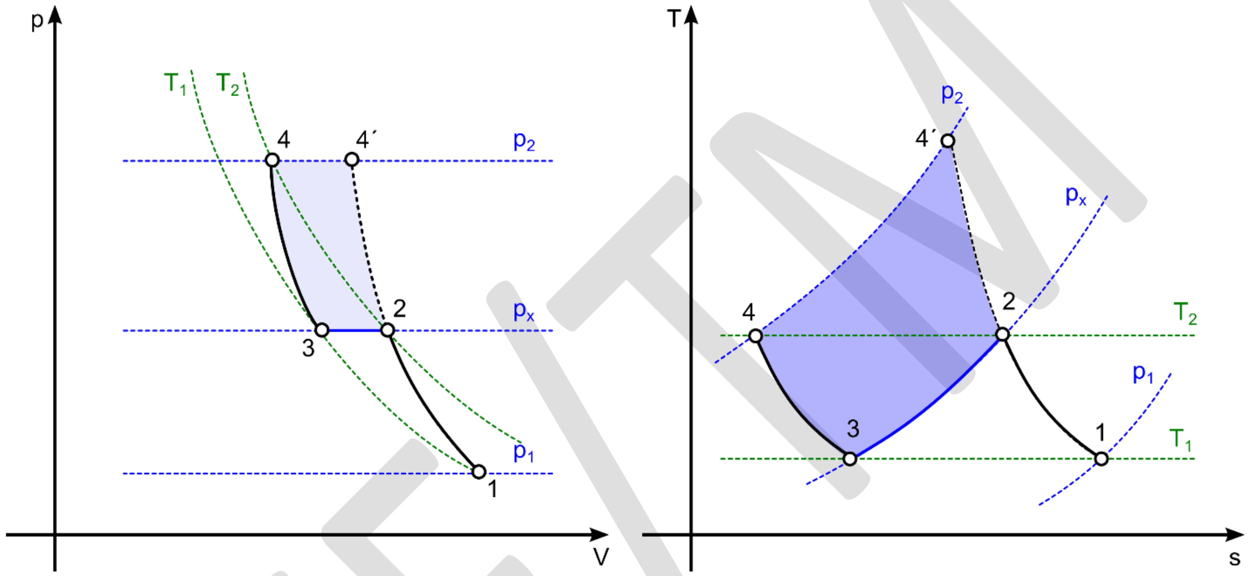
Příklad 3

Dvoustupňový kompresor nasává vzduch o teplotě *20 [°C]* a tlaku *98 [kPa]* stlačuje ho na *6 [MPa]*. Vypočítejte výkon motoru, je-li mechanická účinnost 85%, množství chladící vody pro chlazení válců kompresoru a pro mezichladič. Teplota chladící vody se zvýší o *15 [K]*. Komprese je v obou stupních polytropická s exponentem *1,3*. Sací výkon kompresoru je *0,14* $[m^3.s^{-1}]$.

Dáno:

$t_1 = 20[°C]; p_1 = 98\ [kPa]; p_2 = 6\ [MPa]; \eta_M = 85\ [\%]; \Delta T = 15\ [K]; n = 1{,}3;$

$\dot{V} = 0{,}14\ [m^3.s^{-1}]; c_{vody} = 4187\ [kJ.kg^{-1}.K^{-1}]$



Na začátku příkladu je nutné jsi uvědomit pár skutečností, které plynou z úlohy:

- Při klasické polytropické kompresi jednostupňovým kompresorem je nutno vynaložit veliké množství technické práce pro zvýšení tlaku z tlaku p_1 na p_2 (viz polytropa 1-4´). Při použití dvou stupňů a mezichladiče (děj 1-2-3-4) je vidět, že se snižuje velikost dodávané technické práce kompresoru. Ušetřená technická práce je zobrazena modrou plochou.
- Chlazení mezi body 2-3 je izobarické. Jelikož se bavíme o ideálním ději a chceme získat maximální množství ušetřené energie, tak k odvodu tepla musí docházet izobaricky.
- Dělící tlak (p_x) rozděluje celý děj komprese tak, aby velikost technické práce prvního stupně odpovídala velikosti technické práce druhého stupně. Výpočet technické práce pro polytropický děj vychází z rozdílů tlaků (*viz poznámky ke cvičení 4 – rovnice (14)*). Porovnáním dvou rovnic dostáváme tvar rovnice korespondující s obrázkem výše: $\frac{p_x}{p_1} = \frac{p_2}{p_x}$
- K tomu, aby byla zachována rovnost dodávané technické práce v každém stupni, musí být i poměr teplot stejný jako v případě tlaků. To znamená, že musí býti zachovány stejné teploty v bodech $T_1 = T_3$ a $T_2 = T_4$
- K tomu aby byla zachována rovnost dodávané technické práce v každém stupni, musí být i poměr

objemů stejný jako v případě tlaků. Tedy: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_4}{v_3}$ (z hlediska výpočtu je tento fakt teď irelevantní, ale je dobré si ho pro úplnost připomenout.)

Výpočet dle výše uvedeného musíme začít výpočtem dělícího tlaku:

$$\frac{p_x}{p_1} = \frac{p_2}{p_x} \rightarrow p_x = \sqrt{p_1 . p_2} = 0{,}767\ [MPa]$$

Jak je vidět, tak dělící tlak ***není*** přesně ve středu mezi *98 [kPa]* a *6 [MPa]* – tomu by odpovídala hodnota *3,49 [MPa]*. Dělící tlak slouží k zachování rovnosti velikosti dodávané technické práce. Zároveň platí, že tlakový poměr v obou stupních kompresoru bude stejný (zvýšení tlaku v prvním stupni se bude rovnat zvýšení tlaku v druhém stupni):

$$\frac{p_x}{p_1} = \frac{p_2}{p_x} = 7{,}82$$

Ze zadání se uvádí, že se má vypočítat výkon motoru. Za pomoci zadaných parametrů se k tomuto výsledku dá jednoduše dopracovat. V první řadě je nutno si uvědomit, že výkon se počítá dle rovnice $P = \dot{m}. a_t$. Druhý člen rovnice vyjadřuje velikost měrné technické práce. Jelikož v zadání není uvedeno, že je nutné vypočítat velikost technické práce, stačí nám tedy jenom jeho vyjádření. Celková technická práce kompresoru je součtem technické práce prvního stupně a technické práce druhého stupně. Jelikož velikosti prací v prvním i druhém stupni se rovnají, tak nám stačí známí vztah (14) (*viz poznámky ke cvičení 4*) vynásobit dvěma. Velikost měrné technické práce kompresoru můžeme vyjádřit tedy následujícím způsobem:

$$a_t = a_{t1} + a_{t2} = \frac{n}{n-1}.r.T_1 \left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] + \frac{n}{n-1}.r.T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_x}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

$$a_t = 2.\frac{n}{n-1}.r.T_1.\left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

Práci systému dodáváme, tedy předpokládáme, že výsledek bude záporný. Násobení rovnice pro technickou práci hmotnostním tokem $\dot{m}$ dostáváme rovnici, která nám určuje velikost výkonu, který je během komprese kompresoru dodáván (***<u>jde o polytropický, vratný děj s ideálním plynem!!!</u>***).

$$P_k = \dot{m}.a_t = \dot{m}.2.\frac{n}{n-1}.r.T_1.\left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

$$P_k = \dot{m}.\frac{n}{n-1}.\frac{p_1}{\rho}.2\left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

$$P_k = \frac{n}{n-1}.p_1.\dot{V}_1.2\left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] = -72{,}22\ [kW]$$

Kompresoru se však musí tento výkon dodávat. Dodává se z motoru. Samozřejmě motor pracuje s určitými mechanickými ztrátami a velikost těchto ztrát je reprezentována účinností. V tomto případě se jedná o mechanickou účinnost $\eta_M = 85\ [\%]$. Toto číslo nám říká, že z celkového výkonu, který motor vyprodukuje, se využije 85%, nebo že z celkového výkonu, který motor vyprodukuje, se 15% ztratí. Z toho logicky plyne, že motor, který má pohánět tento kompresor, musí být schopen produkovat a dodávat o 15% vyšší výkon. Z toho je patrné, že velikost potřebného dodávaného výkonu bude:

$$P_M = \frac{P_k}{\eta_M} = -85\ [kW]$$

Pozor, v tomto případě, jsme vypočetli množství potřebného dodávaného výkonu od motoru na pohon kompresoru. Z toho tedy plyne, že výkon motoru s 85% účinností, který bude pohánět tento kompresor, bude:

$$P = |P_M| = 85\ [kW]$$

Při polytropickém ději dochází k výměně tepla s okolím a zároveň se teplo odvádí pomocí chladiče, ve kterém cirkuluje voda, do které je odváděné teplo. Množství odvedeného tepla bude určena rovnicí:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_v + \dot{Q}_{ch}$$

Tepelné toky, je možno vypočítat i z kalorimetrické rovnice, ale je nutno brát v úvahu charakter děje. Množství tepla odváděného stěnami válců je dána rovnicí polytropy a komprese probíhá polytropicky (proto c_n). Je nutno vzít v úvahu i to, že kompresor je dvoustupňový, takže máme dva válce (proto je tam násobení číslem 2). Množství odvedeného tepla stěnami válců je dáno rovnicí:

$$\dot{Q}_v = 2.c_n.\dot{m}.(T_2 - T_1) = 2.c_v.\frac{n-\kappa}{n-1}.\frac{p_1.\dot{V}_1}{r.T_1}.(T_2 - T_1) = 2.\frac{r}{\kappa - 1}.\frac{n-\kappa}{n-1}.\frac{p_1.\dot{V}_1}{r.T_1}.(T_2 - T_1)$$

Množství tepla odváděného stěnami chladiče je dáno rovnicí izobary (proto c_p), tedy kalorimetrická rovnice nabyde tvaru:

$$\dot{Q}_{ch} = \dot{m}.c_p(T_3 - T_2) = \frac{p_1.\dot{V}_1}{r.T_1}.\frac{\kappa.r}{\kappa - 1}.(T_3 - T_2)$$

V obou případech vidíme, že nám do rovnic chybí člen T_2. Ten si můžeme jednoduše vyjádřit z rovnice polytropy (*viz poznámky ke cvičení 4 – rovnice (11) a (12))*:

$$T_2 = T_1.\left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 471{,}21\ [K]$$

Množství tepla odváděného stěnami válců:

$$\dot{Q}_v = 2.\frac{287{,}04}{1{,}4-1}.\frac{1{,}3-1{,}4}{1{,}3-1}.\frac{0{,}098.10^6.0{,}14}{287{,}04\ .\ 293{,}15}.(471{,}21 - 293{,}15) = -13889\ [W]$$

Množství tepla odváděného stěnami mezichladiče:

$$\dot{Q}_{ch} = \frac{0{,}098.10^6.0{,}14}{287{,}04.293{,}15}.\frac{1{,}4.287{,}04}{1{,}4-1}.(293{,}15 - 471{,}21) = -29{,}17.10^3\ [W]$$

Celkové odvedené teplo:

$$|\dot{Q}| = |\dot{Q}_v| + |\dot{Q}_{ch}| = 43{,}059.10^3 [W]$$

Množství chladící vody vypočteme také z kalorimetrické rovnice. Voda musí absorbovat stejné množství tepla, které je z válců a výměníků předáváno a zároveň se její teplota zvýší jen o *15 [K]*. Bude tedy platit:

$$\dot{Q} = \dot{m}.c_{vody}.\Delta T$$

Z toho pak lze vypočítat průtoční množství vody potřebné ke chlazení:

$$\dot{m} = \frac{|\dot{Q}|}{c_{vody}.\Delta t} = 0{,}686\ [kg.s^{-1}]$$