Adiabatická změna:

Při adiabatickém ději nedochází k výměně tepla s okolím, tedy platí:

$$dq = 0;\ dQ = 0 \tag{1}$$

Postulát, že nedochází k výměně tepla má dopad na první větu termodynamickou…

Pro její první tvar:

$$dq = du + da \rightarrow -du = da$$

$$-du = da$$

$$-c_v dT = da$$

$$a_{12} = -\frac{r}{\kappa - 1}(T_2 - T_1) \tag{2}$$

Pro její druhý tvar:

$$dq = dh + da_t$$

$$-dh = da_t$$

$$-c_p dT = da_t$$

$$a_{t12} = -\frac{\kappa . r}{\kappa - 1}(T_2 - T_1) \tag{3}$$

Z rovnic (2) a (3) plyne závislost mezi absolutní a technickou prací:

$$\kappa . a_{12} = a_{t12} \tag{4}$$

$$\kappa . p . dv = -v . dp$$

Z této rovnice je patrné, že v případě adiabatického děje se absolutní práce nerovná práci technické!!!!!

Úpravami rovnice (4) dle [1] (60 s. – 61 s.) nebo odvozením za pomoci [2] (87 s. – 88 s.) se dostaneme na rovnici adiabaty.

$$p . v^{\kappa} = konst \tag{5}$$

V následujícím bude ukázána závislost členů stavové rovnice (p, v, T) pro adiabatický děj:

$$p_1 . v_1^{\kappa} = p_2 . v_2^{\kappa}$$

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)\ ;\ \left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$p_1 . v_1 = r . T_1$$

$$p_2 . v_2 = r . T_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} . \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{p_1}{p_2}.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-1}.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{-\kappa+1}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{-\kappa}.\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-\kappa} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_1}{T_2}$$

Jako shrnutí předchozích rovnic můžeme napsat, že pro adiabatický děj platí následující závislosti:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-\kappa} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \tag{6}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-\kappa} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \tag{7}$$

Z rovnic (2) a (3) je vidět, že k velikosti absolutní a technické práce je možné se dopracovat i z první věty termodynamické. K rovnici pro absolutní práci je možné se dopracovat i klasickým přístupem, které bylo ukázáno na předchozích cvičeních:

$$a_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p.\,dv$$

Vyjádříme si rovnici pro adiabatu pro jeden počáteční stav (index 1) a jeden koncový, obecný stav (bez indexů).

$$p_1.\,v_1^{\kappa} = p.\,v^{\kappa}$$

Z toho si pak můžeme vyjádřit koncový, obecný tlak:

$$p = \frac{p_1.\,v_1^{\kappa}}{v^{\kappa}}$$

Tento vztah pak dosadíme do rovnice pro absolutní práci:

$$a_{12} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{p_1.\,v_1^{\kappa}}{v^{\kappa}}.\,dv$$

Přepokládá se, že počáteční stav je známý, tedy čitatele můžeme vytknout před závorku a rovnici následně upravit:

$$a_{12} = p_1.\,v_1^{\kappa}\int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v^{\kappa}}.\,dv = p_1.\,v_1^{\kappa}.\left[\frac{v^{-\kappa+1}}{-\kappa+1}\right]_{v_1}^{v_2} = p_1.\,v_1^{\kappa}.\left[\frac{v_2^{-\kappa+1}}{-\kappa+1} - \frac{v_1^{-\kappa+1}}{-\kappa+1}\right] =$$

$$= p_1.\,v_1^{\kappa}.\left[\frac{v_2^{1-\kappa}}{1-\kappa} - \frac{v_1^{1-\kappa}}{1-\kappa}\right] = \frac{p_1.\,v_1^{\kappa}}{1-\kappa}.\left[v_2^{1-\kappa} - v_1^{1-\kappa}\right] = \tag{8}$$

$$= \frac{1}{1-\kappa}.\,p_1.\,v_1^{\kappa}.\,v_1^{1-\kappa}.\left[\frac{v_2^{1-\kappa}}{v_1^{1-\kappa}} - \frac{v_1^{1-\kappa}}{v_1^{1-\kappa}}\right] = \frac{1}{1-\kappa}.\,p_1.\,v_1.\left[\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-\kappa} - 1\right]$$

Poslední tvar této rovnice (8) se dá pak dle libosti upravit. Je důležité mít na paměti závislosti, které byly popsány na začátku, tedy člen $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-\kappa}$ je možno nahradit libovolným členem z rovnic (6) a (7). Člen $p_1.v_1$ je možné nahradit členem ze stavové rovnice $r.T_1$.

Zkusme si tedy rovnici (8) upravit. Člen $p_1.v_1$nahradíme členem $r.T_1$ a člen $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-\kappa}$ nahradíme dle rovnic (7) členem $\frac{T_2}{T_1}$.

$$a_{12} = \frac{1}{1-\kappa}.r.T_1.\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)$$

Násobením závorky členem T_1dostáváme tvar:

$$a_{12} = \frac{1}{1-\kappa}.r.(T_2-T_1)$$

Násobením jmenovatele *(-1)* dostáváme stejný tvar rovnice jako v případě rovnice (2):

$$a_{12} = -\frac{r}{\kappa-1}(T_2-T_1)$$

Pro výpočet technické práce budeme postupovat stejným algoritmem:

$$a_{t12} = -\int_{p_1}^{p_2} v.dp$$

Vyjádříme si rovnici pro adiabatu pro jeden počáteční stav (index 1) a jeden koncový, obecný stav (bez indexů).

$$p_1.v_1^{\kappa} = p.v^{\kappa}$$

Z toho si pak můžeme vyjádřit koncový, obecný tlak:

$$v = p_1^{\frac{1}{\kappa}}.v_1.\frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa}}}$$

Tento vztah dosadíme do rovnice pro technickou práci

$$a_{t12} = -\int_{p_1}^{p_2} p_1^{\frac{1}{\kappa}}.v_1.\frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa}}}.dp$$

Přepokládá se, že počáteční stav je známý, tedy čitatele můžeme vytknout před závorku a rovnici následně upravit:

$$a_{t12} = -p_1^{\frac{1}{\kappa}}.v_1\int_{p_1}^{p_2}\frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa}}}.dp = -p_1^{\frac{1}{\kappa}}.v_1.\left[\frac{p^{-\frac{1}{\kappa}+1}}{-\frac{1}{\kappa}+1}\right]_{p_1}^{p_2} = -\frac{p_1^{\frac{1}{\kappa}}.v_1}{1-\frac{1}{\kappa}}.\left[p_2^{1-\frac{1}{\kappa}} - p_1^{1-\frac{1}{\kappa}}\right] =$$

$$= -\frac{p_1^{\frac{1}{\kappa}}.p_1^{1-\frac{1}{\kappa}}.v_1}{1-\frac{1}{\kappa}}.\left[\frac{p_2^{1-\frac{1}{\kappa}}}{p_1^{1-\frac{1}{\kappa}}} - \frac{p_1^{1-\frac{1}{\kappa}}}{p_1^{1-\frac{1}{\kappa}}}\right] = -\frac{p_1.v_1}{1-\frac{1}{\kappa}}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{\kappa}} - 1\right] = \qquad (9)$$

$$= -\frac{p_1 . v_1}{1 - \frac{1}{\kappa}} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]$$

Zkusme si tedy rovnici (9) upravit podobně jako rovnici (8). Člen $p_1 . v_1$ nahradíme členem $r . T_1$ a člen $\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$ nahradíme dle rovnic (6) členem $\frac{T_2}{T_1}$.

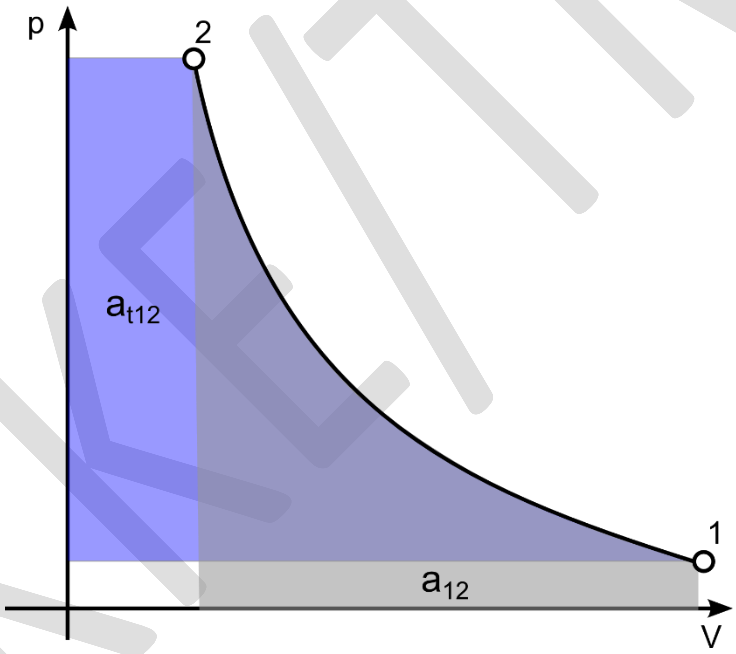
$$a_{t12} = -\frac{r . T_1}{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} . \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

Vynásobením závorky členem T_1 se dostaneme na tvar rovnice, který je stejný jako v případě rovnice (4):

$$a_{t12} = -\frac{\kappa . r}{\kappa - 1} . (T_2 - T_1)$$

Poslední rovnice nám tedy potvrdila správnost rovnice (4).

Zobrazení adiabatického děje v p-V diagramu – *hyperbola vyššího řádu [2]:*



Obr. 1 Velikost absolutní (a_{12}) a technické práce (a_{t12}) v p-V diagramu pro adiabatický děj

Polytropická změna:

„Adiabatické a izotermické změny stavu jsou v určitém smyslu mezní případy. Skutečné procesy se probíhají mezi těmito mezními případy. U skutečných změn se tedy mění veličiny stavu (p, v, T) a nastává i sdílení tepla s okolím. Tyto procesy můžeme pro termické výpočty nahradit jedinou změnou, která je vyjádřena rovnicí:“ [2]

$$p.v^n = konst \tag{10}$$

Obdobně jako v případě adiabatické změny (rovnice (6) a (7)) se můžeme dopracovat k vyjádření stavových veličin z rovnice polytropy:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-n} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-n}{n}} \tag{11}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-n} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-n}{n}} \tag{12}$$

Odvození technické i absolutní práce se řídí stejným algoritmem jako v případě adiabatické změny s tím rozdílem, že se exponent κ nahradí polytropickým exponentem n. Vycházejíc tedy z rovnic (8) a (9) dostáváme rovnice…

Pro výpočet absolutní práce:

$$a_{12} = p_1.v_1^n \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v^n}.dv = p_1.v_1^n.\left[\frac{v^{-n+1}}{-n+1}\right]_{v_1}^{v_2} = p_1.v_1^n.\left[\frac{v_2^{-n+1}}{-n+1} - \frac{v_1^{-n+1}}{-n+1}\right] =$$

$$= p_1.v_1^n.\left[\frac{v_2^{1-n}}{1-n} - \frac{v_1^{1-n}}{1-n}\right] = \frac{p_1.v_1^n}{1-n}.\left[v_2^{1-n} - v_1^{1-n}\right] = \tag{13}$$

$$= \frac{1}{1-n}.p_1.v_1^n.v_1^{1-n}.\left[\frac{v_2^{1-n}}{v_1^{1-n}} - \frac{v_1^{1-n}}{v_1^{1-n}}\right] = \frac{1}{1-n}.p_1.v_1.\left[\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{1-n} - 1\right]$$

Pro výpočet technické práce:

$$a_{t12} = -p_1^{\frac{1}{n}}.v_1 \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{p^{\frac{1}{n}}}.dp = -p_1^{\frac{1}{n}}.v_1.\left[\frac{p^{-\frac{1}{n}+1}}{-\frac{1}{n}+1}\right]_{p_1}^{p_2} = -\frac{p_1^{\frac{1}{n}}.v_1}{1-\frac{1}{n}}.\left[p_2^{1-\frac{1}{n}} - p_1^{1-\frac{1}{n}}\right] =$$

$$= -\frac{p_1^{\frac{1}{n}}.p_1^{1-\frac{1}{n}}.v_1}{1-\frac{1}{n}}.\left[\frac{p_2^{1-\frac{1}{n}}}{p_1^{1-\frac{1}{n}}} - \frac{p_1^{1-\frac{1}{n}}}{p_1^{1-\frac{1}{n}}}\right] = -\frac{p_1.v_1}{1-\frac{1}{n}}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{n}} - 1\right] = \tag{14}$$

$$= -\frac{p_1.v_1}{1-\frac{1}{n}}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$$

Samozřejmě další úpravy jsou možné za pomoci dalších rovnic. Je důležité mít na paměti závislosti, které byly popsány na začátku, tedy člen $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ je možno nahradit libovolným členem z rovnic (11) a (12). Člen $p_1.v_1$ je možné nahradit členem ze stavové rovnice, členem $r.T_1$.

Závislost mezi absolutní a technickou prací je dána obdobně jako v případě adiabatické změny:

Viz: [1] (64 s. – 65 s.) a [2] (95 s.)

$$n.a_{12} = a_{t12} \tag{15}$$

n – vyjadřuje polytropický exponent, pro který platí:

$$1 < n < \kappa \tag{16}$$

Polytropický exponent se vyjadřuje logaritmováním rovnice polytropy, nebo plyne z rovnice (15):

Viz: [2] (99 s.)

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1} \tag{17}$$

$$n = \frac{a_{t12}}{a_{12}} \tag{18}$$

Jakožto při polytropické změně dochází k výměně tepla s okolím, takže v první větě termodynamické budou všechny členy nenulové. Platí tedy v plném rozsahu:

$$dq = du + da$$

$$dq = dh + da_t$$

Z toho plyne, že v případě polytropického děje musí existovat člen tepelné kapacity (u adiabatického neexistuje), který bude obdobně jako c_v (izochorický děj) nebo c_p (izobarický děj) reprezentovat u polytropického děje výměnu tepla s okolím. Značí se c_n.

V dalším si ukážeme odvození měrné tepelné kapacity pro polytropický děj c_n. Využijeme první tvar první věty termodynamické a přepíšeme do už známého tvaru:

$$dq = c_v.dT + p.dv \tag{19}$$

Vyjádření $p.dv$ dostaneme diferencováním stavové rovnice:

$$p.v = r.T$$

$$d(p.v) = d(r.T)$$

Poznámka: Derivace součinu!!!! Na pravé straně je konstanta „r“, derivace konstanty je nula, tedy zůstane jenom člen $r.dT$.

$$v.dp + p.dv = r.dT$$

Využitím rovnice (15): $(-n.p.dv = v.dp)$ můžeme napsat:

$$-n.p.dv + p.dv = r.dT$$

$$p.dv.(1-n) = r.dT$$

$$p.dv = \frac{r.dT}{1-n}$$

Zpětným dosazením do rovnice (19) můžeme napsat (budou uváděny dva tvary téže rovnice, aby se vyhovělo koncovému tvaru rovnice, která se v různých literaturách liší):

$$dq = c_v.dT + \frac{r.dT}{1-n} \ ; \ dq = c_v.dT - \frac{r.dT}{n-1}$$

Ze vztahu $c_v = \frac{r}{\kappa-1}$, lze vyjádřit „r" a rovnice nabyde tvaru:

$$dq = c_v.dT + \frac{c_v.(\kappa-1).dT}{1-n} \ ; \ dq = c_v.dT - \frac{c_v.(\kappa-1).dT}{n-1}$$

Když se člen $c_v.dT$ vytkne před závorku, dostaneme tvar:

$$dq = c_v.dT\left(1 + \frac{\kappa-1}{1-n}\right) \ ; \ dq = c_v.dT\left(1 - \frac{\kappa-1}{n-1}\right)$$

Závorku upravíme na společný jmenovatel:

$$dq = c_v.dT\left(\frac{1-n+\kappa-1}{1-n}\right) \ ; \ dq = c_v.dT\left(\frac{n-1-\kappa+1}{n-1}\right)$$

Úpravou dostáváme tvar:

$$dq = c_v.\left(\frac{\kappa-n}{1-n}\right).dT \ ; \ dq = c_v.\left(\frac{n-\kappa}{n-1}\right).dT$$

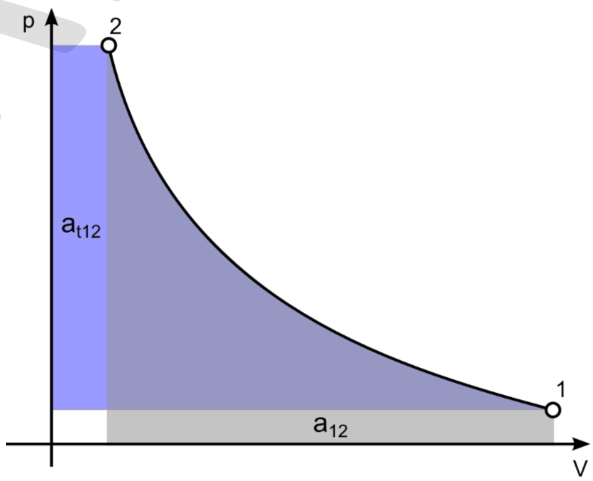
Člen $c_v.\left(\frac{\kappa-n}{1-n}\right)$ a $c_v.\left(\frac{n-\kappa}{n-1}\right)$ nám vyjadřujou měrnou polytropickou kapacitu, tedy:

$$c_n = c_v.\left(\frac{\kappa-n}{1-n}\right) = c_v.\left(\frac{n-\kappa}{n-1}\right) \tag{20}$$

Tedy množství přivedeného tepla při polytropickém ději je:

$$dQ = m.c_n.dT \tag{21}$$

Zobrazení polytropického děje v p-V diagramu – *obecná hyperbola [2]:*



Obr. 2 Velikost absolutní (a_{12}) a technické práce (a_{t12}) v p-V diagramu pro polytropický děj

Entropie

Teplo se může v tepelné stroji přeměnit v práci pouze při teplotním spádu (teplotní spád -> existuje rozdíl teplot -> jedna teplota je vyšší jako druhá). ***Přechodem tepla z hodnoty vyšší teploty na nižší se zmenší využitelný teplotní spád*** (snižuje se množství tepla, které by se mohlo proměnit). ***Pokles z vyšší teploty na nižší se nazývá*** (a tím i snížení hodnoty teplotního spádu) ***DEGRADACE TEPELNÉ ENERGIE***.*(Snižování rozdílu teplot se snižuje množství energie, které můžeme proměnit na práci, nebo lze opačně říci, že čím je vyšší rozdíl teplot, tým je možné získat víc energie ze systému). Degradace tepelné energie se nutně projeví (mimo změny základných veličin stavu p, v, T) změnou veličiny, jejíž změna je úměrná stupni tepelné degradace. Veličina, která dána mírou degradace tepla a nevratnosti změny se nazývá* ***ENTROPIE*** [2].

Vyjádření entropie vychází z druhého zákona termodynamiky:

$$dq = T.ds \tag{22}$$

Dle rovnice (22) bude tedy změna entropie vyjádřena vztahem:

$$ds = \frac{dq}{T}\ [J.kg^{-1}.K^{-1}] \tag{23}$$

$$dS = \frac{dQ}{T}\ [J.K^{-1}] \tag{24}$$

K hlubšímu pochopení podstaty entropie je nutno jsi prostudovat literaturu, popřípadě přednášky. Pro účely cvičení si vystačíme s těmito vztahy a těmito základnými úvahami:

Systém NENÍ tepelně izolovaný – dochází k výměně tepla s okolím (výjimkou je adiabatický děj)

Uvažujeme, že pracovní látka je ideální plyn (bude to reprezentovat značnou část příkladů u zápočtu). Vlastnosti ideálního plynu jsou popsány například v [4](30 s.). Nejdůležitější vlastnosti z pohledu pochopení entropie jsou:

a) V celém rozsahu tlaků a teplot zůstává v plynném skupenství
b) Jeho změny stavu přesně popsují Charlesův, Gay-Lusaccův a Boyle-Mariottův zákon
c) Uvažujeme, že ideální plyn je bez vnitřního tření.

Entropie tedy...

- Narůstá, když je systému dodávána tepelná energie
- Klesá, když je ze systému odváděná tepelná energie
- Je konstantní, když se tepelná energie nepřivádí ani neodvádí a systém je tedy dokonale tepelně izolován (adiabatický děj)

Přehled vratných změn stavu

Při tvorbě přehledu je třeba mít na paměti některá zjednodušení:

1) **Uvažujeme vratný děj**. Za vratný termodynamický děj se považuje idealizovaný děj, při kterém soustava prochází jenom přes rovnovážné stavy. [4](10 s.) Aby děj byl vratný, musí probíhat pomalu. Sled jeho stavů musí být nekonečně blízký rovnovážnému stavu [1](56 s.) Vratný děj tedy není reálný děj, probíhá kvazistaticky – tak pomalu, že po každé nekonečně malé změně systém dosáhne rovnovážného stavu.
2) **Uvažujeme, že pracovní látka je ideální plyn**. Vlastnosti ideálního plynu jsou popsány například v [4](30 s.). Nejdůležitější z pohledu tvorby grafů a pochopení jsou:
   a) V celém rozsahu tlaků a teplot zůstává v plynném skupenství
   b) Její změny stavu přesně popsují Charlesův, Gay-Lusaccův a Boyle-Mariottův zákon
   c) Uvažujeme, že ideální plyn je bez vnitřního tření.

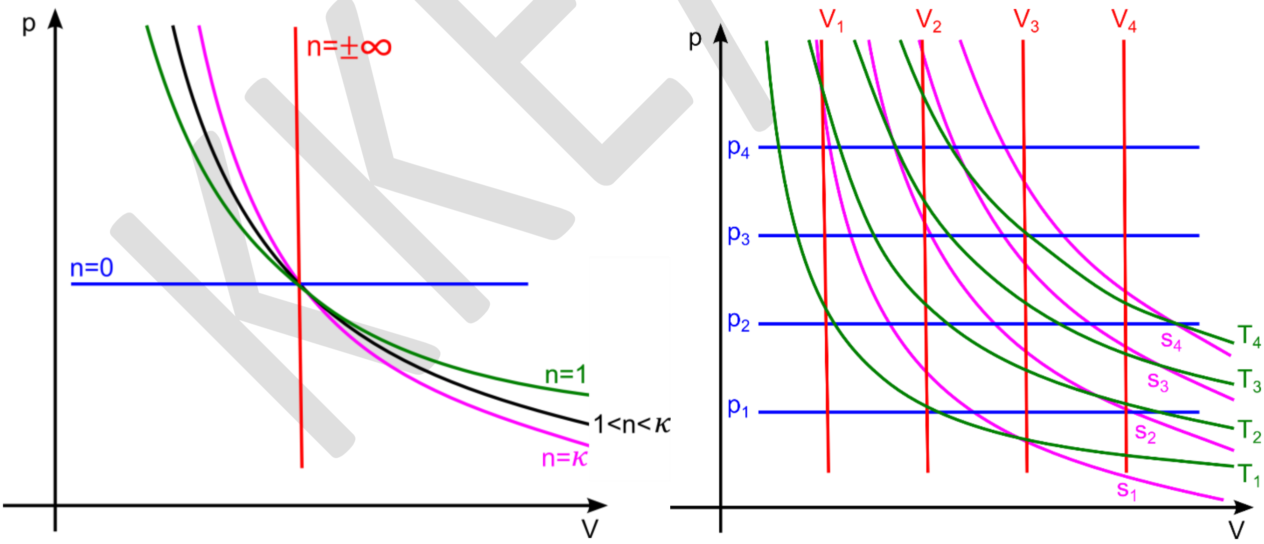
<u>Příklady uvedené u jednotlivých změn jsou sice principiálně podobné, ale zakládají se na reálných podmínkách. Jsou tedy jenom demonstrativní!!!!</u>

Diagram p-V

Bude ukázána provázanost jednotlivých rovnic pro ideální plyn a jejich vliv na jednotlivé křivky v p-V a T-s diagramu. Všechny rovnice a změny lze vyjádřit pomocí všeobecné rovnice změny stavu, která je zároveň i rovnicí polytropické změny (10).

$$p.v^n = konst.$$

Správnou hodnotou polytropického exponentu se lze dopracovat k jednotlivým křivkám změny stavu, které byly doposud uvedené.



Obr. 3 Vliv polytropického exponentu na směrnici jednotlivých křivek (vlevo) a evoluce parametrů (p, v, T, s) v p-V diagramu (1<2<3<4)

Izochorická změna (červená přímka)

V první řadě si je nutno uvědomit, že soustava při izochorickém ději není izolovaná od okolí. Pro zvýšení nebo snížení tlaku je zapotřebí odvod/přívod tepla do/z okolí!!!

Při izochorické kompresi (při zvyšování tlaku v nádobě) nemáme jinou možnost zvyšování tlaku než do systému dodat teplo a tím zvýšit tlak v nádobě. Příkladem, kterým je založen na podobném principu jako je izochorická změna je zapalovač v zimě, když si ho vezmeme do ruky a nechce se zapálit (nízký tlak plynu). Chvíli ho držíme v ruce, tlak v zapalovači se zvýší a je možné ho zapálit.

Z matematického hlediska, nahrazením polytropického exponentu hodnotou $\pm\infty$, dostaneme tvar rovnice pro přímku kolmou na os objemů:

$$p_1 . v_1^{\pm\infty} = p_2 . v_2^{\pm\infty}$$

Poznámka: Pro úpravy exponentů viz rovnice (6), (7), (11) nebo (12).

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p1}\right)^{\frac{1}{\pm\infty}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^0 = 1$$

$$v_1 = v_2$$

Izobarická změna (modrá přímka)

Je nutno si uvědomit, že soustava při izobarickém ději není izolovaná od okolí. Pro zvětšení nebo zmenšení objemu a udržení konstantního tlaku je za potřebí přívod/odvod tepla z/do okolí!!!

Při izobarické kompresi (zajímavý je tady pojem komprese - obecně je zažitý se zvyšováním tlaku, v tomto případě souvisí jenom se změnou objemu, přesněji se zmenšováním objemu) máme dvě možnosti udržení konstantního tlaku. Když se ze systému začne odvádět teplo a začne se snižovat jeho teplota a logicky by se tedy měl snižovat i tlak. Aby se zabránilo snížení tlaku, se musí kompenzovat (zmenšovat) objem. Příkladem, který je založen na podobném principu izobarické změny, je kompenzátor objemu v jaderných elektrárnách, kde nejsou veliké výkyvy tlaků a teplot žádoucí. Druhý případ je, když dochází ke zmenšování objemu a logicky by se tedy mněl tlak zvyšovat. Aby se zabránilo zvyšování tlaku, musí se ze systému odebírat teplo a snižovat jeho teplota. Typickým příkladem je chlazení dvoustupňového kompresoru.

Nahrazením polytropického exponentu hodnotou 0 dostaneme tvar rovnice, pro přímku kolmou na osu tlaků:

$$p_1 . v_1^0 = p_2 . v_2^0$$

$$p_1 = p_2$$

Izotermická změna (zelená křivka – rovnoosá hyperbola)

Je nutno si uvědomit, že soustava při izotermickém ději není izolovaná od okolí. Pro udržení izotermické změny v celém rozsahu děje je potřebný přívod/odvod tepla z/do okolí!!!

Při izotermické kompresi už dochází k zvyšování tlaku a zároveň i k zmenšování objemu, jak lze logicky očekávat. Lze také očekávat, že při zvyšování tlaku poroste i teplota. Aby se ale vyhovělo podmínce, že teplota musí zůstat konstantní, musí se ze systému odebírat teplo. Typickým příkladem využití jsou tepelné čerpadla.

Nahrazením polytropického exponentu hodnotou 1 dostaneme tvar rovnice, pro rovnoosou hyperbolu:

$$p_1 . v_1^1 = p_2 . v_2^1$$

$$p_1 . v_1 = p_2 . v_2$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Adiabatická změna (purpurová křivka-hyperbola vyššího řádu)

V případě adiabatického děje je důležitý fakt, že soustava je izolována od okolí!!!! Může se do ní dodávat nebo z ní odvádět práce, ale nedochází k tepelné interakci s okolím.

Při adiabatické kompresi už dochází k zvyšování tlaku, zmenšování objemu, a zvyšování teploty zároveň. Tento děj je ale stále nereálný, protože není možné žádný systém ideálně tepelně izolovat. Využívá se hlavně při prvních výpočtech, kdy se zanedbávají ztráty. Příkladem je klasický výpočet termodynamických parametrů kompresoru beze ztrát.

Nahrazením polytropického exponentu hodnotou κ dostaneme tvar rovnice, pro hyperbolu vyššího řádu:

$$p_1 . v_1^{\kappa} = p_2 . v_2^{\kappa}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa}$$

Polytropická změna (černá křivka – obecná hyperbola)

V případě polytropické změny děje je důležitý fakt, že soustava není izolována od okolí!!!!

Při polytropické kompresi dochází k zvyšování tlaku, zmenšování objemu, a zvyšování teploty. Zároveň se počítá i s interakcí s okolím. Tato křivka je nejblíž k realitě, ale je nutno podotknout, že stále nereprezentuje přesnou kompresní křivku. Přesná kompresní křivka má ve všech bodech různý exponent. U polytropického děje pracujeme s exponentem, který se zpravidla stanoví z hodnot na začátku a na konci komprese. Příkladem je klasický výpočet termodynamických parametrů kompresoru se ztrátami.

Použitím polytropického exponentu dostaneme tvar rovnice, pro obecnou hyperbolu:

$$1 < n < \kappa$$

$$p_1 . v_1^{n} = p_2 . v_2^{n}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n}$$

Entropický diagram T-s

V případě vykreslení jednotlivých změn do entropického T-s diagramu budeme vycházet z druhé věty termodynamické (22) a její úpravy pro vyjádření změny entropie:

$$ds = \frac{dq}{T}$$

Všechny křivky v entropickém T-s diagramu jsou logaritmické křivky, viz: [2](120 s. – 127 s.).

Teplo je látce přiváděno, probíhá-li změna v T-s diagramu ve směru rostoucí entropie a je odváděno, probíhá-li změna ve směru zmenšující se entropie. [2] (121 s.) Plocha mezi křivkou jednorázové neuzavřené změny (z bodu 1-2) a osou entropie zobrazuje velikost přivedeného nebo odvedeného tepla.

Proto, abychom mohli stejně jako v předchozím případě vykreslovat jednotlivé křivky, vyjádříme si člen *„dq"* pro případ obecného polytropického děje (21) a za pomoci rovnice (20) si pak člen „dq" upravíme:

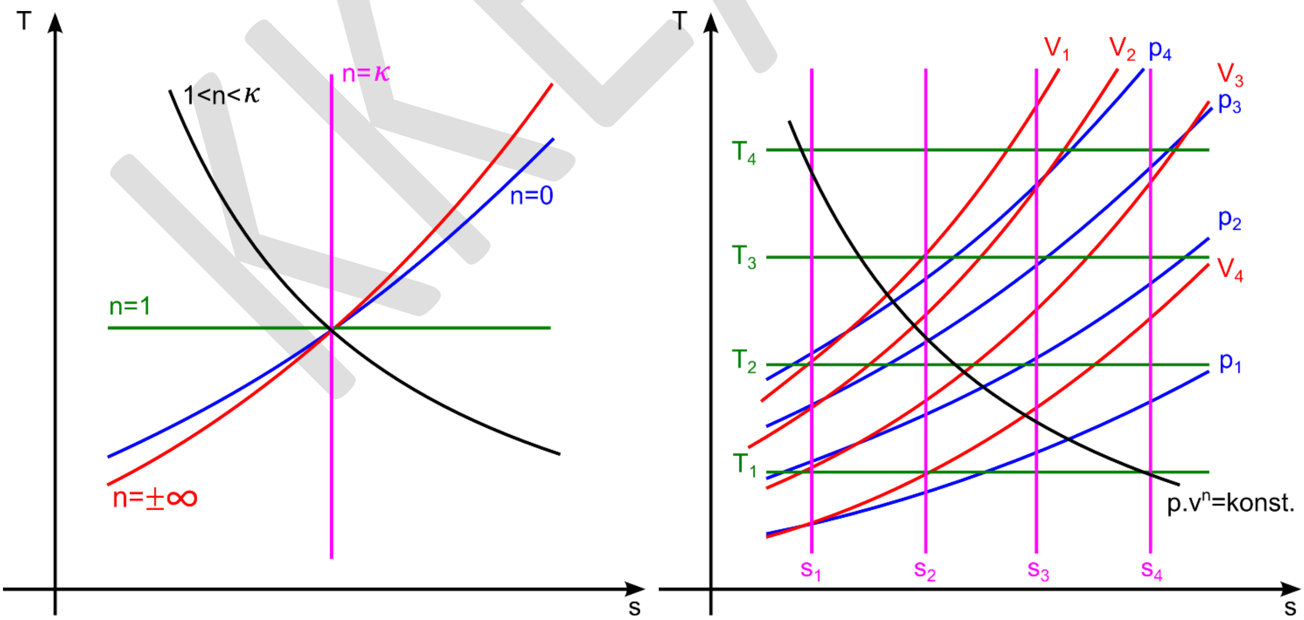
$$dq = c_n . dT = c_v . \left(\frac{\kappa - n}{1 - n}\right) dT = c_v . \left(\frac{n - \kappa}{n - 1}\right) dT$$

Dosazením do první rovnice pak získáváme tvar:

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{c_n . dT}{T}$$

Pro směrnici polytropy v T-s diagramu (směrnice polytropy udávají sklon křivek) potřebujeme předchozí vztah upravit (budeme užívat druhou formulaci pro $c_n = c_v . \left(\frac{n-\kappa}{n-1}\right) dT$):

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{c_v} . \left(\frac{n - 1}{n - \kappa}\right)$$



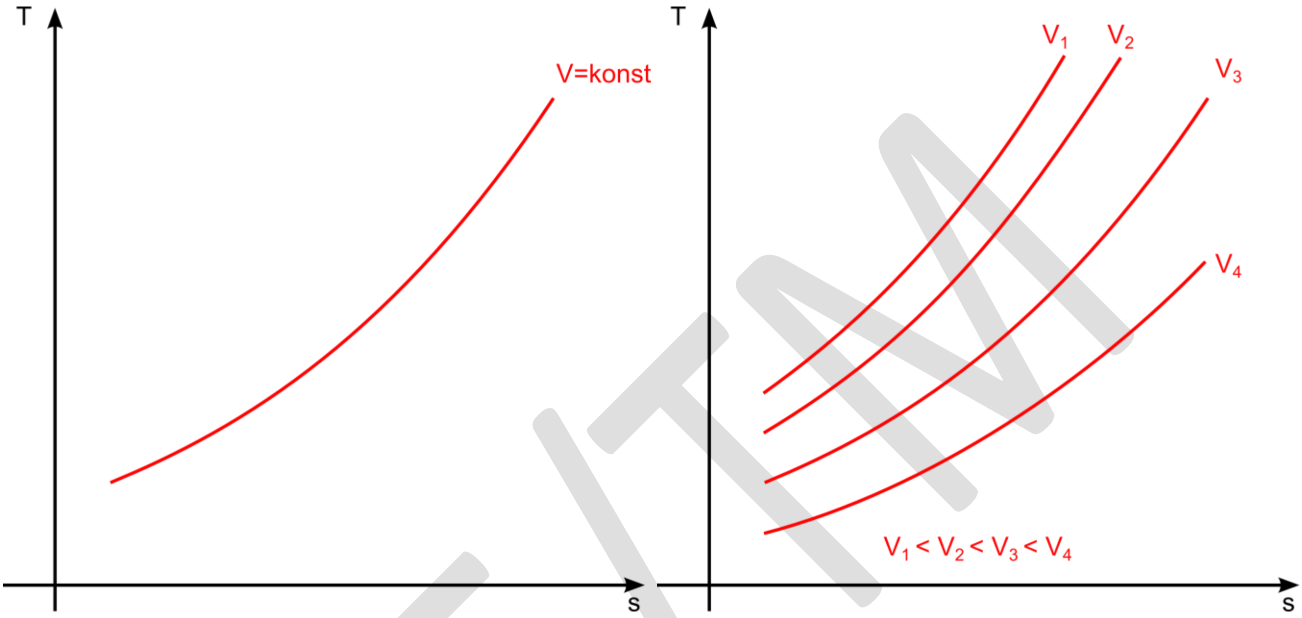
Obr. 4 Vliv polytropického exponentu na směrnici jednotlivých křivek (vlevo) a evoluce parametrů (p, v, T, s) v entropickém T-s diagramu (1<2<3<4)

Izochorická změna (červená křivka)

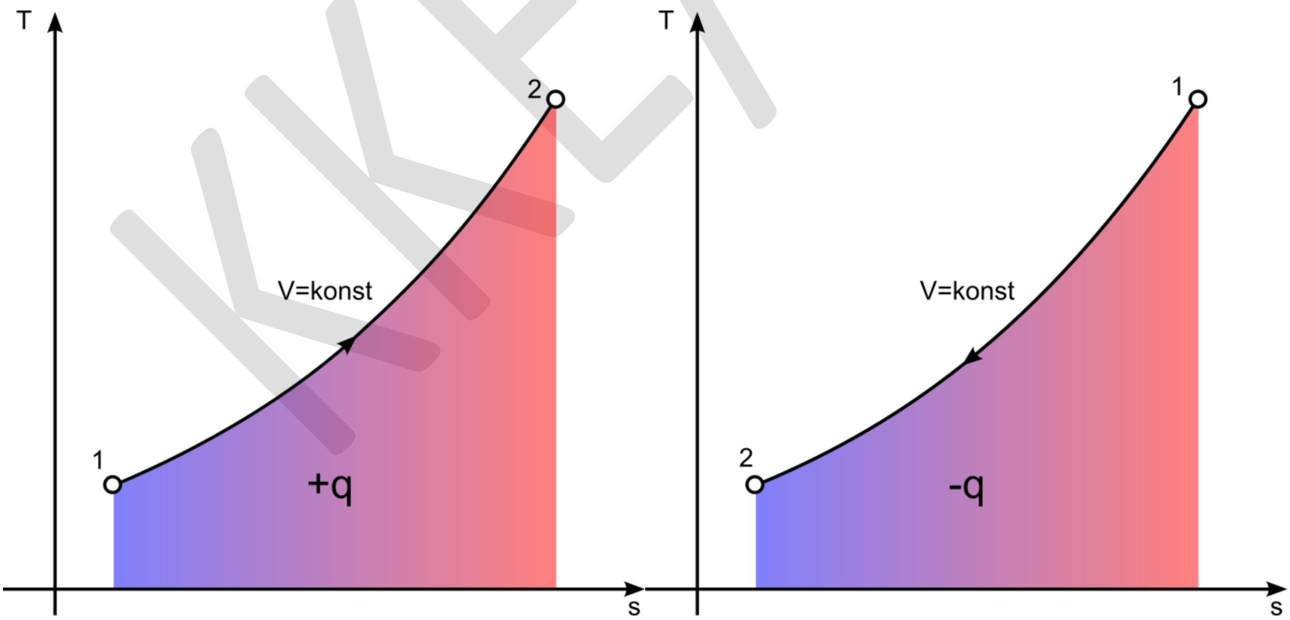
Nahrazením polytropického exponentu hodnotou $\pm\infty$, dostaneme rovnici pro směrnici izochory ve tvaru:

$$\frac{dT}{ds}=\frac{T}{c_n}=\frac{T}{c_v}.\left(\frac{\pm\infty-1}{\pm\infty-\kappa}\right)=\frac{T}{c_v}(1)=\frac{T}{c_v}$$

Směrnice izochory závisí hlavně na c_v.



Obr. 5 Tvar a sklon izochory v T-s diagramu (vlevo) a směr růstu hodnot objemů v T-s diagramu (vpravo)



Obr. 6 Přívod (vlevo) a odvod (vpravo) tepla v případě izochorické změny v T-s diagramu (stejný směr růstu a poklesu je patrný i v případě entropie)

Přívod a odvod tepla probíhá následujícím způsobem:

Uvažujeme, že systém není dokonale tepelně izolován, tedy může dojít k výměně tepla s okolím.

Na začátku izochorického děje, jehož cílem je snížení tlaku v prostoru s konstantním objemem (obrázek s . „-q“), je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Poklesu tlaku je docíleno odvodem tepla do okolí, logicky by mělo tedy docházet i k poklesu teploty. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že se do okolí odvede právě tolik tepla, aby byla zachována izochorická charakteristika děje a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

Na začátku izochorického děje, jehož cílem je zvýšení tlaku v prostoru s konstantním objemem (obrázek s „+q“), je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Nárůst tlaku je docílen přívodem tepla z okolí, logicky by mělo tedy docházet i k nárůstu teploty uvnitř. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že se z okolí přivede právě tolik tepla, aby byla zachována izochorická charakteristika děje a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

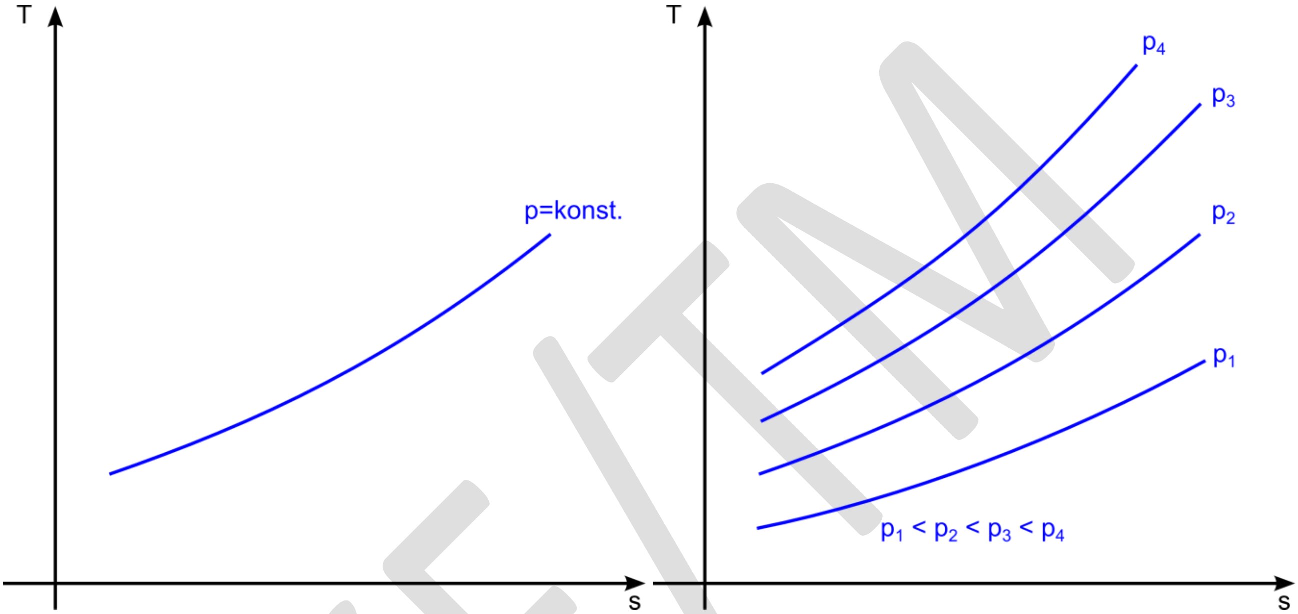
Izobarická změna (modrá křivka)

Nahrazením polytropického exponentu hodnotou 0 dostaneme rovnici pro směrnici izobary ve tvaru:

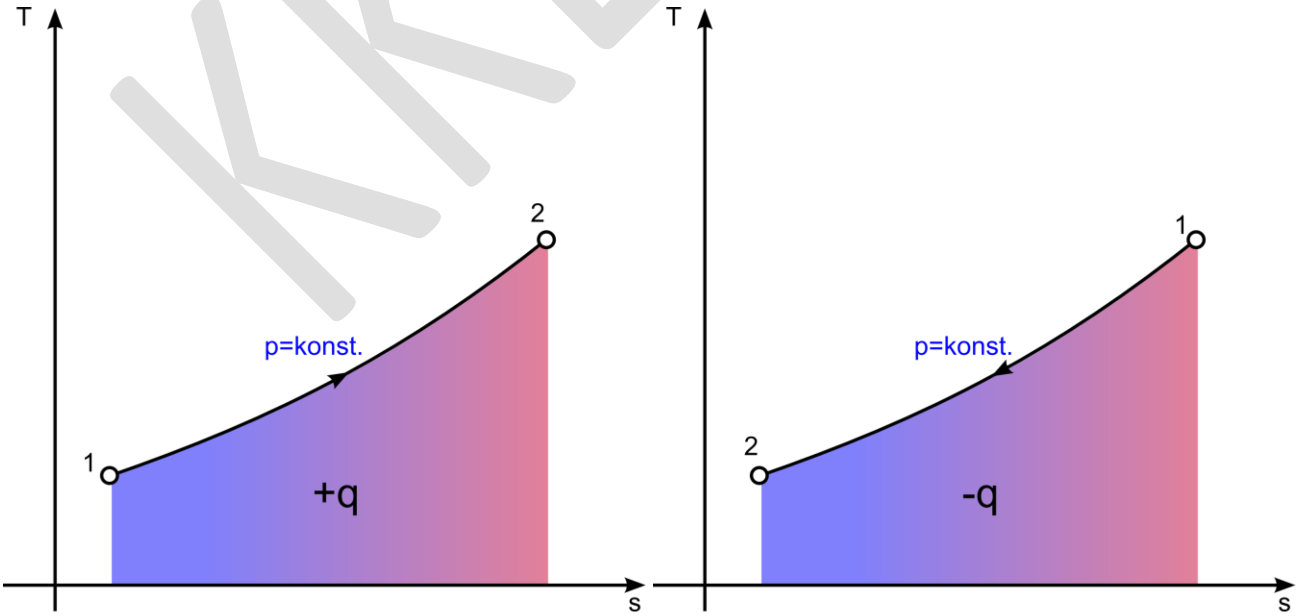
$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{c_v}.\left(\frac{0-1}{0-\kappa}\right) = \frac{T}{c_v}\left(\frac{1}{\kappa}\right) = \frac{T}{c_p}$$

Směrnice izobary závisí hlavně na c_p.

Z Mayerova vztahu $c_p - c_v = r$, je patrné, že $c_p > c_v$. Směrnice izobary (sklon křivky) tedy bude v případě izobary nižší jako v případě izochory.



Obr. 7 Tvar a sklon izobary v T-s diagramu (vlevo) a směr růstu hodnot tlaků v T-s diagramu (vpravo)



Obr. 8 Přívod (vlevo) a odvod (vpravo) tepla v případě izobarické změny v T-s diagramu (stejný směr růstu a poklesu je patrný i v případě entropie)

Přívod a odvod tepla probíhá následujícím způsobem:

Uvažujeme, že systém není dokonale tepelně izolován, tedy může dojít k výměně tepla s okolím.

Na začátku izobarické expanze (obrázek s „+q“) je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Při expanzi dochází k nárůstu objemu, logicky tedy dochází i k poklesu teploty. Jelikož ale okolní prostředí má vliv na termodynamickou soustavu, tak je systému dodáváno určité množství tepla z okolí, aby se zachoval izobarický charakter děje a ustálenost parametrů uvnitř systému. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že z okolí se přivede právě tolik tepla, aby byla zachována izobara a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

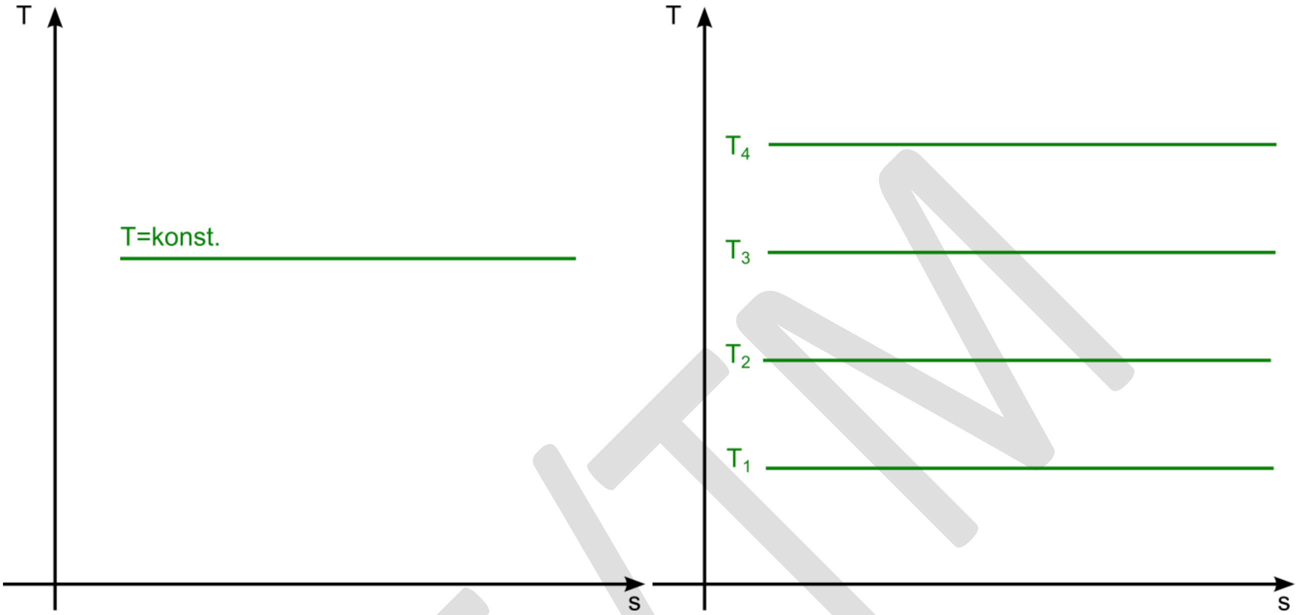
Na začátku izobarické komprese (obrázek s -q) je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Při kompresi dochází k poklesu objemu, logicky tedy dochází i k nárůstu teploty. Jelikož ale okolní prostředí má vliv na termodynamickou soustavu, tak je systému odebíráno určité množství tepla, které se odvádí do okolí, aby se zachoval izobarický charakter děje a ustálenost parametrů uvnitř systému. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že do okolí odvede právě tolik tepla, aby byla zachována izobara a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

Izotermická změna (zelená přímka)

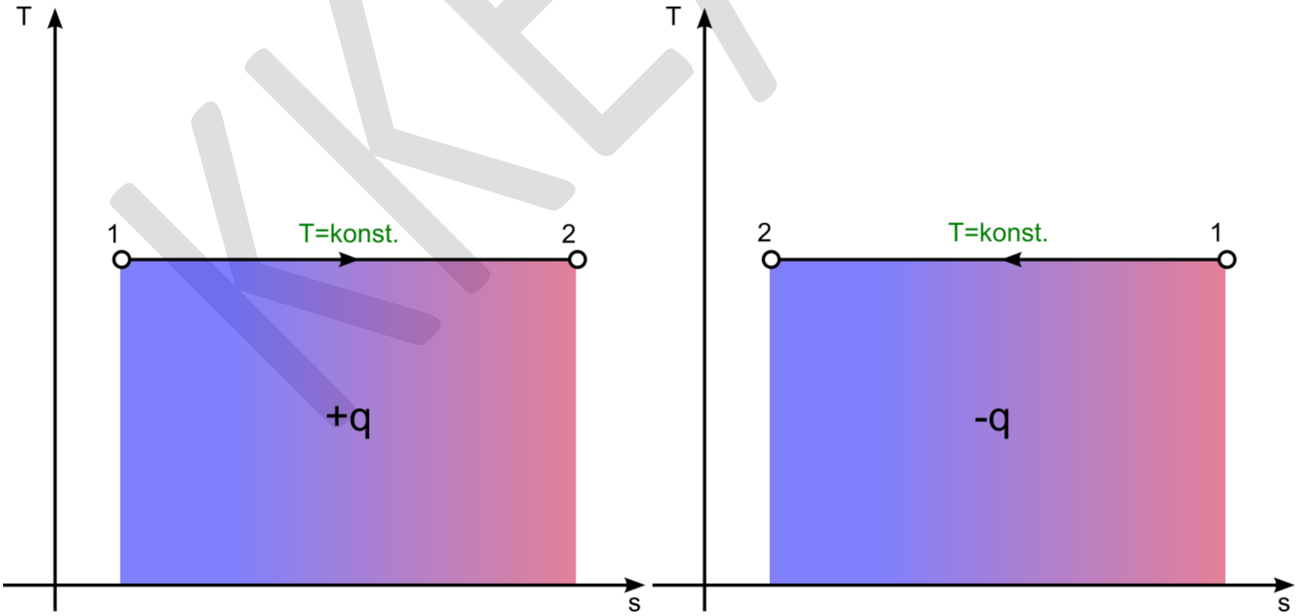
Nahrazením polytropického exponentu hodnotou 1 dostaneme rovnici pro směrnici izotermy ve tvaru:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{c_v} \cdot \left(\frac{1-1}{1-\kappa}\right) = \frac{T}{c_v}\left(\frac{0}{\kappa}\right) = 0$$

Směrnice izotermy je nulová, tedy izoterma bude přímka kolmá na osu teploty (T)



Obr. 9 Tvar a sklon izotermy v T-s diagramu (vlevo) a směr růstu hodnot teplot v T-s diagramu (vpravo)



Obr. 10 Přívod (vlevo) a odvod (vpravo) tepla v případě izotermické změny v T-s diagramu (stejný směr růstu a poklesu je patrný i v případě entropie)

Přívod a odvod tepla probíhá následujícím způsobem:

Uvažujeme, že systém není dokonale tepelně izolován, tedy může dojít k výměně tepla s okolím.

Na začátku izotermické expanze (obrázek s „+q“) je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Při expanzi dochází k poklesu tlaku, logicky tedy dochází i k poklesu teploty. Jelikož ale okolní prostředí má vliv na termodynamickou soustavu, tak je systému dodáváno určité množství tepla z okolí, aby se zachoval izotermický charakter děje a ustálenost parametrů uvnitř systému. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že z okolí se přivede právě tolik tepla, aby byla zachována izoterma a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

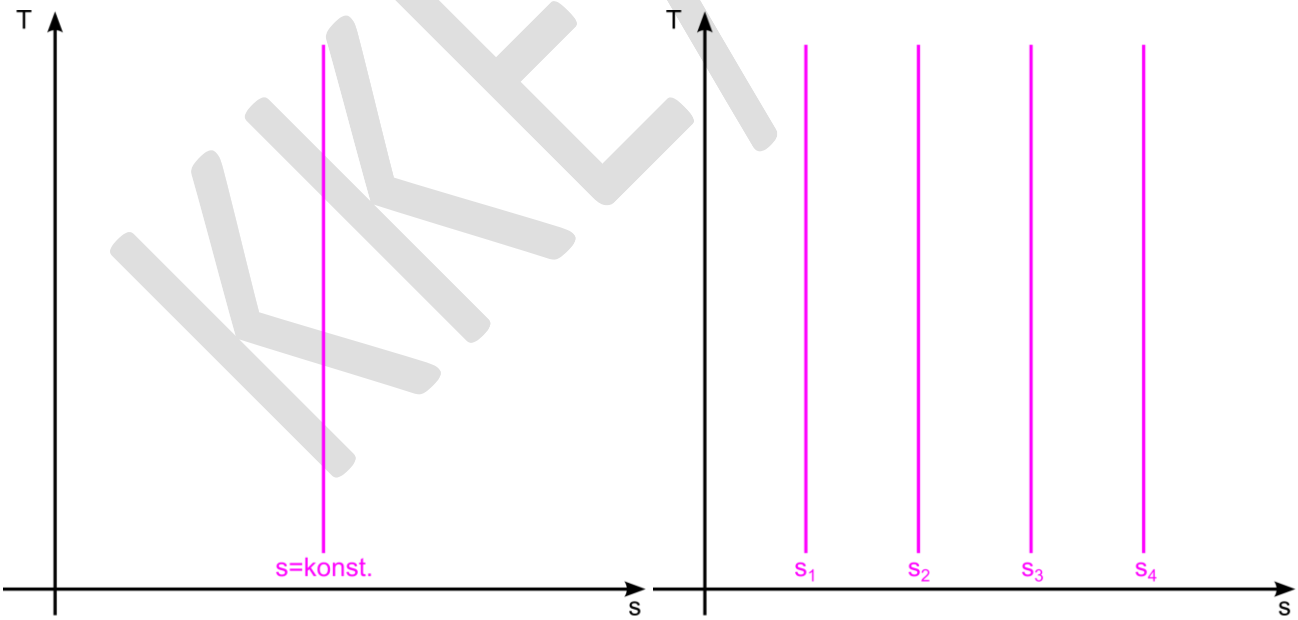
Na začátku izotermické komprese (obrázek s „-q“) je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Při kompresi dochází k nárůstu tlaku, logicky tedy dochází i k nárůstu teploty. Jelikož ale okolní prostředí má vliv na termodynamickou soustavu, tak je systému odebíráno určité množství tepla, které se odvádí do okolí, aby se zachoval izotermický charakter děje a ustálenost parametrů uvnitř systému. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že do okolí odvede právě tolik tepla, aby byla zachována izoterma a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

*Adiabatická **(izoentropická)** změna (purpurová přímka)*

V případě adiabatické změny nedochází k výměně tepla s okolím, tedy:

$$ds = \frac{dq}{T} = 0$$

Dle této rovnice je adiabata přímka kolmá na osu entropie, proto nazýváme adiabatickou změnu i změnou **izoentropickou**. Tento postulát platí jenom v případě, když jsou splněny podmínky uvedeny výše (vratná změna a ideální plyn)



Obr. 11 Tvar a sklon izoentropy v T-s diagramu (vlevo) a směr růstu hodnot entropie v T-s diagramu (vpravo)

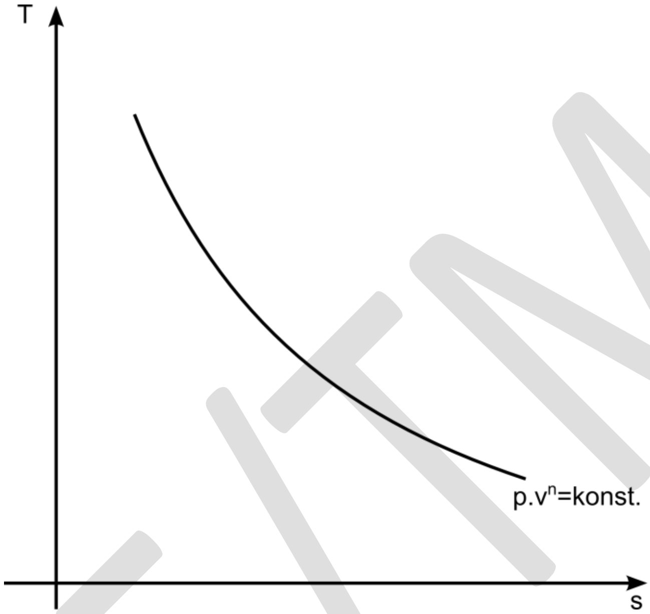
Jak je výše uvedeno, tak v případě adiabatické změny, nedochází k výměně tepla s okolím, tedy neexistují ani žádné plochy pod křivkami, které by bylo možné zakreslit.

Polytropická změna (černá křivka)

Dosazením polytropického exponentu do rovnice s vlastnostmi $1 < n < \kappa$ dostaneme rovnici pro směrnici polytropy:

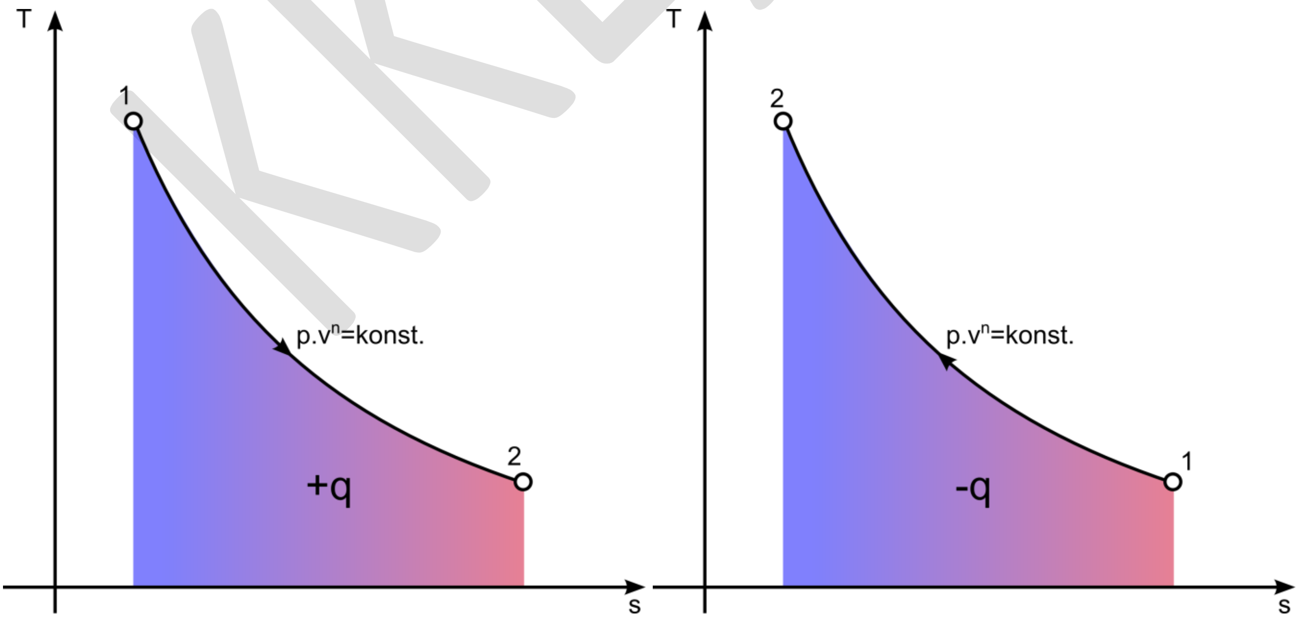
$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{c_v} . \left(\frac{n-1}{n-\kappa}\right)$$

Z ní plyne, že závorka (a tím i součin) na pravé straně mají záporné znaménko, tedy směrnice polytropy je orientována opačně než směrnice izobary nebo izochory.



Obr. 12 Tvar a sklon polytropy v T-s diagramu

Poznámka: Jelikož v případě polytropy není ani jedna veličina konstantní, nelze podle čeho další polytropy zakreslit. Při kreslení polytrop se musí vycházet ze zadaných parametrů.



Obr. 13 Přívod (vlevo) a odvod (vpravo) tepla v případě polytropické změny v T-s diagramu (stejný směr růstu a poklesu je patrný i v případě entropie)

Přívod a odvod tepla probíhá následujícím způsobem:

Uvažujeme, že systém není dokonale tepelně izolován, tedy může dojít k výměně tepla s okolím.

Na začátku polytropické expanze (obrázek s „+q“) je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Při expanzi dochází k poklesu tlaku, logicky tedy dochází i k poklesu teploty. Jelikož ale okolní prostředí má vliv na termodynamickou soustavu, tak je systému dodáváno určité množství tepla z okolí, aby se zachoval polytropický charakter děje a ustálenost parametrů uvnitř systému. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že z okolí se přivede právě tolik tepla, aby byla zachována polytropa a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

Na začátku polytropické komprese (obrázek s „-q“) je systém v rovnovážném stavu (veličiny – p, v, T, s – jsou ustálené). Při kompresi dochází k nárůstu tlaku, logicky tedy dochází i k nárůstu teploty. Jelikož ale okolní prostředí má vliv na termodynamickou soustavu, tak je systému odebíráno určité množství tepla, které se odvádí do okolí, aby se zachoval polytropický charakter děje a ustálenost parametrů uvnitř systému. *Pozor: Jde to teoretický děj!!! Předpokládá se, že do okolí se odvede právě tolik tepla, aby byla zachována polytropa a zároveň aby termodynamický systém byl v rovnováze i s okolím (předpokládá se, že okolí je regulované).*

Literatura

[1] MAREŠ, Radim. Kapitoly z termomechaniky [CD-ROM]. Plzeň: Západočeská univerzita, 2008. ISBN 978-80-7043-706-3.

[2] KALČÍK, Josef a SÝKORA, Karel. Technická termomechanika. 1. vyd. Praha: Academia, 1973. 536s.

[3] Linhart, Jiří. Termomechanika – Stručné učební texty, Plzeň: ZČU, 2012. 103 s.

[4] Hocko, Marián. Úvod do teórie leteckých motorov II., Košice: TUKE/LF, 2008. 131 s.

[5] Vondráček, V.; Středa, I.; Mamula V.; Hlinka M. Mechanika IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro SPŠ strojnické, Praha: STNL, 1978. 252 s.