Příklad 1

Ve válci s pohyblivým pístem je vodík (H2, M=2kg/kmol, κ=1,4), který je z tlaku 0,4 Mpa stlačen na 5,375 krát větší tlak. Na jeho stlačení je vynaložená práce 150 kJ. Vodík se ohřeje na 250°C. Současně se odebere teplo 60kJ. Po stlačení měl vodík třetinu původního objemu. Jaká byla teplota a hmotnost vodíku na počátku?

$$p_1 = 0{,}4\,[Mpa] \qquad dA = -150.10^3\,[J]$$

$$p_2 = 5{,}375.\,p_1\,[Mpa] \qquad dQ = -60.10^2\,[J]$$

$$V_2 = \frac{1}{3}.\,V_1 \qquad t_2 = 250\,[°C]$$

$$p_1.\,V_1 = m.r.T_1$$

$$p_2.\,V_2 = m.r.T_2$$

$$\frac{p_1.\,V_1}{p_2.\,V_2} = \frac{m.r.T_1}{m.r.T_2} \rightarrow \frac{p_1.\,V_1}{p_2.\,V_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow T_1 = \frac{p_1}{p_2}.\,\frac{V_1}{V_2}.\,T_2 = \frac{p_1}{5.375.\,p_1}.\,\frac{3.\,V_1}{V_1}.\,T_2 = \frac{1}{5{,}375}.\ 3.\ 523{,}15 = 291{,}99\,[K]$$

$$T_1 = 18{,}84\,[°C]$$

$$dq = du + da$$

$$Q_{12} = U_{12} + A_{12} = m.c_V.(T_2 - T_1) + A_{12}$$

$$m = \frac{\Delta Q - \Delta A}{c_{V.}(T_2 - T_1)} = \frac{-60.10^3 + 150.10^3}{\frac{4157}{1{,}4-1}.(523{,}15 - 291{,}99)} = 0{,}037\,[kg]$$

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} \qquad r = \frac{R}{M} = \frac{8314}{2} = 4137\,[J.kg^{-1}.\,K^{-1}]$$

Příklad 2:

Určete střední měrnou tepelnou kapacitu vzduchu při konstantním tlaku mezi teplotami 200°C a 800°C jestliže je dáno $c_p = 995{,}15 + 0{,}192.t\ [J.kg^{-1}.K^{-1}]$.
Zjistěte chybu, které bychom se dopustili, kdybychom počítali počítali c_p vzduchu v daném rozmezí teplot jako ideální plyn.

$t_1 = 200[°C] \quad t_2 = 800[°C] \quad c_p = 995{,}15 + 0{,}192.t \quad r = 287[J.kg^{-1}.K^{-1}]$

$$|c_p|_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} c_p\,dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}(a + b.t)\,dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\left[a(t_2 - t_1) + \frac{b}{2}(t_2^2 - t_1^2)\right] = a + \frac{b}{2}(t_2 - t_1) =$$
$$= 995{,}15 + \frac{0{,}196}{2}.(473{,}15 + 1073{,}15) = 1143{,}6[J.kg^{-1}.K^{-1}]$$

pro lineární závislost: $|c_p|_{t_1}^{t_2} = \dfrac{c_{p_{t1}} + c_{p_{t2}}}{2}$

pro ideální plyn:

$$c_{p_{id}} = \frac{\kappa.r}{\kappa - 1} = \frac{1{,}4\ .\ 287}{1{,}4 - 1} = 1004{,}5[J.kg^{-1}.K^{-1}]$$

Chyba:

$$\Delta c_p = \frac{|c_p|_{t_1}^{t_2} - c_{p_{id}}}{|c_p|_{t_1}^{t_2}}\frac{1143{,}6 - 1004{,}5}{1143{,}6} = 0{,}122[-] = 12{,}2[\%]$$

Příklad 3

1kg plynu při izobarickém ohřevu o 710°C z teploty 40°C vykonal práci 184,5 kJ.kg^{-1}.Vypočítejte molovou hmotnost plynu, množství přivedeného tepla a změnu vnitřní energie

$$\Delta t = 710[°C] \quad t_1 = 40[°C] \quad p_1 = p_2 = p = konst \quad a_{12} = +184{,}5.10^3 [J.kg^{-1}]$$

$$a_{12} = \int_1^2 da = \int_1^2 p.dv = p.(v_2 - v_1) = p.\left(\frac{r.T_2}{p} - \frac{r.T_1}{p}\right) = r.(T_2 - T_1) = r.\Delta T = r.\Delta t = \frac{R}{M}\Delta t \rightarrow$$

$$\rightarrow M = \frac{R.\Delta t}{a_{12}} = \frac{8314\ .\ 710}{184.10^3} = 32[kg.kmol^{-1}]$$

$$dq = dh - vdp \rightarrow dq = dh = c_p.dT$$

$$q = c_p(T_2 - T_1) = c_p \Delta T = c_p \Delta t = \frac{\kappa\ .\ r}{\kappa - 1}\Delta t = \frac{1{,}4\ .\ 259{,}8}{1{,}4 - 1}.710 = 645{,}63\ .\ 10^3 [J.kg^{-1}]$$

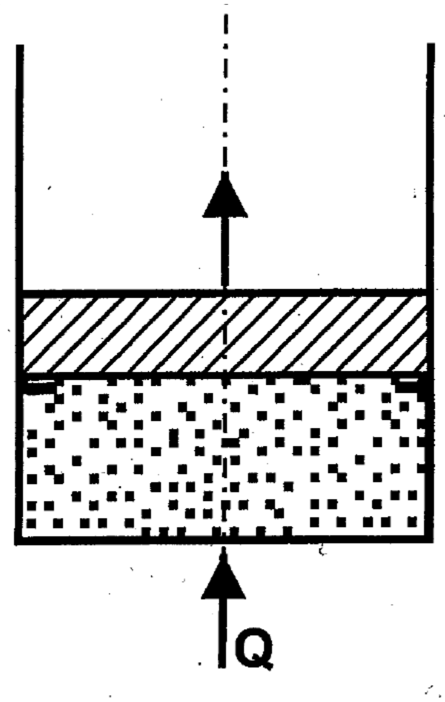
$$\Delta u_{12} = c_v.\Delta T = \frac{r}{\kappa - 1}.\Delta T = \frac{259{,}8}{1{,}4 - 1}.710 = 461{,}15\ .\ 10^3 [J.kg^{-1}]$$

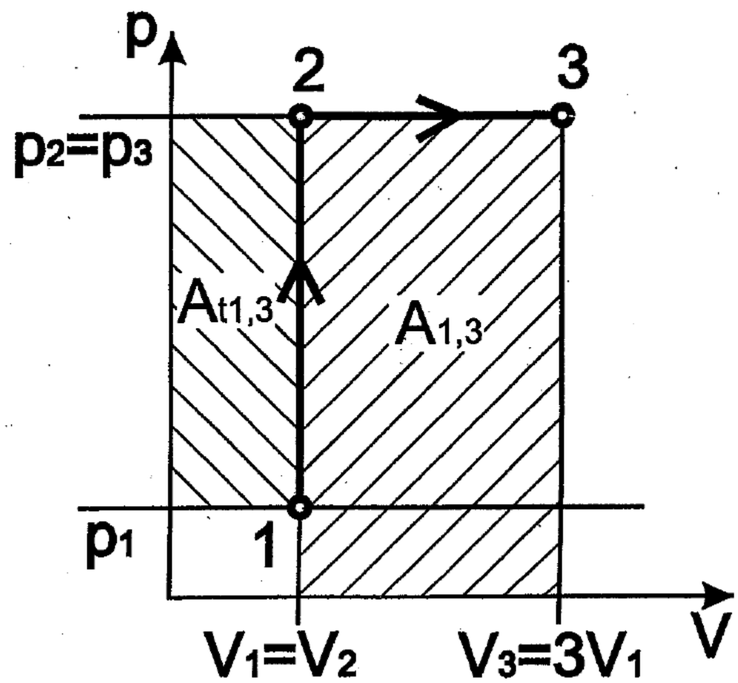
kontrola

$$q = \Delta u + a_{12}$$

Příklad 4

Pod pístem spočívajícím na zarážkách je vzduch o obejmu 0,3 m^3, tlaku 0,15 MPa, teplotě 20°C. Přívodem tepla začne tlak plynu pod pístem stoupat a při hodnotě 0,3 MPa se tlaková síla působící na píst vyrovná s tíhou pístu a píst začne stoupat dokud se objem vzduchu pod pístem nezvětší o trojnásobek původního objemu. Vypočítejte konečnou teplotu vzduchu po expanzi,vykonanou absolutní a technickou práci a množství tepla nutné pro vykonání změny. Proveďte kontrolu pomocí 2. tvaru I. Termodynamické věty.





$V_1 = V_2 = 0{,}3[m^3]$ $\quad p_1 = 0{,}15[MPa]$ $\quad t_1 = 20[°C]$ $\quad p_2 = p_3 = 0{,}3[MPa]$

$V_3 = 3.V_1 = 0{,}9[m^3]$ $\quad A_{13} = ?[J]$ $\quad A_{t13} = ?[J]$ $\quad Q_{13} = ?[J]$

Teplota vzduchu po expanzi plynu T_3:

$$p_1 . V_1 = m.r.T_1 \rightarrow m = \frac{p_1 . V_1}{r.T_1} \qquad \rightarrow \frac{p_1 . V_1}{T_1} = \frac{p_3 . V_3}{T_3} \rightarrow T_3 = T_1 \frac{p_3 . V_3}{p_1 . V_1} =$$

$$p_3 . V_3 = m.r.T_3 \rightarrow m = \frac{p_3 . V_3}{r.T_3} \qquad = (20 + 273{,}15) \frac{0{,}3.10^6 . 0{,}9}{0{,}15.10^6 . 0{,}3} = 1758{,}9[K]$$

Absolutní práce A_{13}:

$$A_{13} = A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p.dv = p_2 . (V_3 - V_2) = 0{,}3.10^6 . (0{,}9 - 0{,}3) = -180[kJ]$$

Technická práce A_{t13}:

$$A_{t13}=A_{t23}=-\int_{p_1}^{p_2} V.dp=-V_{1.}(p_2-p_1)=V_{1.}(p_1-p_2)=0,3.(0,15-0,30).10^6=-45[kJ]$$

Přivedené teplo

$$Q_{13}=\Delta U_{13}+A_{13}$$

$$\Delta U_{13}=m.c_{v.}(T_3-T_1)=\frac{p_1.V_1}{r.T_1}.\frac{r}{\kappa-1}.(T_3-T_1)=\frac{0,15.10^6.0,3}{287.293,15}.\frac{287}{1,4-1}.(1758,9-293,15)=562,5[kJ]$$

$$Q_{13}=562,5+180=745,5[kJ]$$

Kontrola:

$$Q_{13}=\Delta H_{13}+A_{t13}$$

$$\Delta H_{13}=m.c_{p.}(T_3-T_1)=\frac{p_1.V_1}{r.T_1}.\frac{\kappa.r}{\kappa-1}.(T_3-T_1)=\frac{0,15.10^6.0,3}{287.293,15}.\frac{1,4\ .\ 287}{1,4-1}.(1758,9-293,15)=787,5[kJ]$$

$$Q_{13}=787,5-45=742,5[kJ]$$

Příklad 5

V nádobě o objemu 1m^3 je vzduch o tlaku 0,5 MPa a teplotě 30°C. Jaká bude teplota a tlak vzduchu , odvede li se teplo 200 kJ? Jakou technickou práci vykoná vzduch při změně a jak se změní jeho entalpie a entropie?

$$p_1=0{,}5[MPa] \qquad t_1=30[°C] \qquad Q_{12}=-200[kJ] \qquad V_1=1[m^3]$$
$$p_2=?[Pa] \qquad t_2=?[°C] \qquad A_{13}=?[J] \qquad \Delta H=?[J] \qquad \Delta S=?[J.K^{-1}]$$

Výpočet hmotnosti plynu:

$$V_1=V_2=V \;-\; izochorická\ zmena$$
$$p_1.V=m.r.T_1 \;\rightarrow\; m=\frac{p_1.V}{r.T_1}=\frac{0{,}5.10^6\ .\ 1}{287{,}04\ .\ 303{,}15}=5{,}75[kg]$$

Výpočet teploty t$_2$:

$$\begin{matrix} dQ=dU+dA \\ dA=p.dV \end{matrix} \;\rightarrow\; dQ=dU$$

$$Q_{12}=m.(u_2-u_1)=m.c_{v.}(t_2-t_1)\rightarrow t_2=\frac{Q}{m.c_v}+t_1=\frac{-200.10^3}{5{,}75\ .\ 717{,}5}+30=-18{,}48[°C]$$

Výpočet tlaku p$_2$:

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2} \;\rightarrow\; p_2=p_1\frac{T_2}{T_1}=0{,}5.10^6.\frac{273{,}15+(-18{,}48)}{273{,}15+30}=0{,}42[MPa]$$

Změna technické práce At$_{12}$:

$$dA_t=-Vdp$$
$$A_{t12}=-V(p_2-P_1)=V(p_1-p_2)=1.(0{,}5\ .\ 0{,}42).10^6=0{,}08.10^6[J]=80[kJ]$$

Změna entalpie ΔI$_{12}$:

$$dA_t=-Vdp$$
$$\Delta I_{12}=I_2-I_1=m.c_p(T_2-T_1)=m.\kappa.c_v(T_2-T_1)=m.\kappa.\frac{r}{\kappa-1}(T_2-T_1)=$$
$$=5{,}75.1{,}4.\frac{287}{1{,}4-1}(254{,}67-303{,}15)=-280[kJ]$$

Kontrola:

$$Q_{12}=(I_2-I_1)+A_{t12}=-280+80=-200[kJ]$$

Změna entropie ΔS_{12}:

$$\Delta S = m.c_v.\ln\frac{T_2}{T_1} = m.\frac{r}{\kappa-1}.\ln\frac{T_2}{T_1} = 5{,}75.\frac{287}{1{,}4-1}.\ln\frac{254{,}67}{303{,}15} = -718{,}93[J.K^{-1}]$$

Příklad 6

1,5 kg vzduchu o tlaku 0,2 MPa, teplotě 30°C vykonal při konstantním tlaku absolutní práci 30 kJ. Vypočtěte teplo, které musíme přivést pro vykonání změny, teplotu a objem vzduchu na konci změny, technickou práci změnu vnitřní energie,entalpie a entropie vzduchu!

$$m=1{,}5[kg] \qquad p_1=p_2=p=0{,}2[MPa] \qquad t_1=30[°C] \qquad A_{12}=30[kJ]$$

$$V_2=?[m^3] \quad t_2=?[°C] \quad Q_{12}=?[°C] \quad A_{t13}=?[J] \quad \Delta H_{12}=?[J] \quad \Delta S_{12}=?[J.K^{-1}] \quad \Delta U_{12}=?[J]$$

Počáteční objem V_1

$$p_1 . V=m.r.T_1 \quad \rightarrow \quad V_1=\frac{m.r.T_1}{p}=\frac{1{,}5.287.303{,}15}{0{,}2.10^6}=0{,}653[m^3]$$

Konečný objem:

$$A_{12}=m.p(v_2-v_1)=p.(V_2-V_1) \rightarrow V_2=\frac{A_{12}}{p}+V_1=\frac{30.10^3}{0{,}2.10^6}+0{,}653=0{,}803[m^3]$$

Konečná teplota:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2} \rightarrow T_2=T_1 . \frac{V_2}{V_1}=303{,}15+\frac{0{,}803}{0{,}653}=372{,}79[K]$$

Technická práce:

$$dA_t=-Vdp=0 \qquad A_{t12}=0$$

Sdělené teplo Q_{12} a změna entalpie ΔH_{12}:

$$Q_{12}=\Delta H_{12}=m.q_{12}=m.c_{p.}(T_2-T_1)=m.\kappa.c_{v.}(T_2-T_1)=m.\kappa.\frac{r}{\kappa-1}.(T_2-T_1)=$$

$$=1{,}5.1{,}4.\frac{287}{1{,}4-1}.(372{,}79-303{,}15)=104{,}93[kJ]$$

Změna entropie ΔS_{12}:

$$\Delta S_{12}=S_2-S_1=m.c_p . \ln\frac{V_2}{V_1}=m.\frac{\kappa.r}{\kappa-1}. \ln\frac{V_2}{V_1}=1{,}5.\frac{1{,}4\ .\ 287}{1{,}4-1}. \ln\frac{0{,}803}{0{,}653}=311{,}56[J.K^{-1}]$$

Změna vnitřní energie ΔU_{12}:

$$\Delta U=m.c_v(T_2-T_1)=m.\frac{r}{\kappa-1}(T_2-T_1)=1{,}5.\frac{287}{1{,}4-1}(372{,}79-303{,}15)=74{,}93[kJ]$$

Kontrola

$$Q_{12}=\Delta U_{12}+A_{12}=74{,}93+30=104{,}93[kJ]$$

Příklad 7

V kompresoru je kontinuálně stlačován objemový tok vzduchu $1m^3s^{-1}$ o tepotě 20°C a tlaku 0,1 MPa na tlak 0,7 MPa. Vypočtěte objemový tok vzduchu vystupujícího z kompresoru, jeho teplotu a příkon kompresoru,když komprese je a) izotermická b) adiabatická ! Srovnejte řešení! Zakreslete změny v p-v a T-s diagramech.

$$\dot{V}_1 = 1[m^3 s^{-1}] \qquad t_1 = 20[°C] \qquad p_1 = 0{,}1[MPa] \qquad p_2 = 0{,}7[MPa] \qquad \kappa = 1{,}4$$

$$a)\, izotermická\, komprese \quad b)\, adiabatická\, komprese \qquad \dot{V}_2 = ?[m^3 s^{-1}] \quad t_2 = ?[°C] \quad P_p = ?[W]$$

a) izotermická komprese:

$$p_{1.}\dot{V}_1 = p_2.\dot{V}_2 \quad \rightarrow \quad \dot{V}_2 = \frac{p_1.\dot{V}_1}{p_2} = \frac{0{,}1.10^6.1}{0{,}7.10^6} = 0{,}143[m^3.s^{-1}]$$

Teplota vystupujícího vzduchu T2:

$$T_2 = T_1 = 293{,}15[K]$$

Příkon kompresoru:

$$P = A_{t12} = A_{12} = \int_1^2 pdV = m\int_1^2 pdv = m\int_1^2 \frac{r.T}{v}dv = m.r.T\int_1^2 \frac{1}{v}dv = r.T.ln\frac{v_2}{v_1} = p_{1.}\dot{V}_1.\ln\frac{p_1}{p_2} =$$

$$= 0{,}1.10^{6.1}.\ln\frac{0{,}1}{0{,}7} = -194591[W]$$

b) Adiabatická komprese:

Objemový tok vstupujícího vzduchu:

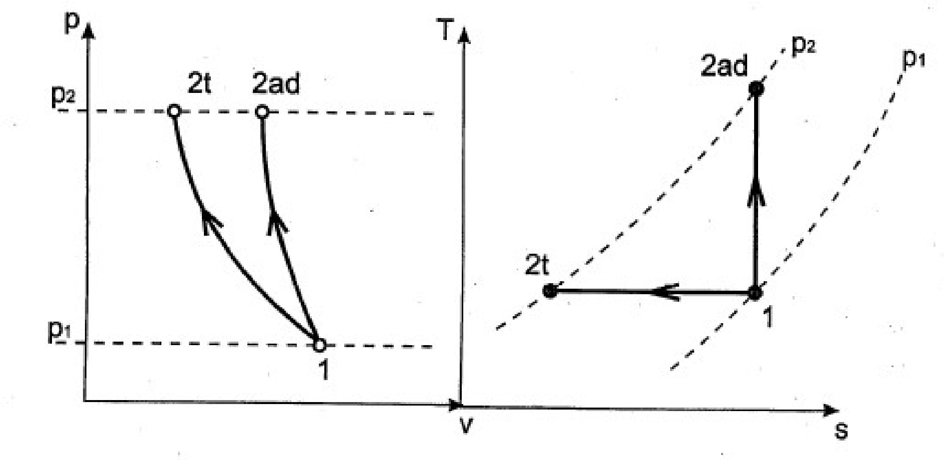
$$p_{1.}\dot{V}_1^{\kappa} = p_2.\dot{V}_2^{\kappa} \quad \rightarrow \quad \dot{V}_2 = \dot{V}_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = 1\left(\frac{0{,}1}{0{,}7}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} = 0{,}249[m^3.s^{-1}]$$

Teplota vystupujícího vzduchu:

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293{,}16\left(\frac{0{,}7}{0{,}1}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 511{,}15[K]$$

Příkon kompresoru:

$$P = A_{12} = -\Delta I_{12} = \dot{m}.c_p(T_1 - T_2) = \frac{p_1\dot{V}_1}{r.T_1}.c_{p.}(T_1 - T_2) = \frac{0{,}1.10^6 1}{287.293{,}15}.1004{,}5.(293{,}15 - 511{,},5) = -260276[W]$$



Pozn:

Záporný požadovaný výkon znamená, že práce je soustavě dodávaná. Příkon kompresoru je úměrný v *p-v* diagramu ploše vlevo od křivky směrem k vertikální ose. Příkon kompresoru je při izotermické kompresi menší něž v kompresi adiabatické. V izotermické kompresi se veškeré přivedené teplo využije pouze pro vykonání práce. Nárůst vnitřní energie je nulový.