Příklad 1

Stanovte objem nádoby, ve které je uzavřený dusík o hmotnosti *20 [kg]*, teplotě *15 [°C]* a tlaku *10 [MPa].*

$m = 20[kg]$,

$t = 15\ [°C] = 288.15\ [K]$,

$p = 10\ [MPa] = 10.10^6[Pa]$,

$R = 8314\ [J.kmol^{-1}.K^{-1}] = 8{,}314\ [J.mol^{-1}.K^{-1}]$

$M_{N_2} = 28\ [g.mol^{-1}] = 0{,}028\ [kg.mol^{-1}]$

Řešení: Je třeba si uvědomit, že dle zadání k žádné stavové změně nedochází, tudíž je třeba počítat jenom stav dané látky (objem). K řešení se použije stavová rovnice:

$$p.V = m.r.T$$

$$p.V = m.\frac{R}{M}.T$$

$$V = \frac{m.R.T}{M.p} = \frac{20\,.\,8{,}314\,.\,288.15}{0{,}028\,.\,10^7} = 0.171\ [m^3]$$

Příklad 2

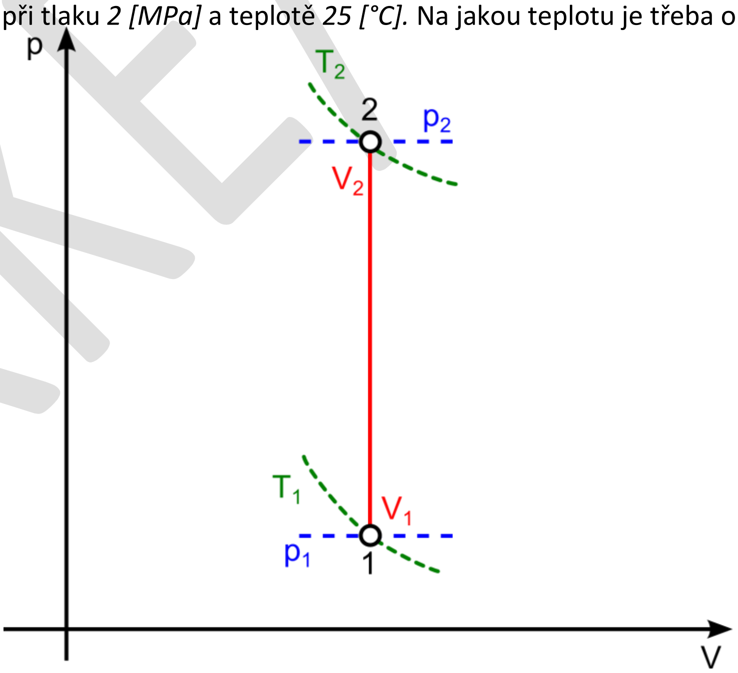
Tlaková nádoba obsahuje dusík při tlaku *2 [MPa]* a teplotě *25 [°C].* Na jakou teplotu je třeba ohřát plyn, aby jeho tlak dosáhl *6 [MPa]?*

$p_1 = 2\ [MPa] = 2\,.\,10^6[Pa]$

$t_1 = 25\ [°C] = 298{,}15\ [K]$

$p_2 = 6\ [MPa] = 6.10^6[Pa]$

$t_2 = ?\ [K]$



Řešení:

Jedná se o tlakovou nádobu. Objem tlakové nádoby se nemění, tudíž jde o izochorický děj. Z grafu pro izochorický děj je patrné, že při takto zadané úloze se ve výsledku očekává, že dojde ke zvýšení teploty.

$$p_1.V = m.r.T_2 \rightarrow \frac{p_1}{T_1} = konst$$

$$p_2.V = m.r.T_2 \;\rightarrow\; \frac{p_2}{T_2} = konst$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{p_2.T_1}{p_1} = \frac{6.10^6\,.\,298{,}15}{2\,.\,10^6}.\,894{,}45\;[K] = 621{,}3\;[°C]$$

Příklad 3

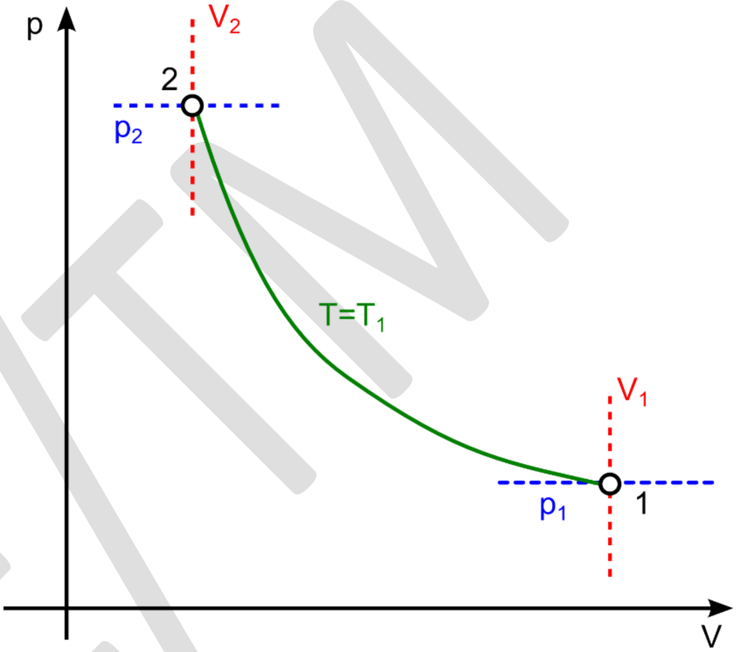
V nádobě je uzavřen plyn za pomoci pohyblivého pístu při tlaku *0,6 [MPa]* a objemu *0,8 [m³].* O kolik se změní objem, který zabírá plyn, když se zvýší tlak o *0,4 [MPa]* ale teplota zůstane konstantní.

$p_1 = 0{,}6\;[MPa] = 0{,}6\,.\,10^6[Pa]$

$V_1 = 0{,}8\;[m^3]$

$\Delta p = 0{,}4\;[MPa] = 0{,}4\,.\,10^6[Pa]$

$\Delta V = ?\;[m^3]$



Řešení:

Předpoklad volného pístu v zadání naznačuje, že objem, který zabírá plyn, se může měnit. Dalším důležitým předpokladem při řešení úlohy je poznámka, že teplota zůstane konstantní, tudíž se bude jednat o <u>izotermický děj.</u> Z grafu izotermického děje je patrné, že při nárůstu tlaku lze předpokládat zmenšení objemu, který zabírá plyn. Nicméně zadání úlohy je zaměřené na rozdíl („o kolik“) objemů před a po zvýšení tlaku.

$$p_1.V_1 = m.r.T$$

$$p_2.V_2 = m.r.T$$

$$p_1.V_1 = p_2.V_2$$

Koncový stav plynu

$$V_2 = \frac{p_1.V_1}{p_2} = \frac{p_1.V_1}{p_1 + \Delta p} = \frac{0{,}6\,.\,10^6.\,0{,}8}{0{,}6\,.\,10^6 + 0{,}4\,.\,10^6} = 0{,}48\;[m^3]$$

O kolik se změnil objem, který zabíral plyn:

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 0{,}32\;[m^3]$$

Příklad 4

V nádobě se nachází vzduch o hmotnosti *1,5 [kg]* při tlaku *0,2 [MPa]* a teplotě *20 [°C]*. Plyn v nádobě se ohřeje na teplotu *120 [°C].* Vypočítejte, jaký bude koncový objem plynu, přičemž během děje se zachová konstantní tlak.

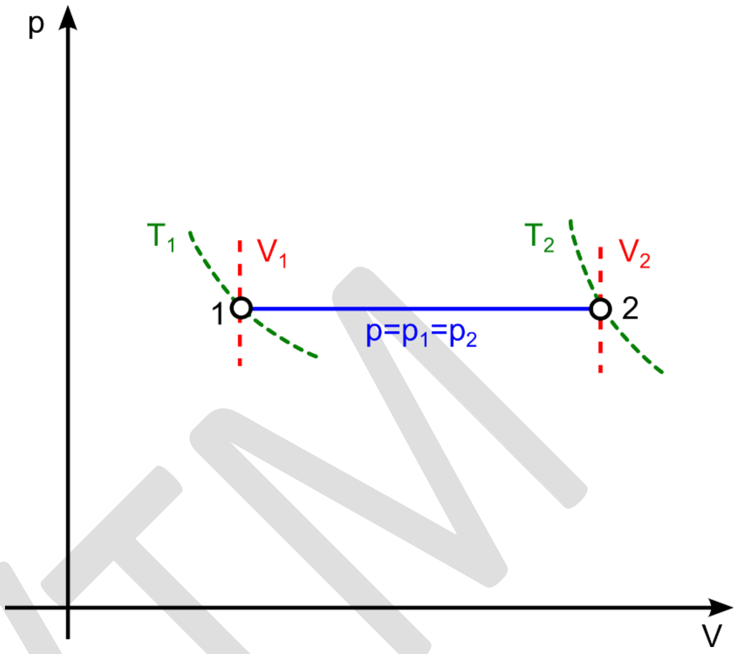
$m = 1{,}5\ [kg]$

$p_1 = p_2 = p = 0{,}2\ [MPa] = 0{,}2\,.\,10^6 [Pa]$

$t_1 = 20\ [°C] = 293{,}15\ [K]$

$t_2 = 120\ [°C] = 393{,}15\ [K]$

$r = 287{,}04\ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$



Řešení:

$$p.V_2 = m.r.T_2$$

$$V_2 = \frac{m.r.T_2}{p} = \frac{1{,}5\,.\,287{,}04\,.\,393{,}15}{0{,}2\,.\,10^6} = 0{,}846\ [m^3]$$

Příklad 5

Vzduch při objemu *1,6 [m³]* a tlaku *4 [bar]* má teplotu *20 [°C]*. Vypočítejte, jaká bude teplota a tlak vzduchu, když odevzdá *190 [kJ]* tepla a jeho objem se nezmění.

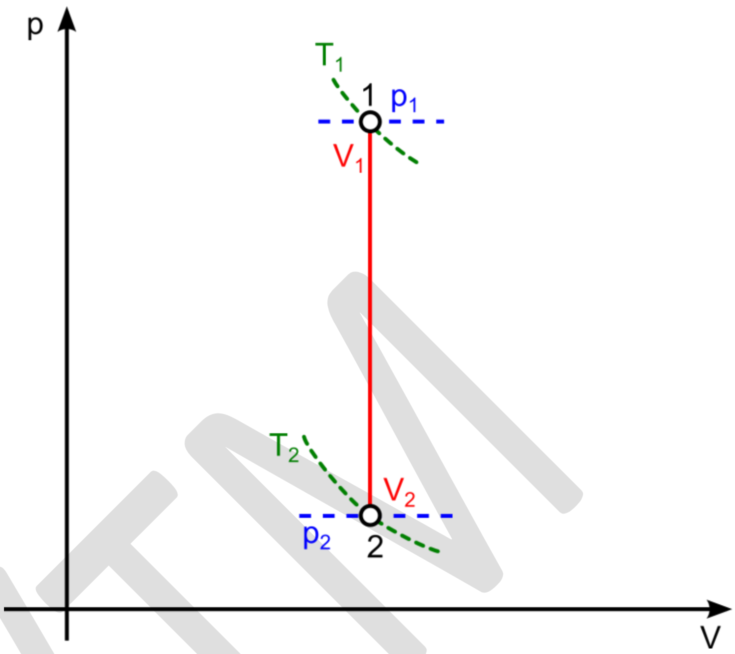
$V_1 = V_2 = V = 1{,}6\ [m^3]$

$p_1 = 4\ [bar] = 4.10^5 [Pa]$

$t_1 = 20\ [°C] = 293{,}15\ [\ K]$

$r = 287{,}04\ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$

$Q = 190\ [kJ] = -190\,.\,10^3 [J]$



Řešení:

Při řešení užijeme kalorimetrickou i stavovou rovnici.

$$Q = m.c_v.\Delta T$$

$$p.V = m.r.T$$

Při pokusu o dosazení do kalorimetrické rovnice je patrná absence hodnoty hmotnosti a měrné tepelné kapacity při konstantním objemu.

Při výpočtu můžeme vycházet z předpokladu zákonu zachování hmoty, a tedy hmotnost lze vyjádřit ze stavové rovnice pro počáteční stav:

$$m = \frac{p_1.V}{r.T_1} = \frac{4\,.\,10^5\,.\,1{,}6}{287{,}04\,.\,293{,}15} = 7{,}61\ [kg]$$

Z rovnic (7) a (8) a jejich úprav je možné vyjádřit c_v. V případě vzduchu uvažujeme, že se jedná o dvouatomový plyn, tudíž κ*=1,4*.

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{287{,}04}{1{,}4 - 1} = 717{,}6\ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$$

Z kalorimetrické rovnice je nyní možné vyjádřit koncovou teplotu T_2. Při sestavení rovnice je nutno si uvědomit, že v zadání je uvedeno, že se energie odvádí ("odevzdá *190 [kJ]* tepla"). Pravá strana rovnice bude tedy záporná. Na znaménko výsledku na pravé straně má vliv rozdíl teplot. Abychom dosáhly záporného výsledku na pravé straně, musíme odečíst od nižší hodnoty hodnotu vyšší. Výpočet tedy bude ve tvaru:

$$Q = m.c_v.(T_2 - T_1)$$

$$T_2 = \frac{Q}{m.c_V} + T_1 = \frac{-190\,.\,10^3}{7{,}61\,.\,717{,}6} + 293{,}15 = 258{,}36\ [K] = -14{,}8\ [°C]$$

Ze stavové rovnice pro izochronickou změnu je pak možné vyjádřit i tlak vzduchu na konci děje:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} . p_1 = \frac{258{,}36}{293{,}15} . 4 . 10^5 = 3{,}53 . 10^5 \ [Pa]$$

Příklad 6

V uzavřené nádobě o objemu *137 [l]* je uzavřen oxid uhličitý o tlaku *0,2 [MPa]* a teplotě *25[°C]*. V nádobě se zvýší tlak na koncových *0,8 [MPa]*. Jaká bude teplota na konci děje a kolik energie se muselo přivést?

$V_1 = V_2 = V = 137 \ [l] = 0{,}137 \ [m^3]$

$p_1 = 0{,}2 \ [MPa] = 0{,}2 . 10^6 [Pa]$

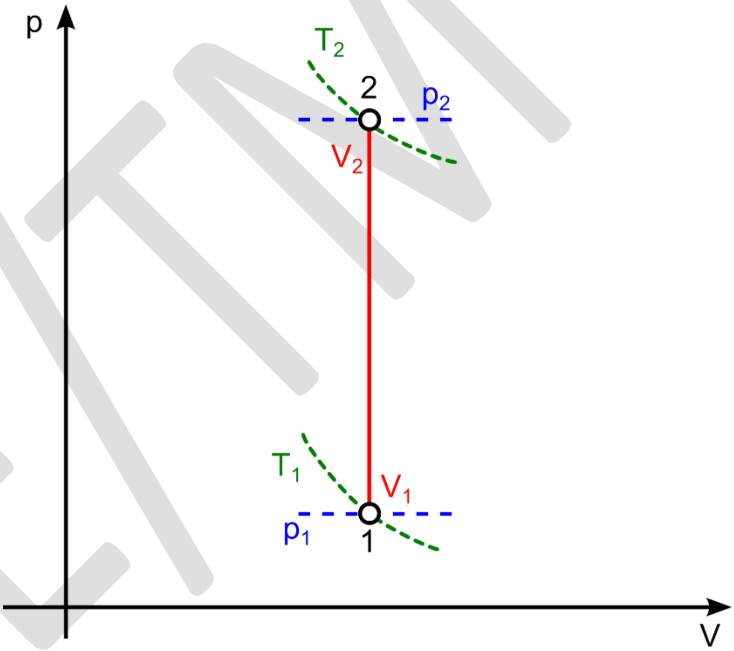
$t_1 = 25 \ [°C] = 298{,}15 \ [\ K]$

$p_2 = 0{,}8 \ [MPa] = 0{,}8 . 10^6 [Pa]$

$M_C = 12 \ [g.mol^{-1}] = 0{,}012 \ [\ kg.mol^{-1}]$

$M_0 = 16 \ [g.mol^{-1}] = 0{,}016 \ [\ kg.mol^{-1}]$

$R = 8{,}3141 \ [J.mol^{-1}.K^{-1}]$



Řešení:

Při řešení užijeme kalorimetrickou i stavovou rovnici.

$$Q = m.c_V.\Delta T$$

$$p.V = m.r.T$$

Při pokusu o řešení obou rovnic je patrná absence hodnoty hmotnosti, měrné tepelné kapacity při konstantním objemu a specifické plynové konstanty. Tyto konstanty je ale nutno si tyto konstanty vyjádřit.

Specifická konstanta je vyjádřena poměrem univerzální plynové konstanty a molární hmotnosti. V případě oxidu uhličitého se jedná o jednu molekulu uhlíku a dvě molekuly kyslíku (CO_2). Tomu musí být přizpůsoben i vzorec pro výpočet.

$$r = \frac{R}{M} = \frac{R}{M_{CO_2}} = \frac{8{,}3141}{0{,}012 + 2 . 0{,}016} = 188{,}97 \ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$$

Při dalším výpočtu můžeme vycházet z předpokladu zákonu zachování hmoty, a tedy si hmotnost vyjádřit ze stavové rovnice pro počáteční stav.

$$m = \frac{p_1.V}{r.T_1} = \frac{0{,}2\,.\,10^6.\,0{,}137}{188{,}97\,.\,298{,}15} = 0{,}486\ [kg]$$

Z rovnic (7) a (8) a jejich úprav je možné vyjádřit c_v. V případě CO_2 se jedná o tříatomový plyn, tudíž *κ=1,33*.

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{188{,}97}{1{,}33 - 1} = 572{,}33\ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$$

Nyní je možné řešit obě rovnice. Pro výpočet teploty na konci děje se použije stavová rovnice pro izochorický děj ("uzavřená nádoba").

$$p_2.V = m.r.T_2$$

$$T_2 = \frac{p_2.V}{m.r} = \frac{0{,}8\,.\,10^6\,.\,0{,}137}{0{,}486.188{,}97} = 1195\ [K] = 921{,}94\ [°C]$$

Pro výpočet množství přivedené energie se použije kalorimetrická rovnice v základním tvaru. Jak je patrné z výpočtu i z grafu pro izochorický děj – teplota i tlak se zvýšily, tedy energie se přivedla. To opět znamená, že levá strana rovnice bude kladná. Abychom dosáhli rovnosti na pravé straně v tomto případě je nutno upravit kalorimetrickou rovnici do tvaru:

$$Q = m.c_v.(T_2 - T_1) = 0{,}486\,.\,572{,}33\,.\,896.85 = 249{,}461\ [kJ]$$

Příklad 7

V uzavřené nádobě o objemu *196 [l]* je uzavřen plynný vodík o tlaku *600 [kPa]* a teplotě *7[°C]*. Nádoba je vybavena pojistným ventilem, který nedovoluje překročit maximální tlak v nádobě *600 [kPa]*. Plyn se v nádobě zahřeje na *17 [°C]*. Určete, o jaký děj se jedná. Vypočtěte hmotnost plynu, které z nádoby uniklo.

$p_1 = p_2 = p = 600\ [kPa] = 600.10^3 [Pa]$

$V_1 = V_2 = V = 196\ [l] = 0{,}196\ [m^3]$

$t_1 = 7\ [°C] = 280{,}15\ [K]$

$t_2 = 17\ [°C] = 290{,}15\ [K]$

$R = 8{,}3141\ [J.mol^{-1}.K^{-1}]$

$M_H = 1{,}0079\ [g.mol^{-1}] = 0{,}0010079\ [kg.mol^{-1}]$

Řešení:

První úloha v zadání je samozřejmě chyták. Jak je vidět už při rozboru zadání, tak tlak i objem jsou konstantní. Což by mohlo vést k mylným předpokladům, že se jedná o izobarický nebo izochorický děj. Nicméně při rozboru úlohy je patrné, že konstantní objem je dán uzavřenou nádobou a konstantní tlak je udržován pojistným ventilem, který při nárůstu tlaku odpustí část plynu do atmosféry. Tady dochází ke konfrontaci se stavovou rovnicí. Při úvahách se stavovou rovnicí se předpokládá, že děje se odehrávají se stejným plynem, u kterého se hmotnost nemění. Tady není zachována podmínka konzervace hmoty, tudíž nemůžeme klasifikovat tenhle děj ani jedním ze základních třech doteď uvedených dějů.

Úloha je však řešitelné za pomoci stavové rovnice:

$$p.V = m.r.T$$

Při rozboru proměnných je patrná absence hodnoty specifické plynové konstanty. Obdobně jako v předchozím případě vyjádříme hodnotu *r*. Plynný vodík se vyskytuje ve formě dvouatomových molekul H_2. Tomu musí být přizpůsoben i vzorec pro výpočet.

$$r = \frac{R}{M} = \frac{R}{M_{H_2}} = \frac{8{,}3141}{2\,.\,0{,}0010079} = 4124{,}47\ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$$

Hmotnost na počátku děje:

$$m_1 = \frac{p_1.V_1}{r.T_1} = \frac{600\,.\,10^3.0{,}196}{4124{,}47\,.\,280{,}15} = 0{,}102\ [kg]$$

Hmotnost na konci děje:

$$m_2 = \frac{p_2.V_2}{r.T_2} = \frac{600\,.\,10^3.0{,}196}{4124{,}47\,.\,290{,}15} = 0{,}098\ [kg]$$

Rozdíl hmotnosti plynu:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 0{,}102 - 0{,}098 = 0{,}004\ [kg]$$