

Příklad 1

Vypočítejte do jaké výšky stoupne píst se závažím jestliže vzduch ve válci je s účinností 10% ohřátý elektrickým vaříčem.

hmotnost pístu	$m_p = 0.5 [kg]$
hmotnost závaží	$m_z = 10 [kg]$
původní výška	$h_1 = 30 [cm]$
původní teplota	$t_1 = 20 [°C]$
výkon vaříče	$P = 200 [W]$
účinnost kg	$\eta = 10 [\%]$
doba ohřevu	$\tau = 5 [s]$
vlastnosti média:	
r_{vzduch}	$r = 287.04 [J.kg^{-1} K^{-1}]$
$c_{p,\text{vzduch}}$	$c_p = 1004.5 [J.kg^{-1} K^{-1}]$

Hmotnost vzduchu ve válci:

$$p_1 \cdot V_1 = m \cdot r \cdot T_1 \rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_1}{r \cdot T_1}$$

$$p_1 = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot a}{S} = \frac{(m_p + m_z) \cdot g}{S}$$

$$V_1 = S \cdot h_1$$

$$m = \frac{\frac{(m_p + m_z) \cdot g}{S} \cdot S \cdot h_1}{r \cdot T_1} = \frac{(0,5 + 10) \cdot 9,81 \cdot 0,3}{287,04 \cdot 293 \cdot 15} = 3,67 \cdot 10^{-4} [kg]$$

Koncová teplota

$$Q = m \cdot c_p \Delta T = P \cdot \eta \cdot \tau [J]$$

$$P \cdot \eta \cdot \tau = m \cdot c_p (T_2 - T_1)$$

$$T_2 - T_1 = \frac{P \cdot \eta \cdot \tau}{m \cdot c_p}$$

$$T_2 = \frac{P \cdot \eta \cdot \tau}{m \cdot c_p} + T_1 = \frac{200 \cdot 0,1 \cdot 5}{3,67 \cdot 10^{-4} \cdot 1004,5} + 293,15 = 564,4 [K] = 291,3 [°C]$$

Poloha pístu:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{S \cdot h_1}{S \cdot h_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$h_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot h_1 = \frac{564.4}{293.15} \cdot 0.3 = 0.578 \text{ [m]}$$

Příklad 2 :

Ve válci kompresoru se sacím objemem 4.3 l se izotermicky stlačuje vzduch z 0.096 MPa na 0.34 Mpa. Určete hmotnostní průtok vzduchu, objem po stlačení, potřebnou práci a výkon kompresoru, jestliže se kompresor otáčí 500 ot.min⁻¹.

sací objem $V_s = 4,3 \text{ [l]}$

tlak - vstup $p_{vst} = 0,096 \text{ [Mpa]}$

tlak - výstup $p_{vyst} = 0,34 \text{ [Mpa]}$

teplota $t = 20 \text{ [°C]}$

otáčky $n = 500 \text{ [ot.min}^{-1}\text{]}$

Γ_{vzduch} $r = 287.04 \text{ [J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$

Hmotnostní průtok vzduchu

$$p_1 \cdot V_1 = m \cdot r \cdot T_1$$

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{r \cdot T_1} = \frac{0,096 \cdot 10^6 \cdot 4,3 \cdot 10^{-3}}{287,04 \cdot 293,15} = 4,91 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]}$$

$$\dot{m} = m \cdot n = 4,91 \cdot \frac{500}{60} = 0.041 \text{ [kg.s}^{-1}\text{]}$$

Objem po stlačení

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 4,3 \cdot 10^{-3} \frac{0,096 \cdot 10^6}{0,34 \cdot 10^6} = 1.214 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{]}$$

Práce a výkon kompresoru

$$P = \dot{m} \cdot a_t$$

$$da_t = -v \cdot dp \rightarrow da_t = \frac{-r \cdot T}{p} dp$$

$$a_{t_{1,2}} = \int da_t = -r \cdot T \int_1^2 \frac{1}{p} dp = -r \cdot T [\ln p]_1^2 = r \cdot T \cdot (\ln p_1 - \ln p_2) = r \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$a_{1,2} = \int da$$

$$da = p \cdot dv \rightarrow da = \frac{r \cdot T}{v} dv$$

$$a_{1,2} = \int \frac{r \cdot T}{v} dv = r \cdot T \int_1^2 \frac{1}{v} dv = r \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} \rightarrow a_{1,2} = a_{t_{1,2}} \quad \text{platí při izotermické změně}$$

Dodaná práce:

$$a_t = r \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = 287,04 \cdot 293,15 \cdot \ln \frac{0,096 \cdot 10^6}{0,34 \cdot 10^6} = -106410,5 [J \cdot kg^{-1}]$$

Dodaný výkon

$$P = \dot{m} \cdot a_t = 0,041 \cdot (-106410,5) = -4362,8 [W]$$

Příklad 3:

Potápěčský zvon o vnitřním objemu 5 m^3 je ponořen do hloubky 20 m. Stanovte objem vody, který vnikne do zvonu. Jaké hmotnostní množství vzduchu je třeba přivést do zvonu, aby se veškerá voda ze zvonu vytlačila? Jaký objem vzduchu musí kompresor při tom nasát a jaká je spotřebovaná práce, pracuje-li kompresor při stále teplotě? Teplota nad hladinou je $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a tlak $0,1 \text{ MPa}$. Teplota vody je $5 \text{ }^\circ\text{C}$.

objem zvonu $V_0 = 5 [m^3]$

hloubka $h = 20 [m]$

teplota nad hladinou $t_0 = 20 [^\circ\text{C}]$

teplota vody $t_1 = 5 [^\circ\text{C}]$

tlak nad hladinou $p = 0,1 [MPa]$

vlastnosti média:

$r_{\text{vzduch}} = 287,04 [J \cdot kg^{-1} K^{-1}]$

$\rho_{\text{p,vzduch}} = 1000 [kg \cdot m^{-3}]$

Hmotnost vzduchu nad hladinou

$$m_0 = \frac{p_0 V_0}{r \cdot T_0} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 5}{287,04 \cdot 293,15} = 5,942 \text{ [kg]}$$

Tlak v hloubce 20m

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h = 0,1 \cdot 10^6 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 20 = 2,962 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

Objem který zabere vzduch ve zvonu v hloubce 20 m a při tlaku $2,962 \cdot 10^5$ [Pa]

$$V_1 = \frac{m \cdot r \cdot T_1}{p_1} = \frac{5,942 \cdot 287,04 \cdot 278,15}{2,962 \cdot 10^5} = 1,6 \text{ [m}^3\text{]}$$

Objem který zabere voda ve zvonu v hloubce 20 m a při tlaku $2,962 \cdot 10^5$ [Pa]

$$V_{H_2O} = V_0 - V_1 = 5 - 1,6 = 3,4 \text{ [m}^3\text{]}$$

Teoretická hmotnost vzduchu ve zvonu pod hladinou v hloubce 20 m aby odolala tlaku $2,962 \cdot 10^5$ [Pa]

$$m'_2 = \frac{p_1 V_0}{r \cdot T_1} = \frac{2,962 \cdot 10^5 \cdot 5}{287,04 \cdot 278,15} = 18,537 \text{ [kg]}$$

Potřebné množství vzduchu

$$m_2 = m'_2 - m_0 = 18,537 - 5,942 = 12,594 \text{ [kg]}$$

Objem vzduchu, který je nutný dodat :

$$V_2 = \frac{m_2 \cdot r \cdot T_0}{p_0} = \frac{12,594 \cdot 287,04 \cdot 293,15}{0,1 \cdot 10^6} = 10,6 \text{ [m}^3\text{]}$$

Spotřebovaná práce:

$$dA_t = -V \cdot dp = \frac{-m \cdot r \cdot T_0}{p} dp = -m \cdot r \cdot T_0 \frac{dp}{p}$$

$$A_t = -m \cdot r \cdot T_0 \int_0^1 \frac{dp}{p} = -m \cdot r \cdot T_0 [\ln p]_0^1 = -m \cdot r \cdot T_0 (\ln p_1 - \ln p_0)$$

$$A_t = -m \cdot r \cdot T_0 \ln \frac{p_1}{p_0} = -12,609 \cdot 287,04 \cdot 293,15 \cdot \ln \frac{2,962 \cdot 10^5}{10^5} = -1,152 \cdot 10^6 \text{ [J]}$$