# CVIČENÍ č. 2

# STATIKA TEKUTIN

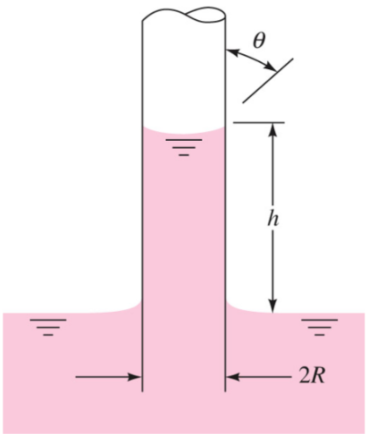
**Povrchové napětí (kapilární jevy), Kapalinové manometry**

**Příklad č. 1:**

Odvoďte vztah pro změnu výšky kapaliny v kruhové trubce, když známe velikost povrchového napětí a kontaktní úhel $\theta$.

*Zadané hodnoty*: $\sigma = 0{,}073\ \mathrm{N.m^{-1}}$, $\theta = 0°$, $\rho = 1000\ \mathrm{kg.m^{-3}}$, $R = 1\mathrm{mm}$

*Vypočtěte*: h




$$2\pi \cdot R \cdot \sigma \cdot cos\theta = \pi \cdot R^2 \cdot \Delta p$$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{2\pi \cdot R \cdot \sigma \cdot cos\theta}{\pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot g} = \frac{2\sigma \cdot cos\theta}{R \cdot \rho \cdot g} =$$

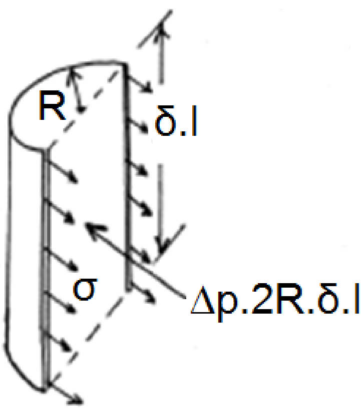
$$= \frac{2 \cdot 0{,}073 \cdot \cos(0)}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 9{,}81} = \mathbf{0{,}015\ m}$$

**Příklad č. 2:**

12 mm vodní tryska odvádí vodu do okolí. V důsledku povrchového napětí bude tlak uvnitř trysky o něco vyšší, než je okolní atmosférický tlak. Zjistěte tento tlakový rozdíl.

*Zadané hodnoty*: $\sigma = 7{,}34.10^{-2}\ \mathrm{N.m^{-1}}$, $D = 12\ \mathrm{mm}$, $\delta = 0{,}5\ \mathrm{mm}$

*Vypočtěte*: $\Delta p$




$$2R \cdot l \cdot \delta \cdot \Delta p = \sigma \cdot 2\delta \cdot l$$

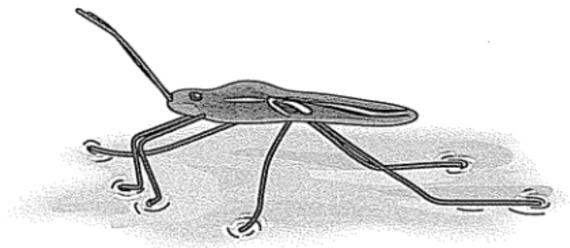
$$\Delta p = \frac{\sigma}{R} = \frac{7{,}34 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-3}} = \mathbf{12{,}23\ Pa}$$

**Příklad č. 3:**

Na rybníku sedí brouk. Zjistěte minimální délku rozhraní mezi vodní hladinou a nohama brouka potřebnou k tomu, aby brouka vodní hladina byla schopna udržet. Povrchové napětí působí kolmo vzhůru. Zkuste vypočítat potřebnou minimální délku tohoto rozhraní, kdybychom uvažovali místo brouka dospělou osobu o hmotnosti 75kg.

*Zadané hodnoty*: $\sigma = 7{,}34.10^{-2}$ N.m$^{-1}$, $G_B = 10^{-4}$ N, $m_O = 75$ kg

*Vypočtěte*: $l_B$, $l_O$



$$G = \sigma \cdot l$$

$$l_B = \frac{G}{\sigma} = \frac{10^{-4}}{7{,}34 \cdot 10^{-2}} = \mathbf{1{,}36 \cdot 10^{-3}\ m}$$

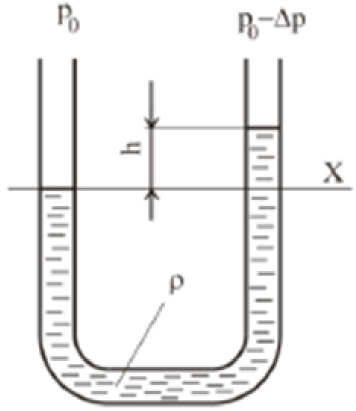
$$l_O = \frac{m_O \cdot g}{\sigma} = \frac{75 \cdot 9{,}81}{7{,}34 \cdot 10^{-2}} = \mathbf{1{,}02 \cdot 10^{4}\ m}$$

**Příklad č. 4:**

Určete rozdíl hladin v U-trubici.

*Zadané hodnoty*: $\rho = 13595$kg.m$^{-3}$, $\Delta p = 15780$ Pa

*Vypočtěte*: h




$$p_{LR} = p_0 \quad (levé\ rameno)$$

$$p_{PR} = p_0 - \Delta p + \rho \cdot g \cdot h \quad (pravé\ rameno)$$

$$p_{LR} = p_{PR} \ \rightarrow \ p_0 = p_0 - \Delta p + \rho \cdot g \cdot h$$

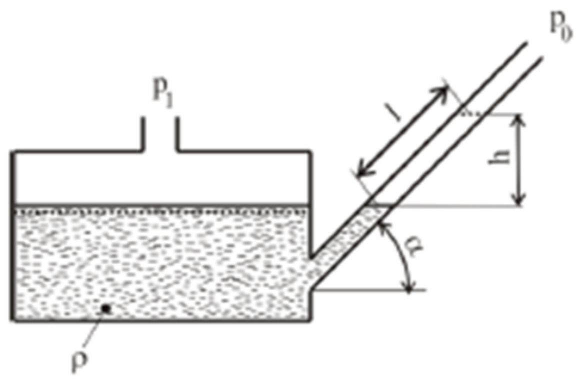
$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h \ \rightarrow h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{15780}{13595 \cdot 9{,}81} = \mathbf{0{,}118\ m}$$

**Příklad č. 5:**

Určete přetlak a absolutní tlak v měřené oblasti pomocí sklonného manometru.

*Zadané hodnoty*: $\rho = 700$ kg.m$^{-3}$, $p_0 = 101325$ Pa, $l = 0{,}175$ m, $\alpha = 30°$

*Vypočtěte*: $p_1$, $p_p$




$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

$$sin\alpha = \frac{h}{l} \rightarrow h = l \cdot sin\alpha$$

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot l \cdot sin\alpha$$

$$p_1 = 101325 + 700 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}175 \cdot \sin(30) =$$

$$= \mathbf{101926\ Pa}$$

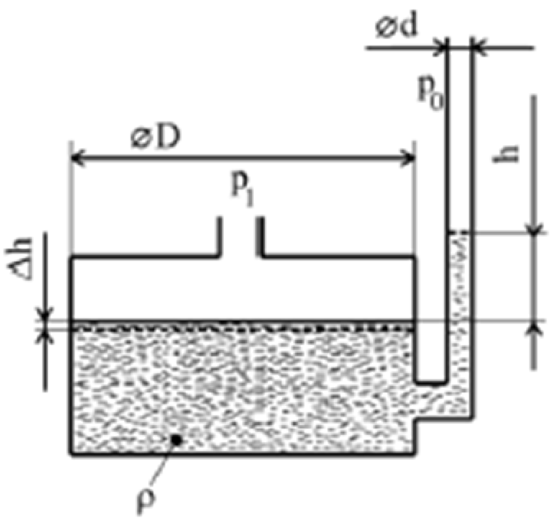
$$p_p = p_1 - p_0 = 101926 - 101325 = \mathbf{601\ Pa}$$

**Příklad č. 6:**

Na milimetrové stupnici nádobkového manometru je odečtena hodnota *h*. Určete absolutní tlak v měřené oblasti. Dále určete konstantu manometru K.

*Zadané hodnoty*: $\rho = 760\ kg.m^{-3}$, $p_0 = 10^5$ Pa, h = 7,4 cm, d = 1cm, D = 10 cm

*Vypočtěte*: $p_1$, K




$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot H$$

Na rameni je vyrytá stupnice. Při nulovém přetlaku je hladina v rameni na nule. Je-li v nádobce přetlak, hladina v rameni vystoupí a my můžeme na měřítku odečíst zvýšení hladiny v milimetrech. Zároveň však poklesne hladina v nádobce. Abychom zjistili přesný rozdíl tlaků, musíme tento pokles vzít v úvahu.

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot (h + \Delta h)$$

$$V_L = V_P$$

$$S_L \cdot \Delta h = S_P \cdot h$$

$$\pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot \Delta h = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h$$

$$\Delta h = \frac{d^2}{D^2} \cdot h$$

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot \left(h + \left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot h\right)$$

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right] = 10^5 + 760 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}074 \cdot \left[1 + \left(\frac{0{,}01}{0{,}1}\right)^2\right] = \mathbf{100557\ Pa}$$

U nádobkových manometrů je uvedená konstanta manometru, která pokles hladiny přepočítává:

$$K = 1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2 = 1 + \left(\frac{0{,}01}{0{,}1}\right)^2 = \mathbf{1{,}01}$$

Výsledný vztah má potom tvar:

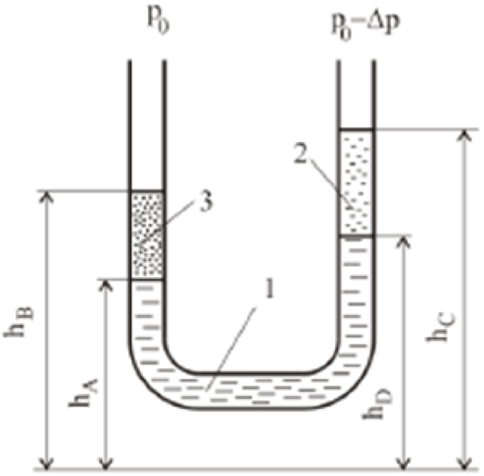
$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \cdot K$$

**Příklad č. 7:**

Na obrázku je naznačen tříkapalinový U-manometr. Určete rozdíl tlaků v U trubici naplněné třemi kapalinami, při zadaných polohách hladin.

*Zadané hodnoty*: $\rho_{1(\text{rtuť})} = 13600$ kg.m$^{-3}$, $\rho_{2(\text{voda})} = 1000$ kg.m$^{-3}$, $\rho_{3(\text{líh})} = 800$ kg.m$^{-3}$, $h_A = 160$ mm, $h_B = 240$ mm, $h_C = 280$ mm, $h_D = 210$ mm

*Vypočtěte*: $\Delta p = p_3 - p_2$




$$p_3 + \rho_3 \cdot g \cdot (h_B - h_A) = p_2 + \rho_2 \cdot g \cdot (h_C - h_D) + \rho_1 \cdot g \cdot (h_D - h_A)$$

$$p_3 - p_2 = g \cdot [\rho_2 \cdot (h_C - h_D) + \rho_1 \cdot (h_D - h_A) - \rho_3 \cdot (h_B - h_A)]$$

$$p_3 - p_2 = 9{,}81 \cdot [1000 \cdot (0{,}28 - 0{,}21) + 13600 \cdot (0{,}21 - 0{,}16) - 800 \cdot (0{,}24 - 0{,}16)] =$$

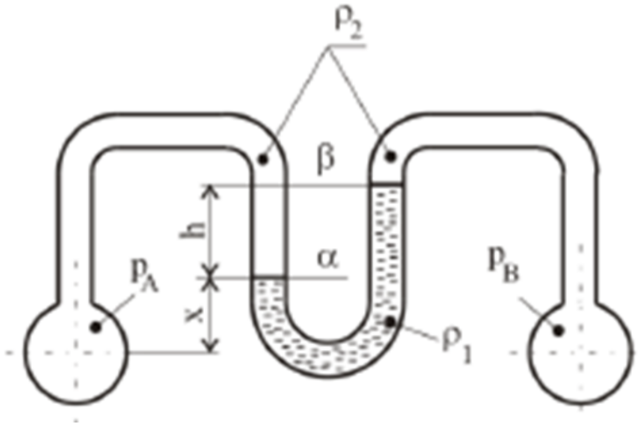
$$= \mathbf{6730\ Pa}$$

**Příklad č. 8:**

Určete rozdíl tlaků ve dvou větvích potrubí s vodou, který se měří pomocí manometru naplněného rtutí (viz obrázek).

*Zadané hodnoty*: $\rho_{1(\text{rtuť})} = 13600\ \text{kg.m}^{-3}$, $\rho_{2(\text{voda})} = 1000\ \text{kg.m}^{-3}$, $h = 240\ \text{mm}$

*Vypočtěte*: $\Delta p = p_A - p_B$




$$p_A = p_\alpha + \rho_2 \cdot g \cdot x$$
$$p_\alpha = p_\beta + \rho_1 \cdot g \cdot h$$
$$p_A = p_\beta + \rho_1 \cdot g \cdot h + \rho_2 \cdot g \cdot x$$

$$p_B = p_\beta + \rho_2 \cdot g \cdot (h + x)$$
$$p_\beta = p_B - \rho_2 \cdot g \cdot (h + x)$$

$$p_A = p_B - \rho_2 \cdot g \cdot (h + x) + \rho_1 \cdot g \cdot h + \rho_2 \cdot g \cdot x$$
$$p_A = p_B - \rho_2 \cdot g \cdot h - \rho_2 \cdot g \cdot x + \rho_1 \cdot g \cdot h + \rho_2 \cdot g \cdot x$$
$$p_A - p_B = \rho_1 \cdot g \cdot h - \rho_2 \cdot g \cdot h = g \cdot h \cdot (\rho_1 - \rho_2)$$
$$p_A - p_B = 9{,}81 \cdot 0{,}24 \cdot (13600 - 1000) = \mathbf{29665{,}4\ Pa}$$