětí vzhledem k horní desce, dolní kapalina vytváří smykové napětí na desku spodní. Stanovte poměr těchto dvou smykových napětí.




$$\tau_1 = \mu_1 \cdot \left(\frac{dw}{dy}\right)_{HP} = 0{,}4 \cdot \frac{3-2}{0{,}02} = 20\ N \cdot m^2$$

$$\tau_2 = \mu_2 \cdot \left(\frac{dw}{dy}\right)_{DP} = 0{,}2 \cdot \frac{2}{0{,}02} = 20\ N \cdot m^2$$

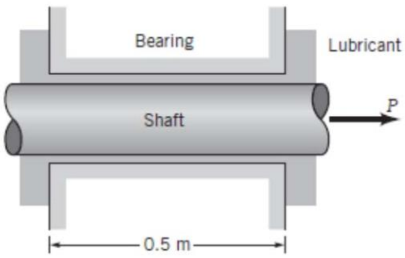
$$k = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \mathbf{1}$$

**Příklad č. 4:**

Hřídel s průměrem 25 mm je tažen přes ložisko - jak je naznačeno na obrázku. Mazivem, které vyplňuje mezeru (0,3 mm) mezi hřídelí a ložiskem, je olej s kinematickou viskozitou $8.10^{-4}$ $m^2.s^{-1}$ a relativní hustoty 0,91. Určete sílu P potřebnou k tomu, aby se hřídel pohyboval rychlostí 3 $m.s^{-1}$. Předpokládejte lineární rozložení rychlosti v mezeře.

*Zadané hodnoty*: D = 25 mm, b = 0,3 mm, l = 0,5 m, ν = $8.10^{-4}$ $m^2.s^{-1}$, SG = 0,91, w = 3 $m.s^{-1}$

*Vypočtěte*: P




$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad P - \tau \cdot A = 0$$

$$A = \pi \cdot D \cdot l$$

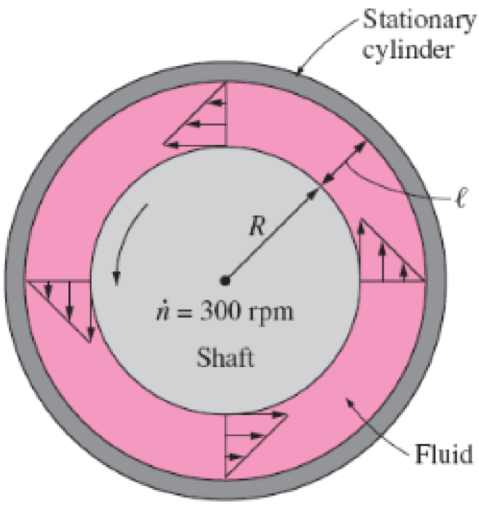
$$P = \upsilon \cdot \rho \cdot \frac{w}{b} \cdot \pi \cdot D \cdot l = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}91 \cdot 10^3 \cdot \frac{3}{0{,}3 \cdot 10^{-3}} \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5 = \mathbf{285{,}88\ N}$$

**Příklad č. 5:**

Viskozita tekutiny je měřena viskozimetrem sestávajícím ze dvou 40cm dlouhých souosých válců. Průměr vnitřního válce je 12 cm a mezera mezi válci je 0,15 cm. Otáčky vnitřního válce jsou n = 300 ot/min a točivý moment má velikost 1,8 N.m. Určete dynamickou viskozitu tekutiny.

*Zadané hodnoty*: L = 40 cm, D = 12 cm, l = 0,15 cm, n = 300 ot/min, T = 1,8 N.m

*Vypočtěte*: μ




$$T = F_f \cdot R$$

$$F_f = \tau \cdot A$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{w}{l}$$

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot L$$

$$w = \omega \cdot R$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

$$\mu = \frac{T \cdot 60 \cdot l}{4 \cdot \pi^2 \cdot R^3 \cdot L \cdot n} =$$

$$= \frac{1{,}8 \cdot 60 \cdot 0{,}0015}{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}06^3 \cdot 0{,}4 \cdot 300} = \mathbf{0{,}158\ N \cdot m^{-2} \cdot s}$$

**Příklad č. 6:**

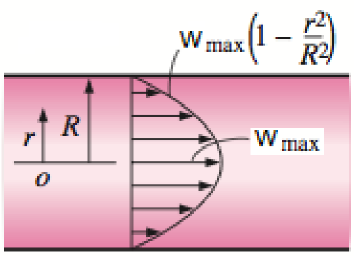
Kapalina protéká potrubím kruhového průřezu. Laminární rychlostní profil je definován rovnicí:

$$w(r) = w_{max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

R je poloměr potrubí, r je radiální vzdálenost od středu potrubí a $w_{max}$ je maximální rychlost proudění ve středu potrubí. Získejte vztah pro odporovou sílu, která je generována tekutinou na části potrubí o délce L. Vypočtěte hodnotu této odporové síly se zadanými parametry.

*Zadané hodnoty*: μ = 0,001 N.m$^{-2}$.s, R = 0,08 m, L = 15 m, $w_{max}$ = 3 m.s$^{-1}$

*Vypočtěte*: $F_D$




$$\tau = \mu \cdot \frac{dw}{dr}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{d\left[w_{max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right]}{dr}$$

$$\tau = \mu \cdot w_{max} \cdot \left(-\frac{2 \cdot r}{R^2}\right)\bigg|_{r=R} = -\mu \cdot w_{max} \cdot \frac{2}{R}$$

$$F_D = \tau \cdot A = -\mu \cdot w_{max} \cdot 4 \cdot \pi \cdot L = -0{,}001 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 15 = \mathbf{-0{,}565\ N}$$