Příklad 1:

Potápěčský zvon o vnitřním objemu 5 m^3 je ponořen do hloubky 20 m. Stanovte objem vody, která vnikne do zvonu. Jaké hmotnostní množství vzduchu je nutno přivést do zvonu, aby se veškerá voda ze zvonu vytlačila? Jaký objem vzduchu musí kompresor při tom nasát a jaká je spotřebovaná práce, pracuje-li kompresor při stálé teplotě? Teplota nad hladinou je 20 °C a tlak 0,1 MPa. Teplota vody je 5 °C. Plynová konstanta vzduchu je $r = 287$ J . kg^{-1} K^{-1}, hustota vody je 1000 kg m^3.

Řešení:

Označení veličin:

$V_0 = 5\ \text{m}^3$

$h = 20\ \text{m}$

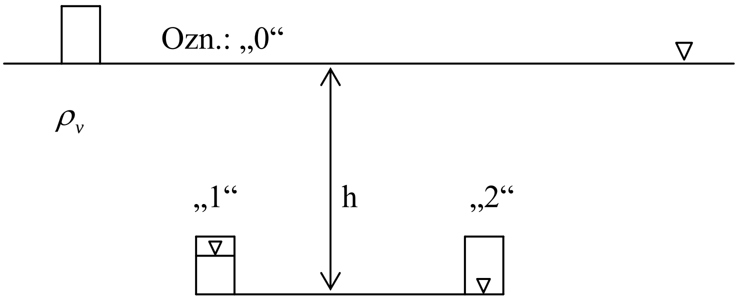
$t_0 = 10\ °\text{C}$

$p_0 = 0{,}1\ \text{MPa}$

$t_1 = 5\ °\text{C}$

$r = 287\ \text{J . kg}^{-1}\ \text{K}^{-1}$

$\rho_v = 1000\ \text{kg m}^{-3}$



Tlak v hloubce h:

$$p_1 = p_0 + \rho_v\, g\, h = 0{,}1 .10^6 + 1000\ \ 9{,}81.\ 20 = 2{,}962\ .\ 10^5\ \text{Pa}$$

Hmotnost vzduchu ve zvonu:

$$m_0 = m_1$$

Odtud:
$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

Objem vzduchu po stlačení a ochlazení na t_1:

$$V_1 = V_0 \frac{p_0}{p_1} \frac{T_1}{T_0} = 5 \frac{1 .10^5}{2{,}962\ .\ 10^5}\ .\ \frac{278{,}15}{283{,}15} = 1{,}658\ \text{m}^3$$

Hmotnost vzduchu před ponořením:

$$m_0 = \frac{p_0 V_0}{r T_0}$$

Hmotnost vzduchu po vytlačení vody:

$$m_2 = \frac{p_2 V_2}{r T_2} = \frac{p_1 V_0}{r T_1}$$

Nutno doplnit hmotnost vzduchu:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{V_0}{r}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_0}{T_0}\right) = \frac{5}{287}\left(\frac{2{,}962 \,.\, 10^5}{278{,}15} - \frac{1 \,.\, 10^5}{283{,}15}\right) = 12{,}4 \text{ kg}$$

Kompresor nasaje objem vzduchu nad hladinou:

$$\Delta V_0 = \frac{\Delta m \, r \, T_0}{p_0} = \frac{V_0}{r}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_0}{T_0}\right)\frac{r T_0}{p_0} = V_0 \frac{T_0}{p_0}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_0}{T_0}\right) =$$

$$= 5 \, \frac{283{,}15}{0{,}1 \,.\, 10^5}\left(\frac{2{,}962 \,.\, 10^5}{278{,}15} - \frac{1 \,.\, 10^5}{283{,}15}\right) = 10{,}076 \text{ m}^3$$

Při izotermickém stlačování je spotřebovaná práce:

$$p_0 \, \Delta V_0 = p \, V$$

$$A_{t12} = -\int_0^1 V \, dp = - \, p_0 \, \Delta V_0 \int_0^1 \frac{dp}{p} = - \, p_0 \, \Delta V_0 \, \ln \frac{p_1}{p_0} =$$

$$= - \, 0{,}1 \,.\, 10^6 \,.\, 10{,}076 \,.\, \ln \frac{2{,}962 \,.\, 10^5}{1 \,.\, 10^5} = - \, 1{,}094 \,.\, 10^6 \text{ J}$$

Pozn.: Znaménko „ – “ znamená spotřebovanou práci.

Příklad 2:

Ve válci s pohyblivým pístem je 36 g vodíku o teplotě 30 °C pod tlakem 0,4 MPa. Na jeho stlačení na třetinu původního objemu byla vynaložena práce 150 kJ a současně bylo odebráno teplo Q = 60 kJ. Vypočítejte teplotu a tlak vodíku po stlačení. ($M = 2$ kg kmol^{-1}, $\kappa = 1{,}4$)

Řešení:

Označení veličin: $m = 36 \text{ g}$
$t_1 = 30 \text{ °C}$
$p_1 = 0{,}4 \text{ MPa}$
$A_{12} = 150 \text{ kJ}$
$Q_{12} = -60 \text{ kJ}$

Z prvního zákona termodynamiky:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + A_{12} ,$$

kde

$$U_2 - U_1 = m \,.\, c_v \,.\, (t_2 - t_1).$$

Měrná tepelná kapacita při stálém objemu:

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{R_0}{M}\,\frac{1}{\kappa - 1} = \frac{8314{,}3}{2(1{,}4 - 1)} = 10393 \text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

Teplota vodíku po kompresi:

$$t_2 = t_1 + \frac{U_2 - U_1}{m \,.\, c_v} = t_1 + \frac{Q_{12} - A_{12}}{m \,.\, c_v} =$$

$$= 30 + \frac{-60 \,.\, 10^3 - (-150 \,.\, 10^3)}{0{,}036 \,.\, 10393} = 270{,}55 \text{ °C}$$

Pro stavy před kompresí a po kompresi jsou stavové rovnice:

$$p_1 V_1 = m\, r\, T_1$$
$$p_2 V_2 = m\, r\, T_2 .$$

Odtud:

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2}\,\frac{T_2}{T_1} = 0{,}4 \,.\, 10^6 \,.3\cdot \frac{270{,}55 + 273{,}15}{30 + 273{,}15} = 2{,}15 \,.\, 10^6 \text{ Pa} .$$

$$p_2 = 2{,}15 \text{ MPa}$$

Příklad 3:

Kompresor nasává vzduch o teplotě 30 °C a tlaku 95 kPa a stlačuje ho polytropicky na tlak 706 kPa, přičemž jeho teplota vzroste na 370 °C. Vypočítejte polytropický exponent, měrnou polytropickou tepelnou kapacitu, množství tepla, změnu vnitřní energie, změnu entalpie a práci na stlačení 1 kg vzduchu a jeho vtlačení do prostoru o vyšším tlaku.
($\kappa = 1{,}4$, $r = 287\ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$)

Řešení:

Označení veličin:

$$t_1 = 30\ \mathrm{°C}$$
$$p_1 = 95\ \mathrm{kPa}$$
$$p_2 = 706\ \mathrm{kPa}$$
$$t_2 = 370\ \mathrm{°C}$$
$$m = 1\ \mathrm{kg}$$

Polytropický exponent vypočteme z rovnice: $\dfrac{T_2}{T_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$.

Odtud:

$$n = \frac{1}{1 - \dfrac{\lg \dfrac{T_2}{T_1}}{\lg \dfrac{p_2}{p_1}}} = \frac{1}{1 - \dfrac{\lg \dfrac{643{,}15}{303{,}15}}{\lg \dfrac{706\,.\,10^3}{95\,.\,10^3}}} = 1{,}60.$$

Měrná polytropická tepelná kapacita:

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{287}{1{,}4 - 1} = 717{,}5\ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}},$$

$$c_n = c_v\,\frac{n - \kappa}{n - 1} = 717{,}5\,\frac{1{,}6 - 1{,}4}{1{,}6 - 1} = 239{,}17\ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}.$$

Množství přivedeného tepla:

$$Q_{12} = m\,c_n\left(t_2 - t_1\right) = 1 \cdot 239{,}17\,(370 - 30) = 81317\ \mathrm{J}.$$

Změna vnitřní energie:

$$U_2 - U_1 = m\,c_v\left(t_2 - t_1\right) = 1 \cdot 717{,}5\,(370 - 30) = 243\,950\ \mathrm{J}.$$

Změna entalpie:

$$H_2 - H_1 = m\,c_p\left(t_2 - t_1\right) = \kappa\,\left(U_2 - U_1\right) = 1{,}4\ .\ 243\ 950\ = 341\ 530\ \text{ J.}$$

Technická práce:

$$A_{t12} = \frac{n\,r}{n-1}\left(t_2 - t_1\right) = \frac{1{,}6\ .\ 287}{1{,}6 - 1}\ \left(30 - 370\right) = -\,260\ 213\ \text{ J.}$$

Kontrola: $Q_{12} = H_2 - H_1 + A_{t12}$

$$Q_{12} = 341\ 530\ -\ 260\ 213 = 81\ 317\ \ \text{(souhlasí)}$$

Příklad 4:

Nádoba je rozdělena na dvě části. V první o objemu 1, 5 m^3 je CO_2 (M_1 = 44 kg kmol^{-1}) pod tlakem 0,5 MPa při teplotě 30,0 °C. V druhé části nádoby o objemu 1,0 m^3 je O_2 (M_2 = 32 kg kmol^{-1}) pod tlakem 0,2 MPa při teplotě 57 °C. Určete hmotnostní složení směsi, která vznikne propojením obou částí nádoby. Dále vypočtěte plynovou konstantu směsi, teplotu a tlak.

Řešení:

Označení veličin:

$V_1 = 1{,}5\ \text{m}^3$
$p_1 = 0{,}5\ \text{MPa}$
$t_1 = 30\ \text{°C}$
$V_2 = 1{,}0\ \text{m}^3$
$p_2 = 0{,}2\ \text{MPa}$
$t_2 = 57\ \text{°C}$

Hmotnost jednotlivých složek:

$$m_1 = \frac{p_1\,V_1}{r_1\,T_1} = \frac{p_1\,V_1\,M_1}{R_0\,T_1} = \frac{0{,}5\ .\ 10^6\ .\ 1{,}5\ .\ 44}{8\ 314\ .\ 303{,}15} = 13{,}09\ \text{ kg.}$$

$$m_2 = \frac{p_2\,V_2\,M_2}{R_0\,T_2} = \frac{0{,}2\ .\ 10^6\ .\ 1{,}0\ .\ 32}{8\ 314\ .\ 330{,}15} = 2{,}30\ \text{ kg.}$$

Hmotnostní podíly:

$$\sigma_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{13{,}09}{13{,}09 + 2{,}33} = 0{,}849.$$

$$\sigma_2 = 1 - \sigma_1 = 1 - 0{,}849 = 0{,}151.$$

Plynová konstanta směsi:

$$r = \sum \sigma_i\, r_i = R_0 \sum \frac{\sigma_i}{M_i} = 8\,314 \left(\frac{0{,}849}{44} + \frac{0{,}151}{32} \right) = 199{,}65 \ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}.$$

Teplota směsi:

$$T = \frac{\sum m_i\, c_{vi}\, T_i}{\sum m_i \,.\, c_{vi}} = \frac{\sum \frac{m_i}{m} \,.\, \frac{r_i}{\kappa_i - 1}\, T_i}{\sum \frac{m_i}{m} \,.\, \frac{r_i}{\kappa_i - 1}} = \frac{\sum \frac{\sigma_i}{M_i} \,.\, \frac{T_i}{\kappa_i - 1}}{\sum \frac{\sigma_i}{M_i} \,.\, \frac{1}{\kappa_i - 1}} =$$

$$= \frac{\frac{0{,}849}{44}\,\frac{303{,}15}{1{,}3 - 1} + \frac{0{,}151}{32}\,\frac{330{,}15}{1{,}4 - 1}}{\frac{0{,}849}{44}\,\frac{1}{1{,}3 - 1} + \frac{0{,}151}{32}\,\frac{1}{1{,}4 - 1}} = 307{,}33 \ \mathrm{K}.$$

Tlak směsi:

$$p = \frac{m\, r\, T}{V} = \frac{(m_1 + m_2)\, r\, T}{V_1 + V_2} = \frac{(13{,}09 + 2{,}33) \,.\, 199{,}65 \,.\, 307{,}33}{1{,}5 + 1} = 3{,}7846 \,.\, 10^5 \ \mathrm{Pa}$$

Příklad 5:

Uzavřená nádoba o objemu 1 m^3 je naplněna sytou parou o teplotě 200 °C. Pára je ochlazena na teplotu 20 °C. Stanovte tlak po ochlazení, objem kondenzátu a množství odvedeného tepla.

Řešení:

Označení veličin: $V = 1 \ \mathrm{m^3}$

$t_1 = 200 \ °\mathrm{C}$

$t_2 = 20 \ °\mathrm{C}$

Z tabulek termodynamických vlastností vody a páry na mezi sytosti:

Pro teplotu 200 °C: $p_1 = 1{,}554880$ MPa,
$v_1'' = 0{,}127160 \ m^3 \ kg^{-1}$,
$h_1'' = 2790{,}9 \ kJ \ kg^{-1}$.

Pro teplotu 20 °C: $p_2 = 0{,}002337$ MPa,
$v_2' = 0{,}0010017 \ m^3 \ kg^{-1}$,
$v_2'' = 57{,}838308 \ m^3 \ kg^{-1}$,
$h_2' = 83{,}86 \ kJ \ kg^{-1}$,
$h_2'' = 2538{,}2 \ kJ \ kg^{-1}$.

Ochlazování bude probíhat při stálém objemu, takže v = v´´.

Tlak po ochlazení: $p_2 = 0{,}002337 \ \text{MPa}$

Hmotnost páry:

$$m = \frac{V}{v_1''} = \frac{1}{0{,}127160} = 7{,}8641 \ \text{kg}.$$

Protože: $v_2' < v_1'' < v_2''$,
bude po ochlazení v nádobě pára mokrá.

Suchost: $$x_2 = \frac{v - v_2'}{v_2'' - v_2'} = \frac{0{,}127160 - 0{,}0010017}{57{,}838308 - 0{,}0010017} = 0{,}0021813.$$

Měrná entalpie kondenzátu:

$$h_2 = h_2' + x_2 \left(h_2'' - h_2'\right) = 83{,}86 + 0{,}0021813 \left(2538{,}2 - 83{,}86\right) = 89{,}21 \ \text{kJ kg}^{-1}$$

Hmotnost kondenzátu:

$$m_2' = m - m_2'' = m - x_2 m = m(1 - x) = 7{,}8641 \left(1 - 0{,}0021813\right) = 7{,}8469 \ \text{kg}.$$

Objem kondenzátu:

$$V_2' = m_2' v_2' = 7{,}8469 \ . \ 0{,}0010017 = 7{,}8603 \ . \ 10^{-3} \ \text{m}^3$$

Teplo:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 = m\left[(h_2 - h_1) - v(p_2 - p_1)\right] =$$

$$= 7{,}8641\left[(89{,}21 - 2790{,}9)\,.\,10^3 - 0{,}127160(0{,}002337 - 1{,}554880)\,.\,10^6\right] =$$

$$= -\,19{,}694\,.\,10^6\ \text{J}.$$

Příklad 6:

Stanovte teplotu, měrný objem a měrnou entropii páry před škrticím ventilem, jestliže byl změřen tlak před tímto ventilem 0,2 MPa a veličiny za ventilem 0,1 MPa, 110 °C.

Řešení:

Označení veličin: $p_1 = 0{,}2$ MPa
$p_2 = 0{,}1$ MPa
$t_2 = 110$ °C

Z tabulek termodynamických vlastností vody a páry pro teplotu 110 °C a tlak 0,1 MPa (přehřátá pára):

$v_2 = 1{,}7442570\ \text{m}^3\,\text{kg}^{-1}$,
$h_2 = 2696{,}4\ \text{kJ kg}^{-1}$,
$s_2 = 7{,}4153\ \text{kJ kg}^{-1}$.

Pro stav před škrcením a po škrcení platí: $i_1 = i_2$.

Interpolací z tabulek pro sytou páru a sytou kapalinu při tlaku $p_1 = 0{,}2$ MPa dostaneme:

$t_1 = 120{,}23$ °C

a dále:

$v_1' = 0{,}0010608\ \text{m}^3\,\text{kg}^{-1}$,
$v_1'' = 0{,}8854\ \text{m}^3\,\text{kg}^{-1}$,
$h_1' = 504{,}70\ \text{kJ kg}^{-1}$,
$h_1'' = 2706{,}3\ \text{kJ kg}^{-1}$,
$s_i' = 1{,}5301\ \text{kJ kg}^{-1}$,
$s_i'' = 7{,}1268\ \text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Protože: $h_1' < h_2 < h_1''$, bude před škrcením pára mokrá o suchosti:

$$x = \frac{h_2 - h_1'}{h_1'' - h_1'} = \frac{2696{,}4 - 504{,}70}{2706{,}3 - 504{,}70} = 0{,}9955.$$

Odtud pro měrný objem:

$$v_1 = v_1' + x\left(v_1'' - v_1'\right) =$$

$$= 0{,}0010608 + 0{,}9955\,(0{,}8854 - 0{,}0010608) = 0{,}8814 \ \mathrm{m^3\,kg^{-1}}.$$

Pro měrnou entropii:

$$s_1 = s_1' + x\left(s_1'' - s_1'\right) =$$

$$1{,}5301 + 0{,}9955\,(7{,}1268 - 1{,}5301) = 7{,}1016 \ \mathrm{kJ\,kg^{-1}K^{-1}}.$$

Příklad 7:

Stacionární čtyřdobý Dieselův motor má kompresní poměr 15, počet válců 4, obsah jednoho válce 2000 cm^3, otáčky 3000 1/min. Motor spotřebuje 28 dm^3 nafty za hodinu o výhřevnosti 42 MJ kg^{-1} a nasává vzduch při tlaku 95 kPa a teplotě 25 °C. Určete teoretický výkon motoru a jeho termickou účinnost. (r = 287 J kg^{-1}K^{-1}, c_p = 1008 J kg^{-1}K^{-1}, κ = 1,4, hustota nafty je 866 m^3 kg^{-1}).

Řešení:

Označení veličin:

$\varepsilon = 15$
$m = 4$
$V = 2000 \ \mathrm{cm^3}$
$n = 3000 \ \mathrm{min^{-1}}$
$\dot{V}_p = 28 \ \mathrm{dm^3\,hod^{-1}}$
$q_p = 42 \ \mathrm{MJ\,kg^{-1}}$
$p_1 = 95 \ \mathrm{kPa}$
$t_1 = 25 \ \mathrm{°C}$

Celkový tepelný příkon přivedený motoru:

$$\dot{Q}_p = \dot{m}_p \ q_p$$

$$\dot{Q}_p = \dot{m}_p \ q_p = \rho_p \ \dot{V}_p \ q_p = 866 \ . \ \frac{28 \ . \ 10^{-3}}{3600} \ . \ 42 \ . \ 10^6 = 282{,}9 \ . \ 10^3 \ \mathrm{W}$$

Hmotnostní průtok vzduchu:

$$\dot{m}_v = 4\,V\,\rho_1\,\frac{n}{2} = 4\,V\,\frac{p_1}{r\,T_1}\,\frac{n}{2} = 4\,.\,2\,10^{-3}\,\frac{95\,.\,10^3}{287\,.\,298{,}15}\,\frac{3000}{2\,.\,60} = 0{,}222\ \text{kg s}^{-1}.$$

Teplota vzduchu pro kompresi:

$$T_2 = T_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\,\varepsilon^{\kappa-1} = 298{,}15\,.\,15^{1{,}4-1} = 880{,}79\ \text{K}.$$

Teplota vzduchu po shoření paliva:

$$T_3 = T_2 + \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m}_v\,c_v} = 880{,}79 + \frac{282{,}9\,.\,10^3}{0{,}222\,.\,1008} = 2145{,}0\ \text{K}.$$

Stupeň plnění:

$$\varphi = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{2145{,}0}{880{,}79} = 2{,}435$$

Teplota výfukových plynů:

$$T_4 = T_3\left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\kappa-1} = T_2\left(\frac{\varphi}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1} = 2145{,}0\left(\frac{2{,}435}{15}\right)^{1{,}4-1} = 1036{,}6\ \text{K}$$

Tepelný průtok výfukem:

$$\dot{Q}_0 = \dot{m}_v\,c_v\,(T_1 - T_4) = 0{,}222\,\frac{1008}{1{,}4}\,(298{,}15 - 1036{,}6) = -1{,}18034\cdot 10^5\ \text{W}.$$

Teoretický výkon cyklu:

$$P = \dot{Q}_p - \left|\dot{Q}_O\right| = 282{,}9\cdot 10^3 - 118{,}034\cdot 10^3 = 164{,}87\cdot 10^3\ \text{W}.$$

Termická účinnost:

$$\eta = \frac{P}{\dot{Q}_p} = \frac{164{,}87\cdot 10^3}{282{,}9\cdot 10^3} = 0{,}583$$

Příklad 8:

Dvoustupňový kompresor nasává vzduch o teplotě 20 °C a tlaku 98 kPa a stlačuje ho na 6 MPa. Vypočtěte výkon motoru, je-li mechanická účinnost 85 % a množství chladicí vody pro chlazení válců kompresoru a pro mezichladič. Teplota chladicí vody se zvýší o 15 K, komprese je v obou stupních polytropická s exponentem 1,3. Sací výkon kompresoru je 0,14 m^3s^{-1}, r = 288 J $kg^{-1}K^{-1}$, κ =1,4, c_{voda} = 4187 J $kg^{-1}K^{-1}$.

Řešení:

Označení veličin:

$t_1 = 20\ °C$

$p_1 = 98\ kPa$

$p_2 = 6\ MPa$

$\eta = 0{,}85$

$\Delta t = 15\ °C$

$n = 1{,}3$

$\dot{V}_1 = 0{,}14\ m^3\ s^{-1}$

Dělicí tlak:

$$p_x = \sqrt{p_1\, p_2} = \sqrt{0{,}098 \cdot 6} = 0{,}767\ \text{MPa}.$$

Teoretický příkon kompresoru:

$$|P_K| = 2\,\frac{n}{n-1}\,p_1\,\dot{V}_1\left[\left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = 2\,\frac{1{,}3}{1{,}3-1}\,98\cdot 10^3\cdot 0{,}14\left[\left(\frac{0{,}767}{0{,}098}\right)^{\frac{1{,}3-1}{1{,}3}} - 1\right] =$$

$$= 72{,}26.10^3\ \text{W} = 72{,}26\ \text{kW}.$$

Výkon motoru na pohon kompresoru:

$$P_m = \frac{|P_K|}{\eta_m} = \frac{72{,}26}{0{,}85} \doteq 85\ \text{kW}.$$

Teplota za každým stupněm kompresoru:

$$T_x = T_2 = T_1\left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 293{,}15\left(\frac{0{,}767}{0{,}098}\right)^{\frac{1{,}3-1}{1{,}3}} = 471{,}30\ \text{K}.$$

Množství tepla odváděného stěnami válců:

$$\dot{Q}_v = 2\,\dot{m}\,c_n\,\left(T_2 - T_1\right) = 2\,\frac{p_1\,\dot{V}_1}{r\,T_1}\,c_v\,\frac{n-\kappa}{n-1}\left(T_2 - T_1\right) = 2\,\frac{p_1\,\dot{V}_1}{r\,T_1}\,\frac{r}{\kappa - 1}\,\frac{n-\kappa}{n-1}\left(T_2 - T_1\right) =$$

$$= 2\,\frac{p_1\,\dot{V}_1}{T_1\left(\kappa - 1\right)}\,\frac{n-\kappa}{n-1}\left(T_2 - T_1\right) = 2\,\frac{98\cdot 10^3\cdot 0{,}14}{293{,}15\left(1{,}4-1\right)}\,\frac{1{,}3-1{,}4}{1{,}3-1}\left(471{,}30 - 293{,}15\right) =$$

$$= -\,13{,}90\cdot 10^3\ \text{W}.$$

Množství tepla odváděného v mezichladiči:

$$\dot{Q}_{CH} = \dot{m}\,c_p\,\left(T_1 - T_2\right) = \frac{p_1\,\dot{V}_1}{r\,T_1}\,\frac{\kappa\,r}{\kappa - 1}\left(T_1 - T_2\right) = \frac{p_1\,\dot{V}_1\,\kappa}{T_1\left(\kappa - 1\right)}\left(T_1 - T_2\right) =$$

$$\frac{98\cdot 10^3\cdot 0{,}14\cdot 1{,}4}{293{,}15\left(1{,}4-1\right)}\left(293{,}15 - 471{,}3\right) = -\,29{,}18\cdot 10^3\ \text{W}.$$

Celkové množství odváděného tepla:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_v + \dot{Q}_{CH} = \left(-\,13{,}90 - 29{,}18\right)10^3 = -\,43{,}08\cdot 10^3\ \text{W}.$$

Množství chladicí vody:

$$\dot{m}_{voda} = \frac{\left|\dot{Q}\right|}{c_{voda}\ \Delta t} = \frac{43{,}08\cdot 10^3}{4187\cdot 15} = 0{,}686\ \text{kg s}^{-1}.$$

Příklad 9:

Vzduch o tlaku 1,5 MPa a teplotě 27 °C vytéká Lavalovou dýzou do prostředí o tlaku 0,117 MPa. Nejužší průřez dýzy má průměr 0,04 m. Za jakou dobu vyteče 250 kg vzduchu a jaká bude skutečná výtoková rychlost z dýzy, je-li rychlostní součinitel dýzy φ = 0,95? (r = 288 J kg^{-1}K^{-1}, κ = 1,4)

Řešení:

Označení veličin: $p_1 = 1{,}5\ \text{MPa}$
$p_2 = 0{,}117\ \text{MPa}$
$t_1 = 27\ \text{°C}$

$$d_{\min} = 0{,}04 \text{ m}$$
$$m = 250 \text{ kg}$$

Tlakový poměr:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{0{,}117}{1{,}5} = 0{,}078$$

Proudění z dýzy bude nadkritické.

Kritický tlak:

$$p_k = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)_k \cdot p_1 = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \cdot p_1 = \left(\frac{2}{1{,}4 + 1}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4 - 1}} \cdot 1{,}5 = 0{,}7924 \text{ MPa.}$$

Kritická rychlost:

$$w_k = \sqrt{\frac{2\,\kappa}{\kappa + 1}\, r\, T_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}4}{1{,}4 + 1} \cdot 288 \cdot 300{,}15} = 317{,}57 \text{ m s}^{-1}.$$

Výtoková rychlost z dýzy:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2\,\kappa}{\kappa - 1}\, r\, T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right]} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}4}{1{,}4 - 1} \cdot 288 \cdot 300{,}15 \left[1 - \left(\frac{0{,}117}{1{,}5}\right)^{\frac{1{,}4 - 1}{1{,}4}}\right]} =$$

$$= 559{,}61 \text{ m s}^{-1}.$$

Skutečná výtoková rychlost z dýzy:

$$w_{2S} = w_2 \cdot \varphi = 559{,}61 \cdot 0{,}95 = 531{,}63 \text{ m s}^{-1}.$$

Nejmenší průřez dýzy:

$$S_{\min} = \frac{\pi\, d_{\min}^{\;2}}{4} = \frac{\pi \cdot 0{,}04^2}{4} = 1{,}256 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Kritický měrný objem:

$$v_k = v_1 \left(\frac{p_1}{p_k}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{r\,T_1}{p_1}\left(\frac{p_1}{p_k}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{288 \cdot 300{,}15}{1{,}5 \cdot 10^6}\left(\frac{1{,}5}{0{,}7924}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} = 0{,}0909 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}.$$

Hmotností průtok:

$$\dot{m} = S_{\min} \ \frac{w_k}{v_k} = 1{,}256 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{317{,}57}{0{,}0909} = 4{,}388 \ \text{kg s}^{-1}.$$

Doba výtoku:

$$\tau = \frac{m}{\dot{m}} = \frac{250}{4{,}388} = 56{,}98 \ \text{s}.$$

Příklad 10:

Ocelové potrubí d_2/d_1 = 110/100 mm je pokryto dvěma vrstvami izolace stejné tloušťky 50 mm. Teplota vnitřního povrchu stěny potrubí je 250 °C, vnější povrch izolace má teplotu 50 °C. Určete ztráty tepla na 1 m délky potrubí a teplotu na hranici styku obou vrstev izolace. Vnitřní vrstva izolace má součinitel tepelné vodivosti 0,06 W m^{-1} K^{-1}, vnější 0,12 W m^{-1}K^{-1} a materiál potrubí 50 W m^{-1}K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin:

$$\lambda_1 = 50 \ \text{W m}^{-1} \ \text{K}^{-1}$$
$$\delta_1 = \delta_2 = \delta = 50 \ \text{mm}$$
$$t_{ST1} = 250 \ \text{°C}$$
$$t_{ST4} = 50 \ \text{°C}$$
$$\lambda_2 = 0{,}06 \ \text{W m}^{-1} \ \text{K}^{-1}$$
$$\lambda_3 = 0{,}12 \ \text{W m}^{-1} \ \text{K}^{-1}$$

Tepelný tok 1 m délky potrubí:

$$q_L = \frac{2\,\pi\,(t_{ST1} - t_{ST4})}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}$$

$$d_3 = d_2 + 2\,\delta = 110 + 2 \cdot 50 = 210 \ \text{mm}.$$

$$d_4 = d_2 + 4\,\delta = 110 + 4 \cdot 50 = 310 \ \text{mm}.$$

Po dosazení:

$$q_L = \frac{2\,\pi\,(250 - 50)}{\frac{1}{50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{0{,}06}\ln\frac{210}{110} + \frac{1}{0{,}12}\ln\frac{310}{210}} = 89{,}3 \ \text{Wm}^{-1}.$$

Teplota na styku vrstev izolace z předchozího vztahu:

$$t_{ST3} = t_{ST4} + \frac{q_L}{2\,\pi}\,\frac{1}{\lambda_3}\,\ln\frac{d_4}{d_3} = 50 + \frac{89{,}3}{2\,\pi}\,\frac{1}{0{,}12}\,\ln\frac{310}{210} = 96{,}1\,°\mathrm{C}.$$

Příklad 11:

Ocelová deska o teplotě 0 °C a tloušťce 100 mm, součiniteli tepelné vodivosti 45 W m^{-1} K^{-1} je ponořena do kapaliny o teplotě 100 °C. Součinitel přestupu tepla 90 W/m^2 K. Deska je z oceli o hustotě 7900 kg m^{-3} a měrné tepelné kapacitě při stálém tlaku 455,7 J kg^{-1} K^{-1}. Stanovte rozložení teploty v desce po uplynutí 20 s. Desku rozdělte na 10 vrstev tloušťky 1 cm a řešte úlohu numericky.

Řešení:

Označení veličin:

$\lambda = 45$ W m^{-1} K^{-1}

$t_t = 100$ °C

$\alpha = 90$ W m^{-2} K^{-1}

$\rho = 7900$ kg m^{-3}

$c_p = 455{,}7$ J kg^{-1} K^{-1}

$\tau = 20$ s

Součinitel teplotní vodivosti:

$$a = \frac{\lambda}{\rho\, c_p} = \frac{45}{7900 \cdot 455{,}7} = 1{,}25 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2\ s^{-1}}.$$

Desku rozdělíme na 10 vrstev tloušťky 10 mm.

Pak: $\Delta x = 0{,}01$ m;

Pro numerické řešení: $$\frac{2\,a\,\Delta\tau}{\Delta x^2} = 1$$

Odtud časový krok: $$\Delta\tau = \frac{\Delta x^2}{2\,a} = \frac{0{,}01^2}{2 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-5}} = 4\ \mathrm{s}.$$

Počet kroků: $$n = \frac{\tau}{\Delta\tau} = \frac{20}{4} = 5.$$

Teplotu na stěně počítíme podle vztahu: $t_S = \dfrac{t_i + \dfrac{\alpha\ \Delta x}{\lambda} t_t}{1 + \dfrac{\alpha\ \Delta x}{\lambda}}$

kde t_i je teplota mezi první a druhou vrstvou.

$$\frac{\alpha\ \Delta x}{\lambda} = \frac{90 \cdot 0{,}01}{45} = 0{,}02 \qquad \text{Pak:} \qquad t_S = \frac{t_i + 0{,}02 \cdot 100}{1 + 0{,}02}$$

Tabulka vypočtených hodnot:

τ[s] \ x[m]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	
20	4,214	2,298	1,094	0,366	0,123	0	0
16	3,865	1,942	0,731	0,245	0	0	0
12	3,393	1,461	0,49	0	0	0	0
8	2,922	0,98	0	0	0	0	0
4	1,961	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Příklad 12:

Termoska má dvojité postříbřené stěny o emisním součiniteli 0,04. Mezi stěnami je vakuum. Vnitřní stěna má povrch 0,06 m^2, vnější 0,072 m^2. Jejich teploty jsou 80 °C, 0 °C. Mezi stěnami je mezera o šířce 8 mm. Jak změní tepelné ztráty termosku, vnikne-li mezi stěny vzduch?

Řešení:

Označení veličin: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}04$
$S_1 = 0{,}06\ \text{m}^2$
$S_2 = 0{,}072\ \text{m}^2$
$t_{S1} = 80\ °\text{C}$
$t_{S2} = 0\ °\text{C}$
$l = 8\ \text{mm}$

Únik tepla do okolí vlivem sálání:

$$\dot{Q}_{S12} = S_1\ c_0\ \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)\frac{S_1}{S_2}} = 0{,}06 \cdot 5{,}67 \cdot \frac{\left(\frac{353{,}15}{100}\right)^4 - \left(\frac{273{,}15}{100}\right)^4}{\frac{1}{0{,}04} + \left(\frac{1}{0{,}04} - 1\right)\frac{0{,}06}{0{,}072}} = 0{,}755\ \text{W}.$$

Je-li mezi stěnami vzduch, dojde k přestupu tepla v omezeném prostoru:

Kriteriální rovnice: $\varepsilon = 0{,}18\ (Gr\ \Pr)^{0{,}25}$

Pro vzduch o teplotě 40 °C je: $\lambda = 0{,}02672\ \text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\nu = 16{,}96 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2\,\text{s}^{-1}$
$\Pr = 0{,}699.$

Pak:

$$Gr = \beta\ \Delta T\ \frac{g\ l^3}{\nu^2} = \frac{1}{313{,}15}\ (80 - 0)\ \frac{9{,}81 \cdot 0{,}008^3}{\left(16{,}96 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 4460{,}9$$

$$\varepsilon = 0{,}18\ (4460{,}9 \cdot 0{,}699)^{0{,}25} = 1{,}345$$

$$\dot{Q}_P = \frac{S_1 + S_2}{2}\ \frac{\lambda\ \varepsilon}{l}\ \Delta T = \frac{0{,}06 + 0{,}072}{2}\ \frac{0{,}02672 \cdot 1{,}345}{0{,}008}\ 80 = 23{,}719\ \text{W}.$$

Teplo se přenáší jak sáláním, tak prouděním:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{S12} + \dot{Q}_P = 0{,}755 + 23{,}719 = 24{,}474\ \text{W}.$$

Příklad 13:

Do parní turbiny vstupuje sytá pára o teplotě 330 °C, o hmotnostním průtoku 10 kg s^{-1}. Teplota v kondenzátu je 40 °C. Stanovte výkon turbiny a termickou účinnost oběhu.

Řešení:

Označení veličin: $t_1 = 330$ °C
$\dot{m} = 10$ kg s^{-1}
$t_2 = 40$ °C

Pro		
	$t_1 = 330$ °C	$t_2 = 40$ °C
	$h_1 = 2670,2$ kJ/kg	$h_2' = 167,45$ kJ kg^{-1}
	$s_1 = 5,449$ kJ/kgK	$h_2'' = 2574,4$ kJ kg^{-1}
		$s_2' = 0,5721$ kJ kg^{-1}K^{-1}
		$s_2'' = 8,2583$ kJ kg^{-1}K^{-1}

$$s_2 = s' + x\left(s'' - s'\right)$$

$$x_2 = \frac{s - s'}{s'' - s'} = \frac{5,4490 - 0,5721}{8,2583 - 0,5721} = 0,6345$$

$$h_2 = h_2' + x_2\left(h_2'' - h_2'\right) = 167,45 + 0,6345\left(2574,4 - 167,45\right) = 1694,66 \text{ kJ kg}^{-1}$$

$$P = \dot{m}\left(h_1 - h_2\right) = 10\left(2670,2 - 1694,66\right) = 9,7554 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\left|q_P\right| = h_1 - h_2' = 2670,2 - 167,45 = 2502,75 \text{ kJ kg}^{-1}$$

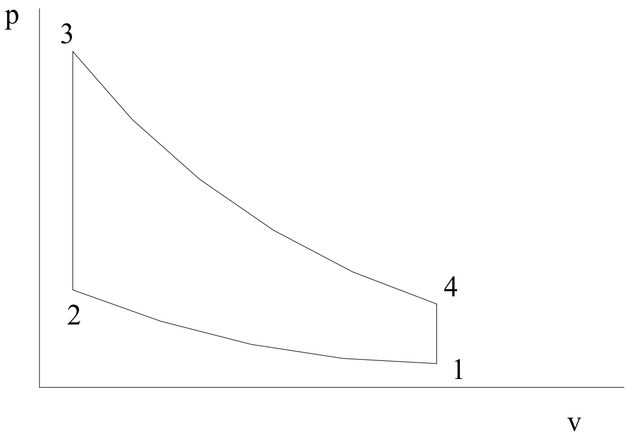
$$\left|q_O\right| = h_2 - h_2' = 1694,66 - 167,45 = 1527,21 \text{ kJ kg}^{-1}$$

$$\eta = 1 - \frac{\left|q_O\right|}{q_P} = 1 - \frac{1527,21}{2502,75} = 0,3898.$$

Příklad 14:

Pro ideální oběh pístového výbušného motoru stanovte množství přivedeného a odvedeného tepla, vykonanou práci při jednom pracovním cyklu a tepelnou účinnost. Za pracovní látku považujte vzduch, který motor nasává při tlaku 0,1 M Pa a teplotě 20 °C. Kompresní poměr je roven 5, zvýšení tlaku při převodu tepla je na trojnásobek. Obsah válce je 0,5 dm^3.

Řešení:



Označení veličin: $p_1 = 0{,}1$ M Pa
$t_1 = 20$ ºC
$\varepsilon = 5$
$\psi = 3$
$V = 0{,}5$ dm^3

$$T_1 = 20 + 273 = 293 \text{ K}$$

$$p_1 = 1\ b = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa - 1} = 293{,}15 \cdot 5^{1{,}4 - 1} = 558{,}06 \text{ K}$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} = 1 \cdot 10^5 \cdot 5^{1{,}4} = 9{,}518 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_3 = 3\ p_2 = 3 \cdot 9{,}5 \cdot 10^5 = 28{,}5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = 558{,}06 \cdot 3 = 1674{,}18 \text{ K}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\kappa - 1} = 1674{,}18 \frac{1}{5^{0{,}4}} = 879{,}46 \text{ K}$$

Při jednom zdvihu se nasaje:

$$m = \frac{p\ V}{r\ T} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{287 \cdot 293{,}15} = 5{,}943 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{287}{1,4 - 1} = 717,5 \text{ J kg}^{-1}$$

$$Q_P = m\, c_v\, (T_3 - T_2) = 5,943 \cdot 10^{-4} \cdot 717,5\, (1674,18 - 558,06) = 475,93 \text{ J}$$

$$Q_O = m\, c_v\, (T_4 - T_1) = 5,943 \cdot 10^{-4} \cdot 717,5\, (879,46 - 293,15) = 250,01 \text{ J}$$

$$A_{12} = Q_P - Q_O = 475,93 - 250,01 = 225,92 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q_P} = \frac{225,92}{475,93} = 0,475.$$

Příklad 15:

Při izobarickém ohřevu z teploty 40 °C na 750 °C vykonal 1 kg plynu práci 184 500 J kg^{-1}. Stanovte molekulovou hmotu tohoto plynu, množství přivedeného tepla a změnu vnitřní energie. Plyn je dvouatomový.

Řešení:

Označení veličin:
$t_1 = 40$ ºC
$t_2 = 750$ ºC
$m = 1$ kg
$a = 184500$ J kg^{-1}

$$T_1 = 40 + 273,15 = 313,15 \text{ K}$$
$$T_2 = 750 + 273,15 = 1023,15 \text{ K}$$

Pro p = konst je:

$$a = p(v_2 - v_1) = r(T_2 - T_1)$$

Odtud:

$$r = \frac{a}{T_2 - T_1} = \frac{184\,500}{1023,15 - 313,15} = 259,86 \text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

Pak:

$$M = \frac{R_0}{r} = \frac{8314}{259,86} = 32 \text{ kg kmol}^{-1}$$

$$q = c_p \left(T_2 - T_1\right) = \frac{\kappa\, r}{\kappa - 1}\left(t_2 - t_1\right) = \frac{1{,}4\ .\ 259{,}86}{1{,}4 - 1}\left(750 - 40\right) = 6{,}4575\ .\ 10^5\ \text{J kg}^{-1}$$

$$\Delta u = q - a_{12} = \left(6{,}4575 - 1{,}845\right) 10^5 = 4{,}625\ .\ 10^5\ \text{J kg}^{-1}$$

Příklad 16:

Ve spalovacím motoru je 0,032 m^3 objem vzduchu před stlačením jeho tlak je 0,09 MPa a teplota 60 °C. Určete exponent polytropy n, kompresní práci, množství tepla, které je odvedeno stěnami válce a změnu vnitřní energie vzduchu. Po stlačení je objem vzduchu roven 0,00213 m^3 a jeho tlak je 3,2 M Pa.

Řešení:

Označení veličin: $p_1 = 0{,}09\ \text{M Pa}$
$t_1 = 60\ ^{\circ}\text{C}$
$V_1 = 0{,}032\ \text{m}^3$
$p_2 = 3{,}2\ \text{M Pa}$
$V_2 = 0{,}00213\ \text{m}^3$

Exponent polytropy:

$$n = \frac{\log \dfrac{p_1}{p_2}}{\log \dfrac{v_1}{v_2}} = \frac{\log \dfrac{0{,}9}{32}}{\log \dfrac{0{,}00213}{0{,}032}} = 1{,}32$$

$$A_{12} = \frac{1}{n - 1}\left(p_1 V_1 - p_2 V_2\right) = \frac{10^5}{1{,}32 - 1}\left(0{,}9\ .\ 0{,}032 - 32\ .\ 0{,}00213\right) = -\,12300\ \text{J}$$

Teplo odvedené stěnami válce:

$$Q = A\ \frac{\kappa - n}{\kappa - 1} = -\,12300\ \frac{1{,}4 - 1{,}32}{1{,}4 - 1} = -\,2460\ \text{J}$$

Změna vnitřní energie:

$$\Delta U = Q - A = -\,2460 + 12300 = 9840\ \text{J}$$

Příklad 17:

Třístupňový kompresor má dodávat množství 250 kg hod^{-1} vzduchu při tlaku 8 M Pa. Odvoďte vztahy pro technickou práci jednoho stupně, stanovte příkon kompresoru a množství tepla, které je nutno odebrat v mezichladičích. Stlačení uvažujte adiabatické. Kompresor nasává vzduch o tlaku 0,095 MPa a teplotě 17 °C. Znázorněte proces v p-v a T-s diagramu. Porovnejte s jednostupňovým stlačením. Poměr výstupního tlaku ke vstupnímu tlaku je ve všech stupních stejný.

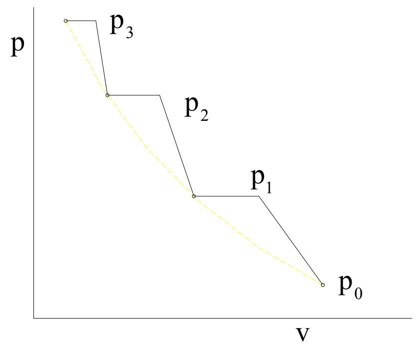
Řešení:

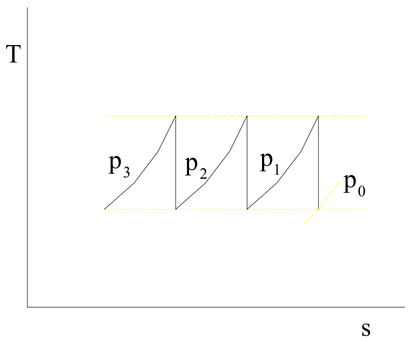
Označení veličin: $\dot{m} = 250 \ \text{kg hod}^{-1}$

$p_3 = 8 \ \text{M Pa}$

$t_0 = 17 \ \text{°C}$

$p_0 = 0{,}095 \ \text{M Pa}$





Tlaky v mezichladičích:

$$\frac{p_1}{p_0} = \sqrt[3]{\frac{p_3}{p_0}} = \sqrt[3]{\frac{8{,}0}{0{,}095}} = 4{,}38$$

$$p_1 = 0{,}095 \ . \ 4{,}38 = 0{,}416 \ \text{M Pa}$$

$$p_2 = 0{,}416 \ . \ 4{,}38 = 1{,}825 \ \text{M Pa}$$

V mezichladičích chladíme na t = 17 °C ($\Rightarrow$ T = 290,15 K).

Práce jednoho stupně:

$$a_1 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_0 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = \frac{1{,}4}{1{,}4-1} 287 \ . \ 290{,}15 \left[1 - 4{,}38^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} \right] = -1{,}53 \ . \ 10^5 \ \text{J kg}^{-1}$$

Práce celého kompresoru:

$$a = 3a_1 = 3\left(-1{,}53\ .\ 10^5\right) = -\ 4{,}59\ .\ 10^5\ \text{ J kg}^{-1}$$

Výkon:

$$P = a\ .\ \dot{m} = -\ 4{,}59\ .\ 10^5\ \frac{250}{3600} = -\ 3{,}188\ .\ 10^4\ \text{W} = -\ 31{,}88\ \text{ KW}$$

Množství odvedeného tepla v mezichladičích je rovno vynaložené práci.

Pro jednostupňovou kompresi:

$$a = \frac{\kappa}{\kappa - 1}\, r\, T_0 \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right] = \frac{1{,}4}{1{,}4 - 1}\ 287 .\ 290{,}15 \left[1 - \left(\frac{8{,}0}{0{,}095}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}\right] = -7{,}429\ .\ 10^5\ \text{ J kg}^{-1}$$

Příklad 18:

Vypočtěte ztrátu tepla z jednoho metru délky horizontálního parního potrubí o vnějším průměru 0,3 m a povrchové teplotě 450 °C, jestliže okolní vzduch má teplotu 50 °C.

Kriteriální rovnice je: $Nu = c\left(Gr\ .\ \Pr\right)^n$

kde pro $1\ .\ 10^{-3} < Gr\ .\ \Pr < 5\ .\ 10^2$ je c = 1,18, n = 1/8
$5\ .\ 10^2 < Gr\ .\ \Pr < 2\ .\ 10^7$ je c = 0,54, n = 1/4
$2\ .\ 10^7 < Gr\ .\ \Pr < 1\ .\ 10^{13}$ je c = 0,135, n = 1/3

Pro střední teplotu vzduchu

$$t_s = \frac{1}{2}\left(t + t_v\right) = \frac{1}{2}\left(450 + 50\right) = 250\ \text{ °C}\ \text{ je:}$$

$\nu = 40{,}61\ .\ 10^{-6}\ \text{m}^2\ \text{s}^{-1}$
$\lambda = 4{,}27\ .\ 10^{-2}\ \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
Pr = 0,677

Řešení:

Označení veličin:

Označení veličin: $d = 0{,}3\ \text{m}$
$t = 450\ °\text{C}$
$t_v = 50\ °\text{C}$

$$Gr = \beta \Delta t \frac{g\ d^3}{\nu^2} = \frac{1}{250 + 273{,}15}\left(450 - 50\right)\frac{9{,}81\ .\ 0{,}3^3}{\left(40{,}61\ .\ 10^{-6}\right)^2} = 1{,}228\ .\ 10^8$$

$$Gr\ .\ \Pr = 1{,}228\ .\ 10^8\ .\ 0{,}677 = 8{,}313\ .\ 10^7$$

Pak c = 0,135, n = 1/3

$$Nu = c\left(Gr\ .\ \Pr\right)^n = 0{,}135\left(8{,}313\ .\ 10^7\right)^{\frac{1}{3}} = 58{,}92$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{d}\,Nu = \frac{4{,}27\ .\ 10^{-2}}{0{,}3}\ .\ 58{,}92 = 8{,}386\ \text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$$

$$q_l = \pi\, d\ \alpha\ \Delta t = \pi\ .\ 0{,}3\ .\ 8{,}386\ .\left(450 - 50\right) = 3161\ \text{W m}^{-1}$$

Příklad 19:

Určete teplo k ohřátí směsi plynů z teploty 200 °C na 1200 °C při konstantním tlaku 0,15 MPa. Počáteční objem směsi je 5,2 m^3 a objemový podíl CO_2 je 0,145, objemový podíl O_2 je 0,065, zbytek je zastoupen N_2.

Střední objemové tepelné kapacity při normálním tlaku jsou:

$$\left|C_{p_{CO2}}\right|_0^{1200} = 2245\ \text{J m}^{-3}\text{K}^{-1} \qquad \left|C_{p_{CO2}}\right|_0^{200} = 1795\ \text{J m}^{-3}\text{K}^{-1}$$

$$\left|C_{p_{O2}}\right|_0^{1200} = 1500\ \text{J m}^{-3}\text{K}^{-1} \qquad \left|C_{p_{O2}}\right|_0^{200} = 1325\ \text{J m}^{-3}\text{K}^{-1}$$

$$\left|C_{p_{N2}}\right|_0^{1200} = 1420\ \text{J m}^{-3}\text{K}^{-1} \qquad \left|C_{p_{N2}}\right|_0^{200} = 1304\ \text{J m}^{-3}\text{K}^{-1}$$

Řešení:

Označení veličin: $t_1 = 200$ ºC
$t_2 = 1200$ ºC
$p = 0{,}15$ M Pa
$V_1 = 5{,}2$ m^3
$\omega_{CO2} = 0{,}145$
$\omega_{O2} = 0{,}065$

$$Q = V_n \left|C_S\right|_{t_1}^{t_2} \left(t_2 - t_1\right) = V_n \left(\left|C_S\right|_0^{t_2} t_2 - \left|C_S\right|_0^{t_1} t_1\right)$$

$$V_n = V_1 \frac{T_n}{T_1} \frac{p_1}{p_n} \qquad \omega_{N2} = 1 - \omega_{CO2} - \omega_{O2} = 1 - 0{,}145 - 0{,}065 = 0{,}79$$

$$Q = \frac{T_n}{T_1} \frac{p_1}{p_n} \begin{bmatrix} \left(\left|C_{pCO2}\right|_0^{t_2} t_2 - \left|C_{pCO2}\right|_0^{t_1} t_1\right) \omega_{CO2} + \\ + \left(\left|C_{pO2}\right|_0^{t_2} t_2 - \left|C_{pO2}\right|_0^{t_1} t_1\right) \omega_{O2} + \left(\left|C_{pN2}\right|_0^{t_2} t_2 - \left|C_{pN2}\right|_0^{t_1} t_1\right) \omega_{N2} \end{bmatrix} =$$

$$= 5{,}2 \,.\, \frac{273{,}15}{473{,}15} \; \frac{0{,}15 \,.\, 10^6}{0{,}101325 \,.\, 10^6} \begin{bmatrix} \left(2245 \,.\, 1200 - 1795 \,.\, 200\right) 0{,}145 + \\ + \left(1500 \,.\, 1200 - 1325 \,.\, 200\right) 0{,}065 + \\ + \left(1420 \,.\, 1200 - 1304 \,.\, 200\right) 0{,}79 \end{bmatrix} =$$

$$= 7{,}0148 \,.\, 10^6 \text{ W} = 7{,}015 \text{ MW}$$

Příklad 20:

Jednostupňový kompresor stlačuje polytropicky (n = 1,3) dvouatomový plyn z tlaku 0,1 MPa a teploty 30 °C na tlak 1 MPa. Stanovte teplotu po stlačení a potřebný příkon kompresoru pro nasávané množství 100 m^{3}hod^{-1}. Určete též příkon pro izotermickou kompresi.

Řešení:

Označení veličin: $p_1 = 0{,}1$ M Pa
$t_1 = 30$ ºC
$p_2 = 1$ M Pa

$$\dot{V} = 100 \ \text{m}^3 \ \text{hod}^{-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 303{,}15 \left(\frac{1 \,.\, 10^6}{0{,}1 \,.\, 10^6} \right)^{\frac{1{,}3-1}{1{,}3}} = 515{,}73 \ \text{K}$$

$$P = \dot{m} \,.\, a_{t12} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{r T_1} \ \frac{n}{n-1} \ r T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \ \frac{n}{n-1} \ p_1 \dot{V}_1 \ \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] =$$

$$= \frac{1{,}3}{1{,}3-1} \ 0{,}1 \,.\, 10^6 \,.\, \frac{100}{3600} \left[1 - 10^{\frac{1{,}3-1}{1{,}3}} \right] = - \ 8441 \ \text{W}$$

Příkon kompresoru:

$$P_k = - \ P = \ 8{,}441 \ \text{kW}$$

Pro izotermickou kompresi:

$$P = \dot{m} \,.\, a_{t12} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{r T_1} \ r T_1 \ \ln \frac{p_1}{p_2} \ = \ p_1 \dot{V}_1 \ \ln \frac{p_1}{p_2} \ =$$

$$= 0{,}1 \,.\, 10^6 .\ \frac{100}{3600} \ \ln \frac{0{,}1}{1} \ = \ - \ 6396 \ \text{W}$$

Příkon kompresoru:

$$P_k = 6{,}396 \ \text{kW}$$

Příklad 21:

Ve dvou tepelně izolovaných nádobách o objemech 2 m^3 a 6 m^3 jsou stejné hmotnosti téhož plynu při téže teplotě a různých tlacích. Stanovte změnu entropie plynu po spojení nádob, je-li hmotnost každého plynu 2 kg a molekulová hmotnost plynu 32 kg kmol^{-1}.

Řešení:

Označení veličin: $V_1 = 2 \ \text{m}^3$
$V_2 = 6 \ \text{m}^3$
$m_1 = m_2 = m = 2 \ \text{kg}$

$$M = 32 \text{ kg kmol}^{-1}$$

Vnitřní energie soustavy se během děje nemění, takže po propojení nádob se teploty nezmění..

Tlak po propojení nádob:

$$p_s = \frac{2m\, r\, T}{V_1 + V_2}$$

Pro entropii, zadanou stavovými parametry T, p dostáváme:

$$S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{m c_p\, dT - V dp}{T} = m c_p \ln T - m r \ln p + S_0$$

Entropie složek před smísením:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 = m\left(c_p \ln T - r \ln p_1\right) + \\ &+ S_0 + m\left(c_p \ln T - r \ln p_2\right) + S_0 = \\ &= m\left(c_p \ln T^2 - r \ln p_1 p_2\right) + 2S_0 \end{aligned}$$

Entropie po smísení:

$$S_s = 2m\left(c_p \ln T - r \ln \frac{2m\, r\, T}{V_1 + V_2}\right) + 2S_0$$

Vzrůst entropie:

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_s - S = -\,2m r \ln \frac{2m\, r\, T}{V_1 + V_2} + m r\left(\ln p_1 + \ln p_2\right) = \\ &= m r\left(-\,2\ln \frac{2m\, r\, T}{V_1 + V_2} + \ln \frac{2m\, r\, T}{V_1} + \ln \frac{2m\, r\, T}{V_2}\right) = \\ &= m r \ln \frac{\dfrac{(m r T)^2}{V_1 V_2}}{\left(\dfrac{m r T}{V_1 + V_2}\right)^2} = \\ &= m \frac{R_0}{M} \ln \frac{(V_1 + V_2)^2}{V_1 V_2} = 2\, \frac{8314}{32} \ln \frac{(2+6)^2}{2.6} = 869{,}8 \text{ J K}^{-1} \end{aligned}$$

Příklad 22:

Ve dvou stejných od sebe oddělených nádobách se nacházejí tyto plyny: CO_2, O_2. Objem každé nádoby je 1 m^3. Teploty a tlaky obou plynů jsou stejné, a to: 20 °C, 0,2 MPa.

Stanovte celkovou změnu entropie, došlo-li k propojení obou nádob. Během směšování nedošlo k odvodu tepla.
Řešení:

Označení veličin: $V_1 = V_2 = V = 1 \ \text{m}^3$
$t_1 = t_2 = t = 20 \ ^\circ\text{C}$
$p_1 = p_2 = p = 0{,}2 \ \text{M Pa}$

Během směšování: $U = konst \Rightarrow t_s = t = 20 \ ^\circ\text{C}$

Pro parciální tlak každé složky po smísení platí:

$$p_{sCO_2} = m_{CO_2} \ r_{CO_2} \frac{T}{2V} \qquad\qquad p_{sO_2} = m_{O_2} \ r_{O_2} \frac{T}{2V}$$

Před smíšením:

$$p_{CO_2} = m_{CO_2} \ r_{CO_2} \frac{T}{V} = p \qquad\qquad p_{O_2} = m_{O_2} \ r_{O_2} \frac{T}{V} = p$$

Jelikož $p_{co_2} = p_{o_2}$, plyne z porovnání předchozích výrazů, že:

$$p_{sCO_2} = p_{sO_2} = \frac{p}{2}$$

Změny entropie:

$$\Delta S_{CO_2} = m_{CO_2} \left(c_{pCO2} \ln \frac{T_s}{T} - r_{CO_2} \ln \frac{p_s}{p} \right)$$

$$\Delta S_{O_2} = m_{O_2} \left(c_{pO2} \ln \frac{T_s}{T} - r_{O_2} \ln \frac{p_s}{p} \right)$$

První členy v závorkách jsou rovny nule ($T_s = T$) a pak:

$$\Delta S = \Delta S_{CO_2} + \Delta S_{O_2} = - \ln \frac{p_s}{p} \left(m_{CO_2} \,.\, r_{CO_2} + m_{O_2} \,.\, r_{O_2} \right) = \ln \frac{p}{p_s} \left(\frac{p\,V}{T} + \frac{p\,V}{T} \right) =$$

$$= 2 \ln \frac{p}{p_s} \cdot \frac{pV}{T} = 2 \ln 2 \ \frac{2 \,.\, 10^5 .1}{293{,}15} = 945{,}79 \ \text{J K}^{-1}$$

Příklad 23:

V uzavřené válcové nádobě se svislou osou jsou 2 kg mokré páry. Kapalná fáze na počátku děje sahá do poloviny výšky nádoby. Stanovte teplo potřebné na zvýšení teploty ze 120°C na 200°C.

Řešení:

Označení veličin:

$$m = 2 \text{ kg}$$
$$t_1 = 120\,°\text{C}$$
$$t_2 = 200\,°\text{C}$$
$$V_1' = V_1''$$

Při teplotě t_1 je:

$$p_1 = 0{,}198543 \text{ MPa}$$
$$v_1' = 0{,}0010606 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$$
$$v_1'' = 0{,}891524 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$$
$$h_1' = 503{,}72 \text{ kJ.kg}^{-1}$$
$$h_1'' = 2706{,}0 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Z podmínky rovnosti počátečních objemů: $m_1' v_1' = m_1'' v_1''$

Pro součet hmotností platí: $m = m_1' + m_1''$

Odtud: $m_1'' = m - m_1'$

Pak: $m_1' v_1' = \left(m - m_1'\right) v_1''$

$$m_1' = m \frac{v_1''}{v_1' + v_1''} = 2 \frac{0{,}891524}{0{,}0010606 + 0{,}891524} = 1{,}997623 \text{ kg}$$

$$m_1'' = m - m_1' = 2 - 1{,}997623 = 0{,}002377 \text{ kg}$$

$$x_1 = \frac{m_1''}{m} = \frac{0{,}002377}{2} = 0{,}0011885$$

Měrný objem mokré páry:

$$v = v_1' + x_1\left(v_1'' - v_1'\right) = 0{,}0010606 + 0{,}0011885\,(0{,}891524 - 0{,}0010606) =$$
$$= 0{,}0021189 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$$

Při teplotě t_2 je: $p_2 = 1{,}554880$ MPa

$v_2' = 0{,}0011565$ m^{3}kg^{-1}

$v_2'' = 0{,}127160$ m^{3}kg^{-1}

$h_2' = 852{,}37$ kJ.kg^{-1}

$h_2'' = 2790{,}9$ kJ.kg^{-1}

Porovnáním číselných hodnot měrných objemů dostáváme:

$$v_2' < v < v_2''$$

Z toho plyne, že po ohřevu bude opět mokrá pára. Její suchost bude:

$$x_2 = \frac{v - v_2'}{v_2'' - v_2'} = \frac{0{,}0021189 - 0{,}0011565}{0{,}127160 - 0{,}0011565} = 0{,}007638$$

Přivedené teplo při konstantním objemu bude:

$$h_1 = h_1' + x_1\left(h_1'' - h_1'\right) = 503{,}72 + 0{,}0011885\,(2706{,}0 - 503{,}72) = 506{,}34 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_2 = h_2' + x_2\left(h_2'' - h_2'\right) = 852{,}37 + 0{,}007638\,(2790{,}0 - 852{,}37) = 867{,}17 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$Q = m\,(u_2 - u_1) = m\,[(h_2 - h_1) - v\,(p_2 - p_1)] =$$
$$= 2\,\left[(867{,}17 - 506{,}34)10^3 - 0{,}002118\,(1{,}554880 - 0{,}198543)10^6\right] = 727{,}42\cdot 10^3 \text{ J}$$

Příklad 24:

V nádobě o objemu 1 m^3 je vzduch o počátečním tlaku 0,01 MPa. Atmosférický vzduch má tlak 0,1 MPa a teplotu 20°C. Stanovte dobu, po kterou bude otvorem o průřezu 1 mm^2 s průtokovým součinitelem 0,8 do nádoby přicházet konstantní hmotnostní průtok vzduchu za předpokladu, že se teplota vzduchu v nádobě vyrovnává s teplotou okolí. Pro vzduch uvažujte r = 287 J.kg^{-1}K^{-1}, $\kappa = 1{,}4$.

Řešení:

Označení veličin: $p_1 = 0{,}1$ MPa

$t_1 = 20$ °C

$S = 1$ mm^2

$\mu = 0{,}8$

$p_{20} = 0{,}01$ MPa

$V = 1$ m^3

Konstantní hmotnostní průtok bude, když:

$$\frac{p_2}{p_1} \le \frac{p_K}{p_1} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

V limitním případě (znaménko rovnosti u první rovnice) platí:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 0{,}1 \cdot 10^6 \left(\frac{2}{1{,}4 + 1}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4 - 1}} = 0{,}0528 \cdot 10^6\ Pa = 52{,}8 \cdot 10^3\ \text{Pa}$$

Do nádoby se při konstantním hmotnostním průtoku přivede:

$$m = \frac{p_2\ V}{r\ T} - \frac{p_{20}\ V}{r\ T} = \frac{V}{r\ T}\left(p_2 - p_{20}\right) = \frac{1}{287 \cdot 293{,}15}\left(52{,}8 - 10\right) 10^3 = 0{,}5087\ \text{kg}$$

Průtok:

$$\rho_k = \rho_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)_k^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{p_1}{rT_1}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_k^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{0{,}1 \cdot 10^6}{287 \cdot 293{,}15} \cdot 0{,}528^{\frac{1}{1{,}4}} = 0{,}7532 \quad \text{kg . m}^{-3}$$

$$\dot{m} = S\ \mu\ w_K\ \rho_k = S\ \mu\ \rho_k \sqrt{\frac{2\ \kappa}{\kappa + 1}\ r\ T} =$$

$$= 1 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7532 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}4}{1{,}4 + 1}\ 287 \cdot 293{,}15} = 0{,}18878 \cdot 10^{-3}\ \text{kg . s}^{-1}$$

Potřebný čas:

$$\tau = \frac{m}{\dot{m}} = \frac{0{,}5087}{0{,}18878 \cdot 10^{-3}} = 2694{,}6\ s = 44\ \text{min}\ 54{,}6\ \text{s}$$

Příklad 25:

Vypočtěte průřezy dýzy, do které vstupuje 1 kg.s^{-1} páry o tlaku 0,48 MPa a teplotě 160°C. Expanzi uvažujte vratnou adiabatickou (κ = 1,3) na tlak 0,1 MPa.

Řešení:

Označení veličin: $\dot{m} = 1\ \text{kg.s}^{-1}$

$p_1 = 0{,}48\ \text{MPa} = 0{,}48.10^6\ \text{Pa}$

$t_1 = 160\,°\text{C}$

$p_2 = 0{,}1\ \text{MPa} = 0{,}1.10^6\ \text{Pa}$

Pro p_1 a t_1 je z tabulek: $h_1 = 2768{,}0$ kJ.kg^{-1} = $2768{,}0.10^3$ J.kg^{-1}

$s_1 = 6{,}8849$ kJ.kg^{-1}K^{-1} = $6{,}8849.10^3$ J.kg^{-1}K^{-1}

Při tlaku $p_2 = 0{,}1$ MPa je: $s_2 = s_1$

$s_2'' = 7{,}35982$ kJ.kg^{-1}K^{-1}

$s_2' = 1{,}30271$ kJ.kg^{-1}K^{-1}

Z číselných hodnot měrné entropie plyne, že:

$$s_2' < s_2 < s_2''$$

Z dýzy bude vytékat mokrá pára.

Tlakový poměr: $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{0{,}1 \cdot 10^6}{0{,}48 \cdot 10^6} = 0{,}2083.$

Pro tento tlakový poměr bude dýza rozšířená.

Kritický tlakový poměr:

$$\frac{p_K}{p_1} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = \left(\frac{2}{1{,}3 + 1}\right)^{\frac{1{,}3}{1{,}3 - 1}} = 0{,}546$$

Kritický tlak:

$$p_K = p_1 \cdot 0{,}546 = 0{,}48 \cdot 10^6 \cdot 0{,}546 = 0{,}2621 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Pro nejbližší tlak v tabulkách p = $0{,}26215 \cdot 10^6$ Pa (teplota 129°C):

$s_K'' = 7{,}03612$ kJ.kg^{-1}K^{-1}

$s_K' = 1{,}62379$ kJ.kg^{-1}K^{-1}

$v_k' = 0{,}00106905$ m^3.kg^{-1} $h_k' = 542{,}038$ kJ.kg^{-1}

$v_k'' = 0{,}687195$ m^3.kg^{-1} $h_k'' = 2718{,}5$ kJ.kg^{-1}

Opět platí: $s_K' < s_2 < s_K''$

Kritickým průřezem bude proudit mokrá pára. Hodnoty suchostí, měrných objemů a entalpií:

$$x_K = \frac{s_1 - s_K'}{s_K'' - s_K'} = \frac{6{,}8849 - 1{,}62379}{7{,}03612 - 1{,}62379} = 0{,}97206$$

$$v_K = v_K' + x_K \left(v_K'' - v_K' \right) = 0{,}001069 + 0{,}97206 \left(0{,}687195 - 0{,}001069\right) = 0{,}668025 \ \text{m}^3 \ \text{kg}^{-1}$$

$$h_K = h_K' + x_K \left(h_K'' - h_K' \right) = 542{,}04 + 0{,}97206 \left(2718{,}5 - 542{,}04\right) = 2657{,}69 \ \text{kJ.kg}^{-1}$$

Pro $p_2 = 0{,}1$ MPa z tabulek:

$v_2' = 0{,}00104342 \ \text{m}^3.\text{kg}^{-1}$

$v_2'' = 1{,}69373 \ \text{m}^3.\text{kg}^{-1}$

$h_2' = 417{,}511 \ \text{kJ.kg}^{-1}$

$h_2'' = 2675{,}4 \ \text{kJ.kg}^{-1}$

$s_2' = 1{,}30271 \ \text{kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

$s_2'' = 7{,}35982 \ \text{kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

$$x_2 = \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{6{,}8849 - 1{,}30271}{7{,}35982 - 1{,}30271} = 0{,}92159$$

$$v_2 = v_2' + x_2 \left(v_2'' - v_2' \right) = 0{,}00104342 + 0{,}92159 \left(1{,}69373 - 0{,}00104342\right) = 1{,}56101 \ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$h_2 = h_2' + x_2 \left(h_2'' - h_2' \right) = 417{,}511 + 0{,}92159 \left(2675{,}4 - 417{,}511\right) = 2498{,}36 \ \text{kJ.kg}^{-1}$$

Průřezy:

$$w_K = \sqrt{2 \left(h_1 - h_K\right)} = \sqrt{2 \left(2768{,}0 - 2657{,}69\right) 10^3} = 469{,}702 \ \text{m.s}^{-1}$$

$$S_K = \frac{\dot{m} \, v_K}{w_K} = \frac{1 \cdot 0{,}668025}{469{,}702} = 0{,}001422 \ \text{m}^2 = 14{,}22 \ \text{cm}^2$$

$$w_2 = \sqrt{2 \left(h_1 - h_2\right)} = \sqrt{2 \left(2768{,}0 - 2498{,}36\right) 10^3} = 734{,}36 \ \text{m.s}^{-1}$$

$$S_2 = \frac{\dot{m} \, v_2}{w_2} = \frac{1 \cdot 1{,}56101}{734{,}36} = 0{,}002125 \ \text{m}^2 = 21{,}25 \ \text{cm}^2$$

Příklad 26:

Do výměníku tepla vstupuje 0,25 $\text{m}^3\text{hod}^{-1}$ kapaliny o hustotě 1100 kg.m^{-3} a měrné tepelné kapacitě 3000 $\text{J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Ve výměníku se ochladí ze 120°C na 50°C. Teplo je předáváno vodě o měrné tepelné kapacitě 4187 $\text{J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, objemovém průtoku 1 $\text{m}^3\text{hod}^{-1}$ a počáteční teplotě 10°C. Stanovte velikost teplosměnné plochy pro souproudé a protiproudé uspořádání, je-li v obou případech součinitel prostupu tepla roven 30 $\text{W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$.

Řešení:

Označení veličin:

$\dot{V}_1 = 0{,}25\ \mathrm{m^3hod^{-1}}$ $\qquad$ $\dot{V}_2 = 1\ \mathrm{m^3hod^{-1}}$

$\rho_1 = 1100\ \mathrm{kg.m^{-3}}$ $\qquad$ $\rho_2 = 1000\ \mathrm{kg.m^{-3}}$

$c_{P1} = 3000\ \mathrm{J.kg^{-1}K^{-1}}$ $\qquad$ $c_{P2} = 4187\ \mathrm{J.kg^{-1}K^{-1}}$

$t_1 = 120\,°\mathrm{C}$ $\qquad$ $\bar{t}_1 = 10\,°\mathrm{C}$

$t_2 = 50\,°\mathrm{C}$

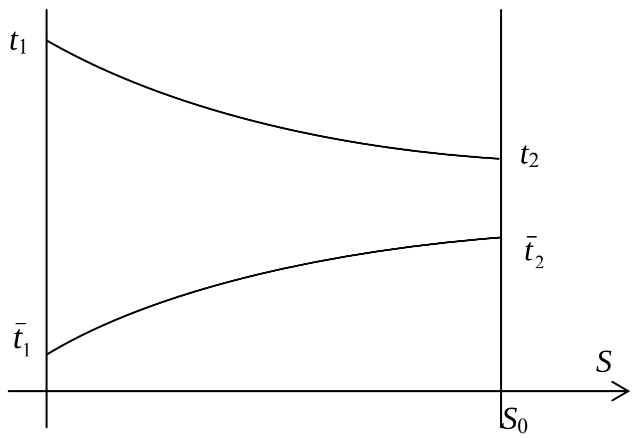
$k = 30\ \mathrm{W.m^{-2}K^{-1}}$

Z tepelné bilance:

$$\dot{V}_1\ \rho_1\ c_{P1}\ (t_1 - t_2) = \dot{V}_2\ \rho_2\ c_{P2}\ (\bar{t}_2 - \bar{t}_1)$$

$$\bar{t}_2 = \bar{t}_1 + (t_1 - t_2)\,\frac{\dot{V}_1\ \rho_1\ c_{P1}}{\dot{V}_2\ \rho_2\ c_{P2}} = 10 + (120 - 50)\,\frac{0{,}25 \cdot 1100 \cdot 3000}{1 \cdot 1000 \cdot 4187} = 23{,}79\ °\mathrm{C}$$

Pro souproudé uspořádání:

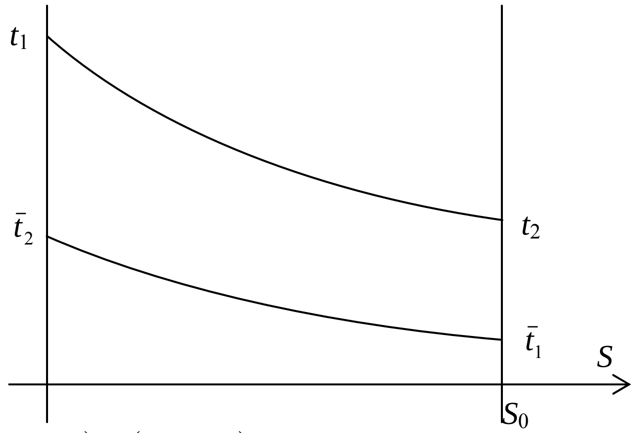


$$\Delta t_S = \frac{(t_1 - \bar{t}_1) - (t_2 - \bar{t}_2)}{\ln\dfrac{t_1 - \bar{t}_1}{t_2 - \bar{t}_2}} = \frac{(120 - 10) - (50 - 23{,}79)}{\ln\dfrac{120 - 10}{50 - 23{,}79}} = 58{,}418\,°\mathrm{C}$$

Platí: $\qquad \dot{Q} = S_0\ k\ \Delta t_S = \dot{V}_1\ \rho_1\ c_{P1}\ (t_1 - t_2)$

Odtud: $\qquad S_0 = \dfrac{\dot{V}_1\ \rho_1\ c_{P1}\ (t_1 - t_2)}{k\ \Delta t_S} = \dfrac{0{,}25 \cdot 1100 \cdot 3000\ (120 - 50)}{3600 \cdot 30 \cdot 58{,}418} = 9{,}15\ \mathrm{m^2}$

Pro protiproudé uspořádání:



$$\Delta t_S = \frac{(t_1 - \bar{t}_2) - (t_2 - \bar{t}_1)}{\ln \frac{t_1 - \bar{t}_2}{t_2 - \bar{t}_1}} = \frac{(120 - 23{,}79) - (50 - 10)}{\ln \frac{120 - 23{,}79}{50 - 10}} = 64{,}05$$

°C

$$S_0 = \frac{\dot{V}_1 \ \rho_1 \ c_{P1} \ (t_1 - t_2)}{k \ \Delta t_S} = \frac{0{,}25 \cdot 1100 \cdot 3000 \ (120 - 50)}{3600 \cdot 30 \cdot 64{,}05} = 8{,}35 \ \text{m}^2$$

Příklad 27:

Při konstantním tlaku 98 kPa smícháme 350 kg vzduchu o teplotě -5°C a relativní vlhkosti 80 % se vzduchem o hmotnosti 500 kg, teplotě 30°C a relativní vlhkosti 50 %. Vypočtěte měrnou a relativní vlhkost směsi, dále pak teplotu a měrnou entalpii. Tlak páry na sublimační křivce pro -5°C je 401,8 Pa.

Řešení:

Označení veličin: $p = 98 \ \text{kPa}$

$m_1 = 350 \ \text{kg}$ $\quad$ $m_2 = 500 \ \text{kg}$

$t_1 = -5 \ °\text{C}$ $\quad$ $t_2 = 30 \ °\text{C}$

$\varphi_1 = 0{,}8$ $\quad$ $\varphi_2 = 0{,}5$

$p''_{P1} = 401{,}8 \ \text{Pa}$

Z tabulek: pro t_2 je $p''_{P2} = 4241{,}5 \ \text{Pa}$

Pak:

$$x_1 = 0{,}622 \ \frac{\varphi_1 \ p''_{P1}}{p - \varphi_1 \ p''_{P1}} = 0{,}622 \ \frac{0{,}8 \cdot 401{,}8}{98 \cdot 10^3 - 0{,}8 \cdot 401{,}8} = 2{,}047 \cdot 10^{-3}$$

$$x_2 = 0{,}622 \frac{\varphi_2 \; p''_{P2}}{p - \varphi_2 \; p''_{P2}} = 0{,}622 \frac{0{,}5 \cdot 4241{,}5}{98 \cdot 10^3 - 0{,}5 \cdot 4241{,}5} = 13{,}758 \cdot 10^{-3}$$

Měrná vlhkost směsi: $$x = \frac{m_{V1} \; x_1 + m_{V2} \; x_2}{m_{V1} + m_{V2}}$$

$$x_1 = \frac{m_{P1}}{m_{V1}} = \frac{m_1 - m_{V1}}{m_{V1}}$$

$$x_1 \; m_{V1} + m_{V1} = m_1$$

$$m_{V1} = \frac{m_1}{1 + x_1} = \frac{350}{1 + 2{,}047 \cdot 10^{-3}} = 349{,}28 \text{ kg}$$

$$m_{V2} = \frac{m_2}{1 + x_2} = \frac{500}{1 + 13{,}758 \cdot 10^{-3}} = 493{,}21 \text{ kg}$$

$$x = \frac{m_{V1} \; x_1 + m_{V2} \; x_2}{m_{V1} + m_{V2}} = \frac{349{,}28 \cdot 2{,}047 \cdot 10^{-3} + 493{,}21 \cdot 13{,}758 \cdot 10^{-3}}{349{,}28 + 493{,}21} = 8{,}903 \cdot 10^{-3}$$

Entalpie:

$$h_1 = 1{,}004 \; t_1 + x_1 \left(2500 + 1{,}84 \; t_1\right) = 1{,}004 \left(-5\right) + 2{,}047 \cdot 10^{-3} \left[2500 + 1{,}84 \left(-5\right)\right] =$$

$$= 0{,}079 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_2 = 1{,}004 \; t_2 + x_2 \left(2500 + 1{,}84 \; t_2\right) = 1{,}004 \cdot 30 + 13{,}758 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1{,}84 \cdot 30\right) =$$

$$= 65{,}274 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Při směšování: $$h_1 \; m_{V1} + h_2 \; m_{V2} = h \left(m_{V1} + m_{V2}\right)$$

$$h = \frac{h_1 \; m_{V1} + h_2 \; m_{V2}}{m_{V1} + m_{V2}} = \frac{0{,}079 \cdot 349{,}28 + 65{,}274 \cdot 493{,}21}{349{,}28 + 493{,}21} = 38{,}245 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h = 1{,}004 \; t + x \left(2500 + 1{,}84 \; t\right)$$

Odtud: $$t = \frac{h - 2500 \; x}{1{,}004 + 1{,}84 \; x} = \frac{38{,}245 - 2500 \cdot 8{,}903 \cdot 10^{-3}}{1{,}004 + 1{,}84 \cdot 8{,}903 \cdot 10^{-3}} = 15{,}67 \, °\text{C}$$

Pro tuto teplotu: $$p''_P = 17{,}795 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

$$x = 0{,}622\,\frac{\varphi\ p''_P}{p - \varphi\ p''_P}$$

Odtud:

$$\varphi = \frac{p\ x}{0{,}622\ p''_P + x\ p''_P} = \frac{p\ x}{p''_P\ (0{,}622 + x)} = \frac{98 \cdot 10^3 \cdot 8{,}903 \cdot 10^{-3}}{1779{,}5\ (0{,}622 + 8{,}903 \cdot 10^{-3})} = 0{,}777 \doteq 78\ \%$$

Příklad 28:

Kompresor nasává 1 m^3s^{-1} vlhkého vzduchu o relativní vlhkosti 90 %, teplotě 20°C a tlaku 0,1 MPa. Stlačuje ho izotermicky na tlak 1,0 MPa. Stanovte množství kondenzátu. Pro suchý vzduch je plynová konstanta rovna 287 $J.kg^{-1}K^{-1}$.

Řešení:

Označení veličin: $\dot{V}_1 = 1\ m^3s^{-1}$
$\varphi_1 = 0{,}9$
$t = 20\ °C$
$p_1 = 0{,}1\ MPa$
$p_2 = 1{,}0\ MPa$

Při teplotě *t* je: $p''_P = 2{,}3366 \cdot 10^3\ Pa$

Parciální tlak vodní páry:

$$p_{P1} = \varphi_1\ p''_P = 0{,}9 \cdot 2{,}3366 \cdot 10^3 = 2{,}1029 \cdot 10^3\ Pa$$

Parciální tlak suchého vzduchu:

$$p_{V1} = p_1 - p_{P1} = 0{,}1 \cdot 10^6 - 2{,}1029 \cdot 10^3 = 97{,}897 \cdot 10^3\ Pa$$

Měrná vlhkost v sání:

$$x_1 = 0{,}622\,\frac{p_{P1}}{p - p_{P1}} = 0{,}622\,\frac{p_{P1}}{p_{V1}} = 0{,}622\,\frac{2{,}1029 \cdot 10^3}{97{,}897 \cdot 10^3} = 13{,}361 \cdot 10^{-3}$$

Hmotnostní průtok suchého vzduchu:

$$\dot{m}_V = \frac{p_{V1}\ \dot{V}_1}{r\ T} = \frac{97{,}897 \cdot 10^3 \cdot 1}{287 \cdot 293{,}15} = 1{,}1636\ kg.s^{-1}$$

Měrná vlhkost na výtoku při $\varphi_2 = 1$:

$$x_2 = 0{,}622 \frac{p_{P2}}{p_2 - p_{P2}} = 0{,}622 \frac{\varphi_2 \; p''_P}{p_2 - \varphi_2 \; p''} = 0{,}622 \frac{1 \cdot 2{,}3366 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^6 - 1 \cdot 2{,}3366 \cdot 10^3} = 1{,}457 \cdot 10^{-3}$$

Množství kondenzátu:

$$\dot{m}_K = \dot{m}_V \left(x_1 - x_2\right) = 1{,}1636 \left(13{,}361 \cdot 10^{-3} - 1{,}457 \cdot 10^{-3}\right) = 13{,}851 \cdot 10^{-3} \;\text{kg.s}^{-1}$$

Příklad 29:

Vlhký vzduch o teplotě 4°C a relativní vlhkosti 80 % je nutno ochladit na 0°C při konstantním tlaku 0,1 MPa. Vypočítejte množství odváděného tepla a množství kondenzátu pro objemový průtok vlhkého vzduchu 100 000 m^{3}hod^{-1}. Plynová konstanta suchého vzduchu je 287 J.kg^{-1}K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin: $t_1 = 4\,°\text{C}$ $\qquad t_2 = 0\,°\text{C}$

$p = 0{,}1 \;\text{MPa}$

$\varphi_1 = 0{,}8$

$\dot{V} = 100\,000 \;\text{m}^3\text{hod}^{-1} = \frac{100\,000}{3600} = 27{,}77 \;\text{m}^3\text{s}^{-1}$

$r = 287 \;\text{J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

Pro t_1 je: $\qquad p''_{P1} = 812{,}9 \;\text{Pa}$

Parciální tlak vodní páry:

$$p_{P1} = \varphi_1 \; p''_{P1} = 0{,}8 \cdot 812{,}9 = 650{,}3 \;\text{Pa}$$

Měrná vlhkost:

$$x_1 = 0{,}622 \frac{p_{P1}}{p - p_{P1}} = 0{,}622 \frac{650{,}3}{1 \cdot 10^5 - 650{,}3} = 4{,}071 \cdot 10^{-3}$$

Počáteční entalpie vlhkého vzduchu:

$$h_{1+x1} = 1{,}004 \; t_1 + x_1 \left(2500 + 1{,}84 \; t_1\right) = 1{,}004 \cdot 4 + 4{,}071 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1{,}84 \cdot 4\right) = 14{,}22 \;\text{kJ.kg}^{-1}$$

Pro t_2 je: $\qquad p''_{P2} = 610{,}8 \;\text{Pa}$

Výstupní měrná vlhkost a měrná entalpie:

$$x_2 = 0{,}622\ \frac{p_{P2}}{p - p_{P2}} = 0{,}622\ \frac{610{,}8}{1\cdot 10^5 - 610{,}8} = 3{,}822\cdot 10^{-3}$$

$$\Delta x = x_1 - x_2 = (4{,}071 - 3{,}822)\,10^{-3} = 0{,}249\cdot 10^{-3}$$

$$h_{1+x2} = 1{,}004\ t_2 + x_2\ (2500 + 1{,}84\ t_2) = 1{,}004\cdot 0 + 3{,}822\cdot 10^{-3}\ (2500 + 1{,}84\cdot 0) = 9{,}55\ \text{kJ.kg}^{-1}$$

Hmotnostní průtok suchého vzduchu:

$$\dot{m}_V = \frac{p_{V1}\ \dot{V}}{r\ T_1} = \frac{(1\cdot 10^5 - 650{,}3)\,27{,}77}{287\cdot 277{,}15} = 34{,}69\ \text{kg.s}^{-1}$$

Kondenzát:

$$\dot{m}_K = \dot{m}_V\ \Delta x = 34{,}69\cdot 0{,}249\cdot 10^{-3} = 8{,}638\cdot 10^{-3}\ \text{kg.s}^{-1}$$

Odváděné teplo:

$$\dot{Q} = \dot{m}_V\ (h_{1+x1} - h_{1+x2}) = 34{,}69\ (9{,}55 - 14{,}22)\,10^3 = -161{,}8\cdot 10^3\ \text{W}\ \doteq -162\ \text{kW}$$

Příklad 30:

Parní turbína pohání generátor, který dodává do sítě 200 MW. Pára vstupuje do turbíny o tlaku 24 MPa a teplotě 550°C. V kondenzátoru je tlak 4 kPa. Kolik uhlí musí být v zásobě na 8 hodin provozu, je-li výhřevnost uhlí 18 000 kJ.kg^{-1}. Termodynamická účinnost turbíny je 0,85, účinnost kotle je 0,86 a generátoru 0,98.

Řešení:

Označení veličin:

$P = 200\ \text{MW}$ $\quad q_U = 18\,000\ \text{kJ.kg}^{-1}$

$p_1 = 24\ \text{MPa}$ $\quad \eta_T = 0{,}85$

$t_1 = 550\,°\text{C}$ $\quad \eta_K = 0{,}86$

$p_2 = 4\ \text{kPa}$ $\quad \eta_G = 0{,}98$

$\tau = 8\ \text{hod}$

Z tabulek pro p_1 a t_1: $h_1 = 3348{,}7\ \text{kJ.kg}^{-1}$

$s_1 = 6{,}2101\ \text{kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

pro p_2: $s' = 0{,}42270\ \text{kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

$s'' = 8{,}47512\ \text{kJ.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

$h' = 121{,}485\ \text{kJ.kg}^{-1}$

$h'' = 2554{,}5\ \text{kJ.kg}^{-1}$

Pro adiabatickou expanzi platí: $s_{2a} = s_1$

Pak: $x_{2a} = \dfrac{s_{2a} - s'}{s'' - s'} = \dfrac{6{,}2101 - 0{,}42270}{8{,}47512 - 0{,}42270} = 0{,}7187$

$$h_{2a} = h' + x_{2a}\,(h'' - h') = 121{,}485 + 0{,}7187\,(2554{,}5 - 121{,}485) = 1870{,}09 \ \text{kJ.kg}^{-1}$$

Při termodynamické účinnosti turbíny η_T bude měrná práce turbíny:

$$a_{T12} = (h_1 - h_{2a})\,\eta_T = (3348{,}7 - 1870{,}09)\,10^3 \cdot 0{,}85 = 1{,}2568 \cdot 10^6 \ \text{J.kg}^{-1}$$

Hmotnostní průtok páry:

$$\dot{m}_P = \frac{P}{a_{T12}\ \eta_G} = \frac{200 \cdot 10^6}{1{,}2568 \cdot 10^6 \cdot 0{,}98} = 162{,}37 \ \text{kg.s}^{-1}$$

Teplo dodávané kotlem:

$$\dot{Q}_P = (h_1 - h')\,\dot{m}_P = (3348{,}7 - 121{,}485)\,10^3 \cdot 162{,}37 = 524{,}033 \cdot 10^6 \ \text{W} \ \doteq 524 \ \text{MW}$$

Spotřeba paliva:

$$\dot{m}_U = \frac{\dot{Q}_P}{q_U\ \eta_K} = \frac{524{,}033 \cdot 10^6}{18\,000 \cdot 10^3 \cdot 0{,}86} = 33{,}85 \ \text{kg.s}^{-1}$$

Zásoba na 8 hodin provozu:

$$m_{U-8hod} = 8 \cdot 3600\ \dot{m}_U = 8 \cdot 3600 \cdot 33{,}85 = 974\,880 \ \text{kg} \ \doteq 975 \ \text{t}$$

Příklad 31:

Ve válci objemu 400 l je pístem uzavřený vzduch o tlaku 0,5 MPa, teploty 400 ºC. Vzduch chladíme na 0 ºC při p = *konst*. Určete množství tepla k tomu potřebné, výsledný objem plynu, změnu vnitřní energie a práci, která se spotřebuje na tuto kompresi. Plynová konstanta vzduchu r = 288 J . kg^{-1}. K^{-1}, κ = 1,4.

Řešení:

Označení veličin:

$V_1 = 0,4\ \text{m}^3$ $\quad$ $t_1 = 400\ ºC$

$p = 0,5 \cdot 10^6\ \text{Pa}$ $\quad$ $t_2 = 0\ ºC$

Množství tepla potřebné odvést z plynu

$$Q = m\, c_p \left(t_2 - t_1\right).$$

Hmotnost vzduchu určíme ze stanovené rovnice a měrného tepla ze vztahu

$$m = \frac{p_1 V_1}{r\, T_1} = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 0,4}{288 \cdot 673} = 1,032\ \text{kg},$$

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1}\, r = \frac{1,4}{1,4 - 1}\, 288 = 1008\ \text{J . kg}^{-1}$$

$$Q = 1,032 \cdot 1008\, \left(0 - 400\right) = -\,4,168 \cdot 10^5\ \text{J} = 416,8\ \text{kJ}.$$

Výsledný objem určíme z rovnice izobarického procesu

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 400\, \frac{273}{673} = 162,25\ \text{l} \qquad \frac{V}{T} = konst.$$

Změna vnitřní energie

$$\Delta U = c_v\, \Delta T$$

$$\Delta U = c_v \left(T_2 - T_1\right) = m \frac{c_p}{\kappa} \left(t_2 - t_1\right) = 1,032 \frac{1008}{1,4} \left(0 - 400\right) =$$
$$= -\,2,977 \cdot 10^5\ \text{J} = -\,297,7\ \text{kJ}$$

Práce potřebná na kompresi

$$a = p\left(v_2 - v_1\right) = r\left(t_2 - t_1\right)$$
$$A = p\left(V_2 - V_1\right) = m\, r\left(t_2 - t_1\right) = 1,032 \cdot 288\, \left(0 - 400\right) = -\,118869\ \text{J} = -\,118,9\ \text{kJ}.$$

Kontrola pomocí I. zákona termomechaniky

$$Q = \Delta U + A$$

$$-\,416{,}8 \doteq -\,297{,}7 - 118{,}9 = -\,416{,}6.$$

Příklad 32:

Při izotermickém stlačení 1,3 kmol hélia je odvedeno 3 500 kJ tepla. Vypočítejte tlaky a objemy hélia v počátečních a koncových bodech procesu a práci potřebnou ke stlačení, jestliže stlačujeme při teplotě 303 K z počátečního tlaku 0,6 MPa.

Řešení:

Označení veličin:
$n = 1{,}3\ \text{kmol}$
$Q = -\,3500\ \text{kJ}$
$T = 303\ \text{K}$
$p_1 = 0{,}6\ \text{MPa}$

Počáteční objem hélia vypočítáme ze všeobecné rovnice stavu

$$V_1 = n\,\frac{RT}{p_1} = 1{,}3\,\frac{8314 \cdot 303}{0{,}6 \cdot 10^6} = 5{,}458\ \text{m}^3.$$

Z I. zákona termomechaniky pro izotermickou změnu, při které $dT = 0$, platí:

$$dq = c_v\, dT + da = da\,,$$

$$Q = A = -\,3500\ \text{kJ}.$$

Práce potřebná ke stlačení plynu se rovná odvedenému teplu

$$Q = p_1 V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Odtud můžeme vypočítat objem po stlačení

$$\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{Q}{p_1 V_1},$$

$$V_2 = V_1 \cdot e^{\left(\frac{Q}{p_1 V_1}\right)} = 5{,}458 \cdot e^{-\frac{3\,500\,000}{0{,}6 \cdot 10^6 \cdot 5{,}458}} = 1{,}877\ \text{m}^3.$$

Tlak, na který se hélium stlačí, vypočítáme z rovnice izotermického procesu (Boyle-Mariottův zákon)

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 0{,}6 \frac{5{,}458}{1{,}877} = 1{,}744 \text{ MPa.}$$

Příklad 33:

Ve válci kompresoru se sacím objemem 4,3 dm^3 se izotermicky stlačuje vzduch z počátečního tlaku 0,096 MPa na konečný tlak 0,34 MPa. Vypočítejte hmotnostní průtok vzduchu dodávaného kompresorem do sítě, objem po stlačení a práci potřebnou na stlačení, má-li kompresor 500 otáček za minutu. Stlačení probíhá při teplotě 20 ºC. Plynová konstanta r = 288 J . kg^{-1}. K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin: V_1 = 4,3 dm^3
p_1 = 0,096 Mpa
p_2 = 0,34 Mpa
n_k = 500 min^{-1}
t = 20 ºC

Množství vzduchu nasátého na 1 otáčku kompresoru vypočítáme ze stanovené rovnice

$$m = \frac{p_1 V_1}{r\ T_1} = \frac{0{,}096 \cdot 10^6 \cdot 4{,}3 \cdot 10^{-3}}{288 \cdot 293{,}15} = 0{,}0049 \text{ kg.}$$

Hmotnostní průtok

$$\dot{m} = \frac{m\ n}{60} = 0{,}0049 \frac{500}{60} = 0{,}041 \text{ kg . s}^{-1} = 147 \text{ kg . h}^{-1}.$$

Objem vzduchu po stlačení

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 4{,}3 \frac{0{,}096}{0{,}34} = 1{,}214 \text{ l} = 1{,}214 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Práce potřebná na stlačení daného hmotnostního průtoku vzduchu do sítě je prácí za čas - výkon

$$P = \frac{A_t}{t}, \qquad a_t = -\int_1^2 v\ dp = r\,T \int_2^1 \frac{dp}{p} = r\,T\ \ln \frac{P_1}{P_2}, \qquad A_t = m \cdot a_t$$

$$\dot{A}_t = P = \dot{m}\, r T \ln\frac{P_1}{P_2} = 0{,}041 \cdot 288 \cdot 293 \ln\frac{0{,}096}{0{,}34} = -\,4376 \text{ J . s}^{-1} = -\,4{,}4 \text{ kW.}$$

Znamínko „-„ znamená, že práce se při stlačení spotřebovává.

Příklad 34:

Pneumatické kladivo pracuje se stlačeným vzduchem kompresoru o tlaku 0,558 MPa a teploty 30 ºC. Vzduch v něm adiabaticky expanduje na 2,5-násobek svého předcházejícího objemu. Určete:

a) Jaký je tlak a teplota výfukového vzduchu? p_2 = ?, t_2 = ?

b) Jakou práci objemovou a technickou vykonal expanzí 1 kg vzduchu za těchto podmínek? Měrné teplo vzduchu je konstantní, $\kappa = 1{,}4$, r = 288 J . kg^{-1}. K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin: p_1 = 0,558 MPa
t_1 = 30 ºC
$\frac{v_2}{v_1} = 2{,}5$

Závislost změny tlaku na objemu při adiabatické expanzi

$$\frac{p\,v}{T} = konst. \qquad p\, v^{\kappa} = konst.$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} = 0{,}558 \left(\frac{1}{2{,}5}\right)^{1{,}4} = 0{,}15 \text{ MPa.}$$

Závislost teploty na změně objemu

$$konst. \cdot p = \frac{T}{v}, \qquad \frac{T \cdot v^{\kappa}}{v} = T \cdot v^{\kappa-1} = konst., \qquad T_2 \cdot v_2^{\kappa-1} = T_1 \cdot v_1^{\kappa-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} = 303 \left(\frac{1}{2{,}5}\right)^{1{,}4-1} = 210 \text{ K,}$$

$$t_2 = T_2 - 273 = 210 - 273 = -\,63 \text{ ºC.}$$

Objemová práce se koná na úrok změny vnitřní energie vzduchu

$$a = -\,\Delta u = -\,c_v\,(T_2 - T_1) = c_v\,(T_1 - T_2) = \frac{r}{\kappa - 1}(T_1 - T_2) =$$

$$= \frac{288}{1.4 - 1}(303 - 210) = 66\,960\ \text{J . kg}^{-1}.$$

Technická práce

$$a_t = \kappa\, a = 1{,}4 \cdot 66\,960 = 93\,744\ \text{J . kg}^{-1}.$$

Příklad 35:

Axiální kompresor plynové turbíny nasává vzduch při tlaku 0,101 3 MPa a teplotě 303 K a vytlačuje ho při tlaku 0,73 MPa za teploty 640 K. Vypočítejte polytropický exponent procesu stlačení, polytropickou měrnou tepelnou kapacitu, množství tepla, změnu vnitřní energie, změnu entalpie a práci na stlačení 1 kg vzduchu. Udělejte kontrolu na základě 1. zákonu ($\kappa = 1{,}4$, r = 288 J . kg^{-1}. K^{-1}).

Řešení:

Označení veličin: p_1 = 0,101 3 MPa
p_2 = 0,73 MPa
T_1 = 303 K
T_2 = 640 K

Polytropický exponent procesu stlačení určíme logaritmováním rovnice procesu

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{n-1}{n}\ln\frac{p_2}{p_1}$$

$$n - 1 = n\,\frac{\ln\dfrac{T_2}{T_1}}{\ln\dfrac{p_2}{p_1}} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{1}{1 - \dfrac{\ln\dfrac{T_2}{T_1}}{\ln\dfrac{p_2}{p_1}}} = \frac{1}{1 - \dfrac{\ln\dfrac{640}{303}}{\ln\dfrac{0{,}73}{0{,}1013}}} = 1{,}61\,.$$

Měrná tepelná kapacita při polytropické změně

$$c_n = c_v\,\frac{n-\kappa}{n-1} = \frac{r}{\kappa - 1}\cdot\frac{n-\kappa}{n-1} = \frac{288}{1{,}4-1}\cdot\frac{1{,}61-1{,}4}{1{,}61-1} = 247{,}8\ \text{J . kg}^{-1}\text{. K}^{-1}.$$

Množství tepla potřebné dodat při kompresi

$$q_{12} = c_n\,(T_2 - T_1) = 247{,}8\,(640 - 303) = 83\,532\ \text{J . kg}^{-1} = 83{,}63\ \text{kJ . kg}^{-1}.$$

Změna vnitřní energie

$$\Delta u = c_v \left(T_2 - T_1\right) = \frac{r}{\kappa - 1} \left(T_2 - T_1\right) = \frac{288}{1{,}4 - 1} \left(640 - 303\right) = 2{,}4264 \cdot 10^5 \text{ J . kg}^{-1}.$$

$$\Delta h = c_p \left(T_2 - T_1\right) = \kappa\, c_v \left(T_2 - T_1\right) = \kappa\, \Delta u = 1{,}4 \cdot 2{,}4264 \cdot 10^5 = 3{,}3970 \cdot 10^5 \text{ J . kg}^{-1}.$$

$$a_{12} = q_{12} - \Delta u = 83532 - 242640 = -159108 \text{ J . kg}^{-1}.$$

Příklad 36:

Topné těleso parního topení o objemu 0,5 m^3, naplněné sytou párou o tlaku 0,15 MPa bylo odstaveno. Po nějaké době vychladlo na teplotu 30 ºC. Určete množství uvolněného tepla párou a konečný stav páry v tělese!

Řešení:

Označení veličin: V = 0,5 m^3
p = 0,15 Mpa
t_2 = 30 ºC

Z tabulek pro p = 1,5 bar: $v_1'' = 1{,}159 \text{ m}^3 \text{ . kg}^{-1}$
$h_1'' = 2693 \text{ kJ . kg}^{-1}$

pro t_2 = 30 ºC: p_2 = 0,04241 bar
$h_2' = 125{,}71 \text{ kJ . kg}^{-1}$
$h_2'' = 2556 \text{ kJ . kg}^{-1}$
$v_2'' = 32{,}92 \text{ m}^3 \text{ . kg}^{-1}$
$v_2' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$$v_1 = v_1'' = v \qquad Q = m\left(u_2 - u_1\right)$$

$$m = \frac{V}{v} = \frac{0{,}5}{1{,}159} = 0{,}431 \text{ kg}$$

$$u_2 - u_1 = h_2 - h_1 + v\left(p_1 - p_2\right) \qquad h_1 = h_1''$$

$$v = v_1'' = v_2' + x_2\left(v_2'' - v_2'\right) \doteq x_2\, v_2'' \quad \Rightarrow \quad x_2 \doteq \frac{v_1''}{v_2''} \doteq \frac{1{,}159}{32{,}93} = 0{,}0352$$

$$h_2 = h_2' + x_2\left(h_2'' - h_2'\right) = 211{,}25 \text{ kJ . kg}^{-1}$$

$$u_2 - u_1 = 211{,}25 \cdot 10^3 - 2693 \cdot 10^3 + 1{,}159\left(1{,}5 - 0{,}042\right) \cdot 10^5 = 2313 \cdot 10^3 \text{ J . kg}^{-1}$$

$$Q = 0{,}431\left(-2313 \cdot 10^3\right) = -9{,}969 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Příklad 37:

Určete dobu potřebnou k roztopení kotle na tlak 1 MPa při uzavřených ventilech, přivádí-li se z ohniště teplo 300 kW. Na počátku děje je v kotli mokrá pára o hmotnosti 8000 kg, tlaku 0,4 MPa a suchosti 0,0015.

Řešení:

Označení veličin: p_1 = 0,4 MPa
p_2 = 1 MPa
$Q_{oš}$ = 300 kW
x_1 = 0,0015
m = 8000 kg

Z tabulek pro p_1 = 0,4 MPa: $v_1' = 0{,}0010836\ \mathrm{m^3 \,.\, kg^{-1}}$
$v_1'' = 0{,}4624\ \mathrm{m^3 \,.\, kg^{-1}}$
$h_1' = 604{,}7\ \mathrm{kJ \,.\, kg^{-1}}$
$l_{23_1} = 2133\ \mathrm{kJ \,.\, kg^{-1}}$

pro p_2 = 1 MPa: $v_2' = 0{,}0011273\ \mathrm{m^3 \,.\, kg^{-1}}$
$v_2'' = 0{,}1946\ \mathrm{m^3 \,.\, kg^{-1}}$
$h_2' = 762{,}7\ \mathrm{kJ \,.\, kg^{-1}}$
$l_{23_2} = 2015\ \mathrm{kJ \,.\, kg^{-1}}$

$$v_{x1} = v_{x2} = v_x, \qquad v_x = v_1' + x_1\left(v_1'' - v_1'\right) = 0{,}001776\ \mathrm{m^3 \,.\, kg^{-1}}$$

$$x_2 = \frac{v_x - v_2'}{v_2'' - v_2'} = 0{,}00335$$

$$Q = m\left(u_{x2} - u_{x1}\right) = m\,\Delta u_x, \qquad \Delta u_x = h_{x2} - h_{x1} + v_x\left(p_1 - p_2\right)$$

$$h_{x1} = h_1' + x_1\, l_{23_1} = 607{,}9\ \mathrm{kJ \,.\, kg^{-1}}$$

$$h_{x2} = h_2' + x_2\, l_{23_2} = 769{,}4\ \mathrm{kJ \,.\, kg^{-1}}$$

$$\Delta u_x = 769{,}4\cdot 10^3 - 607{,}9\cdot 10^3 + 0{,}001776\left(4 - 10\right)\cdot 10^5 = 160{,}4\cdot 10^3\ \mathrm{J \,.\, kg^{-1}}$$

$$Q = 8000 \cdot 160{,}4 \cdot 10^3 = 1{,}283 \cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

$$\tau = \frac{Q}{\dot{Q}_{OŠ}} = \frac{1{,}283\cdot 10^9}{300\cdot 10^3} = 4{,}277\cdot 10^3\ \mathrm{s} = 71{,}3\ \mathrm{min}$$

Příklad 38:

Ve válci s pístem je mokrá pára o tlaku 7,5 MPa a suchosti 0,125. Počáteční objem je 10 dm^3. Páře je izotermicky přivedeno teplo 6 . 10^6 J. Určete stavové veličiny (p, t, v, h, s,) na počátku a konci děje a změnu vnitřní energie.

Řešení:

Označení veličin:
$p_1 = 7{,}5$ MPa
$x_1 = 0{,}125$
$V_1 = 10$ dm^3
$Q = 6 \,.\, 10^6$ J

V tabulkách najdeme:
$t_1 = 290{,}5$ ºC,
$v_1' = 0{,}00136772$ m^3 . kg^{-1},
$v_1'' = 0{,}0253270$ m^3 . kg^{-1},
$h_1' = 1292{,}69$ kJ . kg^{-1},
$h_1'' = 2766{,}9$ kJ . kg^{-1},
$s_1' = 3{,}16571$ kJ . kg^{-1} K^{-1}.
$s_1'' = 5{,}78105$ kJ . kg^{-1} K^{-1}.

Pak:

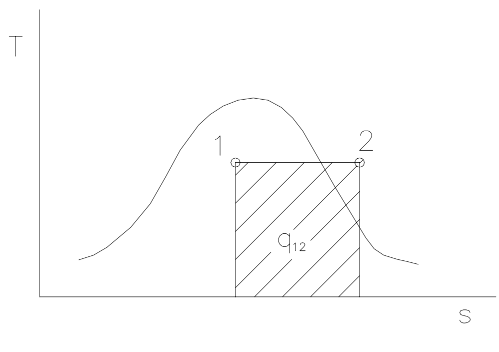
$$v_1 = v_1' + x_1\left(v_1'' - v_1'\right) = 0{,}00136772 + 0{,}125\left(0{,}0253270 - 0{,}00136772\right) = \\ = 0{,}00436263 \text{ m}^3 \,.\, \text{kg}^{-1}$$

$$h_1 = h_1' + x_1\left(h_1'' - h_1'\right) = 1292{,}69 + 0{,}125\left(2766{,}9 - 1292{,}69\right) = 1476{,}97 \text{ kJ} \,.\, \text{kg}^{-1}$$

$$s_1 = s_1' + x_1\left(s_1'' - s_1'\right) = 3{,}16571 + 0{,}125\left(5{,}78105 - 3{,}16571\right) = 3{,}49263 \text{ kJ} \,.\, \text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$$

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 1476{,}97 \cdot 10^3 - 7{,}5 \cdot 10^6 \cdot 0{,}00436263 = 1149{,}77 \cdot 10^3 \text{ J} \,.\, \text{kg}^{-1}$$

Přivedené teplo:



$$q = T\left(s_2 - s_1\right)$$

$$q = \frac{Q}{m} = \frac{Q}{V_1} v_1 = \\ = \frac{6 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^{-3}} \cdot 0{,}00436263 = 2{,}61758 \cdot 10^6 \text{ J} \,.\, \text{kg}^{-1}$$

Odtud

$$s_2 = s_1 + \frac{q}{T} = 3{,}492263 \cdot 10^3 + \frac{2{,}61758 \cdot 10^6}{290{,}5 + 273{,}15} = 8{,}136244 \cdot 10^3 \text{ J . kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

V tabulkách pro t_2 a s_2 najdeme:

$p_2 = 0{,}11$ MPa (pro nejbližší tab. hodnoty $t_2 = 290$ ºC a $s_2 = 8{,}1370$ kJ . kg^{-1} K^{-1})
$v_2 = 2{,}356$ m^3 . kg^{-1}
$h_2 = 3054{,}1$ kJ . kg^{-1}

Odtud

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 3054{,}1 \cdot 10^3 - 0{,}11 \cdot 10^6 \cdot 2{,}356 = 2794{,}94 \cdot 10^3 \text{ J . kg}^{-1} = 2794{,}94 \text{ kJ . kg}^{-1}$$

$$\Delta U = m(u_2 - u_1) = \frac{V_1}{v_1}(u_2 - u_1) = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{0{,}00436263}(2794{,}94 - 1149{,}77) \cdot 10^3 =$$

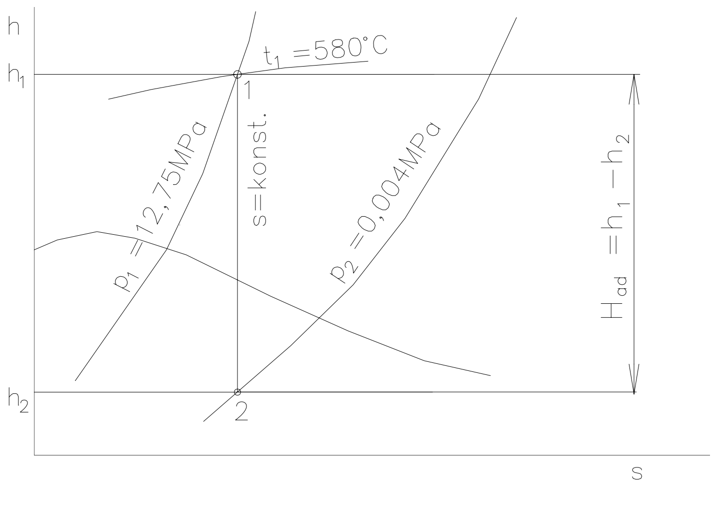
$$= 3{,}77105 \cdot 10^6 \text{ J} \doteq 3{,}771 \text{ MJ}$$

Příklad 39:

Určete teoretický výkon kondenzační turbiny, je-li průtočné množství páry 640 000 kg . h^{-1}. Na vstupu do turbiny má pára tlak 12,5 MPa a teplotu 580 ºC. Teplota v kondenzátoru je 30 ºC.

Řešení:

Označení veličin: $\dot{m}_p = 640\,000$ kg . h^{-1}
$p_1 = 12{,}5$ MPa
$t_1 = 580$ ºC
$t_2 = 30$ ºC



Expanzi páry v turbině uvažujeme jako bezeztrátovou.
Výkon turbiny

$$P = \dot{m}_p\, a_{t_{12}} = \dot{m}_p (h_1 - h_2)$$

a) Z tabulek pro $t_1 = 580$ ºC a $p_1 = 12{,}5$ MPa

$h_1 = 3550{,}9$ kJ . kg^{-1}

$s_1 = 6{,}7211$ kJ . kg^{-1} K^{-1}

h_2 určíme z podmínky $s_1 = s_2 = konst.$

Z tabulek pro $t_2 = 30$ ºC:

$$s_2' = 0{,}43651 \text{ kJ . kg}^{-1}$$
$$s_2'' = 8{,}45456 \text{ kJ . kg}^{-1}$$

Pro hodnoty měrné entropie platí následující nerovnost:

$$s_2' < s_1 = s_2 < s_2''$$

po expanzi je pára mokrá

Z rovnice:

$$s_2 = s_2' + x_2\left(s_2'' - s_2'\right)$$

plyne

$$x_2 = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{6{,}7211 - 0{,}43651}{8{,}45456 - 0{,}43651} = 0{,}7838$$

Z tabulek pro $t_2 = 30$ ºC:

$$h_2' = 125{,}664 \text{ kJ . kg}^{-1}$$
$$h_2'' = 2556{,}4 \text{ kJ . kg}^{-1}$$

$$h_2 = h_2' + x_2\left(h_2'' - h_2'\right) = 125{,}664 + 0{,}7838\cdot\left(2556{,}4 - 125{,}664\right) = 2030{,}87 \text{ kJ . kg}^{-1}$$

Teoretický výkon

$$P = \dot{m}\left(h_1 - h_2\right) = \frac{640\,000}{3\,600}\left(3\,550{,}9 - 2\,030{,}87\right)\cdot 10^3 = 270{,}227\cdot 10^6 \text{ W} \doteq 270 \text{ MW}$$

Příklad 40:

Voda o tlaku 0,2 MPa proudí rychlostí 0,8 m . s^{-1} potrubím o průměru 50 mm a délky 3 m. Střední teplota vody je 50 ºC. Určete součinitel přestupu tepla. Ověřte, zda jde o turbulentní proudění, pro které platí $Nu_t = 0{,}023\ \mathrm{Re}_t^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}_t^{0,4}$. (Idex *t* znamená teplotu tekutiny).

Řešení:

Označení veličin: $w = 0{,}8$ m s^{-1}
$d = 50$ mm
$l = 3$ m
$t_t = 50$ ºC

Z tabulek pro t_t:

$\lambda_t = 640{,}6 \cdot 10^{-3}$ W m^{-1} K^{-1}

$\eta_t = 547{,}1 \cdot 10^{-6}$ Pa . s

$c_{p_t} = 4{,}181$ kJ . kg^{-1} ºK^{-1}

$v_t = 0{,}001012$ m^3 kg^{-1}

$$\mathrm{Re}_t = \frac{w\,d}{\nu_t} = \frac{w\,d}{\eta_t\, v_t} = \frac{0{,}8 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{547{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}001012} = 7{,}2246 \cdot 10^4 \text{ ……turbulentní proudění.}$$

$$\mathrm{Pr}_t = \frac{\nu_t}{a_t} = \frac{\eta_t\, v_t}{\dfrac{\lambda_t}{\rho_t\, c_{pt}}} = \frac{\eta_t\, v_t\, c_{pt}}{\lambda_t\, v_t} = \frac{\eta_t}{\lambda_t}\, c_{pt} = \frac{547{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}181 \cdot 10^3}{640{,}6 \cdot 10^{-3}} = 3{,}571$$

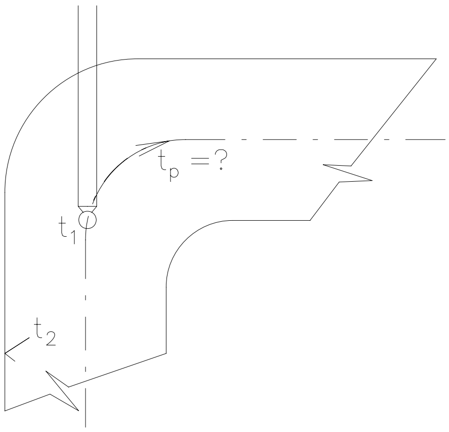
$$Nu_t = 0{,}023\ \mathrm{Re}_t^{0,8}\ \mathrm{Pr}_t^{0,4} = 0{,}023\left(7{,}2246 \cdot 10^4\right)^{0,8} 3{,}571^{0,4} = 295{,}0$$

Odtud:

$$\alpha = Nu_t \frac{\lambda_t}{d} = 295{,}0 \frac{640{,}6 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3}} = 3779 \text{ W m}^{-2}\text{ K}$$

Příklad 41:

V potrubí proudí plyn. V ustáleném stavu je údaj termočlánku umístěného v potrubí 300 ºC a teplota stěny v potrubí 200 ºC. Součinitel poměrné pohltivosti termočlánku je roven 0,8 a součinitel přestupu tepla 58 W m^{-2} K^{-1}. Stanovte teplotu plynu s uvážením sálání termočlánku na potrubí. (Povrch termočlánku je zanedbatelně malý oproti povrchu potrubí).



Řešení:

Označení veličin: $t_1 = 300$ ºC
$t_2 = 200$ ºC
$\varepsilon_1 = 0{,}8$
$\alpha = 58$ W m^{-2} K^{-1}

Teplota termočlánku t_1 je nižší než teplota plynu t_p vlivem sálání termočlánku na vnitřní povrch potrubí.

Pro přestup tepla z plynu do termočlánku platí:

$$q_1 = \alpha\left(t_p - t_1\right)$$

Pro sálání z termočlánku na vnitřní povrch potrubí platí

$$q_2 = \varepsilon_1\, c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

V ustáleném stavu je $q_1 = q_2$

Odtud

$$t_p = t_1 + \frac{\varepsilon_1 c_0}{\alpha}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 300 + \frac{0{,}8 \cdot 5{,}67}{58}\left[\left(\frac{300 + 273{,}15}{100}\right)^4 - \left(\frac{200 + 273{,}15}{100}\right)^4\right] = 345{,}2 \text{ ºC}$$

Příklad 42:

Potrubí je pokryto dvěma izolačními vrstvami o stejné tloušťce 25 mm. Vnitřní průměr potrubí je 45 mm, vnější 51 mm, jeho tepelná vodivost 39 W m^{-1} K^{-1}. Tepelná vodivost vrstvy přiléhající k potrubí je 0,6 W m^{-1} K^{-1}, druhé vrstvy je 0,03 W m^{-1} K^{-1}. Teplota vnitřního povrchu potrubí je 200 ºC, teplota vnější stěny druhé vrstvy je 30 ºC. Jak se změní tepelné ztráty z 1 m délky potrubí při záměně materiálu izolačních vrstev?

Řešení:

Označení veličin: $\delta = 25$ mm
$d_1 = 45$ mm
$d_2 = 51$ mm
$\lambda_1 = 39$ W m^{-1} K^{-1}
$\lambda_2 = 0{,}6$ W m^{-1} K^{-1}
$\lambda_3 = 0{,}03$ W m^{-1} K^{-1}
$t_1 = 200$ ºC
$t_u = 30$ ºC

Při původním uspořádání izolačních vrstev:

$$q_{l_1} = \frac{2\pi\left(t_1 - t_u\right)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}} = \frac{2\pi\left(200 - 30\right)}{\frac{1}{39}\ln\frac{51}{45} + \frac{1}{0{,}6}\ln\frac{101}{51} + \frac{1}{0{,}03}\ln\frac{151}{101}} = 73{,}5 \text{ W m}^{-1}$$

Při záměně izolačních vrstev:

$$q_{l2} = \frac{2\pi\left(t_1 - t_u\right)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_4}{d_3}} = \frac{2\pi\left(200 - 30\right)}{\frac{1}{39}\ln\frac{51}{45} + \frac{1}{0{,}03}\ln\frac{101}{51} + \frac{1}{0{,}6}\ln\frac{151}{101}} = 45{,}6 \text{ W m}^{-1}$$

Procentuelní snížení tepelných ztrát je

$$100 \cdot \frac{q_{l_1} - q_{l_2}}{q_{l_1}} = 100\frac{73{,}5 - 45{,}6}{73{,}5} = 38 \text{ \%}$$

Příklad 43:

Kolik kW h spotřebuje za jeden den elektrický tepelný zdroj, který udržuje teplotu vodní páry o tlaku 0,1 MPa na teplotě 200 ºC. Teplo z vodní páry uniká z parního prostoru stěnou šířky 3 m a výšky 1,5 m. Teplota vnitřního povrchu stěny je 120 ºC. Kriteriální rovnice pro střední teplotu tekutiny $Nu = c\left(Gr \cdot \Pr\right)^n$ má koeficienty a exponenty:

$1 \cdot 10^{-3} < Gr \cdot \Pr < 5 \cdot 10^2$ $\quad c = 1{,}18,\ n = 1/8$
$5 \cdot 10^2 < Gr \cdot \Pr < 2 \cdot 10^7$ $\quad c = 0{,}54,\ n = 1/4$
$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot \Pr < 1 \cdot 10^{13}$ $\quad c = 0{,}135,\ n = 1/3$

Řešení:

Označení veličin: $b = 3$ m
$h = 1{,}5$ m
$p_1 = 0{,}1$ MPa
$t_1 = 200$ ºC
$t_2 = 120$ ºC

Střední teplota:

$$t_s = \frac{1}{2}\left(t_1 + t_2\right) = \frac{1}{2}\left(200 + 120\right) = 160 \text{ ºC}$$

Parametry vodní páry pro p_1 a t_s:
$v = 1{,}984$ m^3 kg^{-1}
$c_p = 1{,}983$ kJ . kg^{-1}
$\lambda = 29{,}68 \cdot 10^{-3}$ W m^{-1} K^{-1}
$\eta = 14{,}58 \cdot 10^{-6}$ Pa . s

Součinitel objemové roztažnosti stanovíme z tabulek:

$$\beta = \frac{1}{v}\frac{v_{170} - v_{150}}{\left(170 - 150\right)} = \frac{1}{1{,}984}\frac{2{,}031 - 1{,}936}{20} = 2{,}394 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$G_r = \beta \Delta t \frac{g h^3}{\nu^2} = \beta \left(t_1 - t_2\right)\frac{g h^3}{\left(\eta v\right)^2} =$$

$$= 2{,}394 \cdot 10^{-3} \left(200 - 120\right)\frac{9{,}81 \cdot 1{,}5^3}{\left(14{,}58 \cdot 10^{-6}\, 1{,}984\right)^2} = 7{,}578 \cdot 10^9$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta\, v}{\lambda\, v} c_p = \frac{\eta}{\lambda} c_p = \frac{14{,}58 \cdot 10^{-6}}{29{,}68 \cdot 10^{-3}} \cdot 1{,}983 \cdot 10^3 = 0{,}974$$

$$Gr \cdot \mathrm{Pr} = 7{,}380 \cdot 10^9$$

Pak:

$$Nu = 0{,}135 \left(Gr \cdot \mathrm{Pr}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}135 \left(7{,}380 \cdot 10^{12}\right)^{\frac{1}{3}} = 262{,}8$$

$$\alpha = \frac{\lambda\, Nu}{h} = \frac{29{,}68 \cdot 10^{-3} \cdot 262{,}8}{1{,}5} = 5{,}20 \text{ W m}^{-2}\text{ K}$$

$$Q = \alpha S \left(t_1 - t_2\right)\tau = \alpha b h \left(t_1 - t_2\right)\tau = 5{,}2 \cdot 3 \cdot 1{,}5\left(200 - 120\right) \cdot 24 \cdot 3600 = 1{,}617 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Teplo odpovídající 1 kW h je:

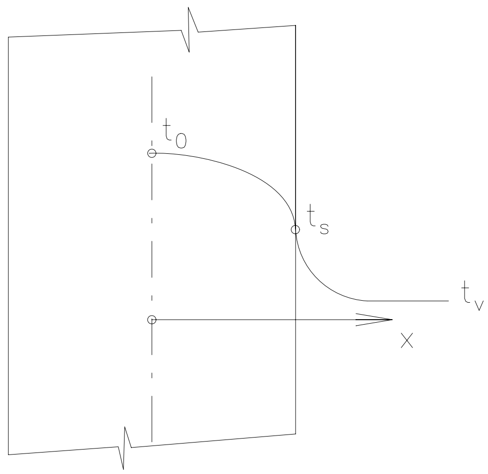
$$Q_1 = 1000 \cdot 3600 = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Počet kW h:

$$n = \frac{Q}{Q_1} = \frac{1{,}617 \cdot 10^8}{3{,}6 \cdot 10^6} = 44{,}9$$

Příklad 44:

Rovinná stěna o rozměrech 1×1 m tloušťky 0,1 m je z materiálu o součiniteli tepelné vodivosti 10 W m^{-1} K^{-1}. Vnitřní zdroj tepla má vydatnost $1 \cdot 10^4$ W m^{-3}. Stěna má tepelně izolované okraje a teplo přechází z obou ploch 1×1 m do vzduchu o teplotě 20 ºC. Součinitel přestupu tepla je 20 W m^{-2} K^{-1}. Stanovte minimální a maximální teplotu stěny.



Řešení:

Označení veličin:

$S = 1$ m^2
$\delta = 0{,}1$ m
$\lambda = 10$ W m^{-1} K^{-1}
$\alpha = 20$ W m^{-2} K^{-1}
$t_v = 20$ ºC
$q_v = 1 \cdot 10^4$ W m^{-3}

Rovnice vedení tepla pro ustálený stav

$$0 = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{q_v}{\rho c_p}$$

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = -\frac{1}{\lambda} q_v$$

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{1}{\lambda} q_v \cdot x + C_1$$

$$t = -\frac{1}{2\lambda} q_v \cdot x^2 + C_1 x + C_2$$

Okrajové podmínky:

a) Pro $x = 0$

$$q = 0 \;\Rightarrow\; \frac{dt}{dx} = 0 \;\Rightarrow\; C_1 = 0$$

b) Pro $x = \dfrac{\delta}{2}$

$$\alpha\left(t_s - t_v\right) = -\,\lambda\,\frac{dt}{dx}$$

$$\alpha\left(t_s - t_v\right) = q_v\,\frac{\delta}{2}$$

$$\alpha\left(-\,\frac{1}{2\lambda}\,q_v \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + C_2 - t_v\right) = q_v\,\frac{\delta}{2}$$

$$C_2 = q_v\,\frac{\delta}{2\alpha} + \frac{1}{2\lambda}\,q_v \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + t_v =$$

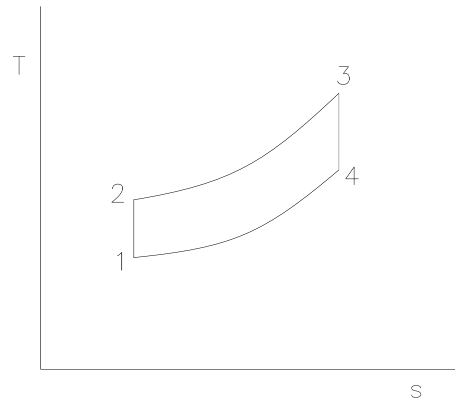
$$= 1\cdot 10^4\,\frac{0{,}1}{2\cdot 20} + \frac{1}{2\cdot 10}\,1\cdot 10^4 \left(\frac{0{,}1}{2}\right)^2 + 20 = 46{,}25\ \text{ºC}$$

$$t_{\max} = t_0 = C_2 = 46{,}25\ \text{ºC}$$

$$t_{\min} = t_s = t_v + q_v\,\frac{\delta}{2\alpha} = 20 + 1\cdot 10^4\,\frac{0{,}1}{2\cdot 20} = 20 + 25 = 45\ \text{ºC}$$

Příklad 45:

Kompresor, který je na společné hřídeli s plynovou turbínou nasává 1 $m^3\ s^{-1}$ vzduchu ($\kappa = 1{,}4$; $r = 287$ J kg^{-1} K^{-1}) a stlačuje ho adiabaticky na 0,5 MPa. Nasávaný vzduch má teplotu 20 ºC a tlak 0,1 MPa. Spaliny za spalovací komorou mají teplotu 1500 ºC. Určete teoretický výkon soustrojí a výkon turbíny. Dále určete nárůst účinnosti oběhu, bude-li využito v oběhu teplo spalin odcházejících z tubíny.



Řešení:

Označení veličin: $\dot{V}_1 = 1 \ \mathrm{m^3\,s^{-1}}$
$p_1 = 0{,}1 \ \mathrm{MPa}$
$p_2 = 0{,}2 \ \mathrm{MPa}$
$t_1 = 20 \ \mathrm{^oC}$
$t_3 = 1500 \ \mathrm{^oC}$

Hmotnostní průtok spalin:

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{\dot{V}_1\, p_1}{r\,T_1} = \frac{1\cdot 0{,}1\cdot 10^6}{287\cdot 293{,}15} = 1{,}1886 \ \mathrm{kg\ s^{-1}}$$

$$c_p = \frac{\kappa\, r}{\kappa - 1} = \frac{1{,}4\cdot 287}{1{,}4-1} = 1004{,}5 \ \mathrm{J\ .\ kg^{-1}\ {}^oK^{-1}}$$

Příkon kompresoru:

$$P_k = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{m}\ c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1{,}1886\cdot 1004{,}5\cdot\left(464{,}297 - 293{,}15\right) = 204{,}34\cdot 10^3 \ \mathrm{W}$$

Teplota vzduchu za kompresorem:

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293{,}15\left(\frac{0{,}5}{0{,}1}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 464{,}297 \ \mathrm{K}$$

Teplota spalin za turbínou:

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1773{,}15\left(\frac{0{,}1}{0{,}5}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 1119{,}54 \ \mathrm{K}$$

Výkon turbíny:

$$P_T = \dot{m}\ c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1{,}1886\cdot 1004{,}5\ \left(1773{,}15 - 1119{,}54\right) = 780{,}38\cdot 10^3 \ \mathrm{W}$$

Výkon soustrojí:

$$P = P_T - P_K = \left(780{,}38 - 204{,}34\right)10^3 = 576{,}04\cdot 10^3 \ \mathrm{W}$$

Účinnost oběhu:

$$\eta = \frac{P}{\dot{Q}} = \frac{P}{\dot{m}\, c_p \left(T_3 - T_2\right)} = \frac{576{,}04 \cdot 10^3}{1{,}1886 \cdot 1004{,}5 \left(1773{,}15 - 464{,}30\right)} = \frac{576{,}04 \cdot 10^3}{1562{,}70 \cdot 10^3} = 0{,}3686$$

S využitím tepla z odcházejících spalin turbíny:

$$\eta_{reg} = \frac{P}{\dot{Q}_{reg}} = \frac{P}{\dot{m}\, c_p \left(T_3 - T_4\right)} = \frac{P}{P_T} = \frac{576{,}04 \cdot 10^3}{780{,}38 \cdot 10^3} = 0{,}7381$$

Účinnost oběhu se zvýšila o 73,81 – 36,86 = 36,95 %

Příklad 46:

Mezi dvě rovnoběžné desky o rozměrech 2×2 m byly vloženy 2 stínící fólie. Povrchové teploty desek jsou 500 ºC a 100 ºC, a jejich součinitelé sálavosti jsou 0,8 a 0,5. Fólie jsou dokonale černé. Určete kolikrát se zmenší sálavé teplo po vložení fólií a vypočtěte teplotu fólií.

Řešení:

Označení veličin: $t_1 = 500$ ºC, $T_1 = 773{,}15$ K

$t_2 = 100$ ºC, $T_2 = 373{,}15$ K

$\varepsilon_1 = 0{,}8$

$\varepsilon_2 = 0{,}5$

$\varepsilon_f = 1$

Sálání tepla bez fólií:

$$\dot{Q} = \varepsilon_{12}\, c_0\, S \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Označíme teploty fólií T_a a T_b. Pak:

$$\dot{Q}_s = \varepsilon_{1a}\, c_0\, S \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a}{100} \right)^4 \right] = \frac{c_0\, S}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_f} - 1} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a}{100} \right)^4 \right]$$

$$\dot{Q}_s = \varepsilon_{ab}\, c_0\, S\left[\left(\frac{T_a}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_b}{100}\right)^4\right] = \frac{c_0\, S}{\dfrac{1}{\varepsilon_f} + \dfrac{1}{\varepsilon_f} - 1}\left[\left(\frac{T_a}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_b}{100}\right)^4\right]$$

$$\dot{Q}_s = \varepsilon_{b2}\, c_0\, S\left[\left(\frac{T_b}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = \frac{c_0\, S}{\dfrac{1}{\varepsilon_f} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}\left[\left(\frac{T_b}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

Odtud

$$\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 = \frac{\dot{Q}_s}{c_0\, S}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_f} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)$$

Pak pro $\varepsilon_f = 1$

$$\dot{Q}_s = \frac{c_0\, S}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} + 1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

Poměr sálavých tepel:

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_s} = \frac{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} + 1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{\dfrac{1}{0{,}8} + \dfrac{1}{0{,}5} + 1}{\dfrac{1}{0{,}8} + \dfrac{1}{0{,}5} - 1} = \frac{4{,}25}{2{,}25} = \frac{17}{9}$$

Teploty fólií:

$$\dot{Q}_s = \frac{9}{17}\,\dot{Q} = \frac{9}{17}\;\frac{c_0\, S}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

$$Q_s = \frac{c_0\, S}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_f} - 1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_a}{100}\right)^4\right]$$

Porovnání pravých stran:

$$\left(\frac{T_a}{100}\right)^4 = \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \frac{9}{17}\,\frac{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_f} - 1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= \left(\frac{773{,}15}{100}\right)^4 - \frac{9}{17}\,\frac{\dfrac{1}{0{,}8}+\dfrac{1}{1}-1}{\dfrac{1}{0{,}8}+\dfrac{1}{0{,}5}-1}\left[\left(\frac{773{,}15}{100}\right)^4 - \left(\frac{373{,}15}{100}\right)^4\right] =$$

$$7{,}7315^4 - \frac{9}{7}\,\frac{1{,}25}{2{,}25}\left(7{,}7315^4 - 3{,}7315^4\right) = 3573{,}18 - 993{,}912 = 2579{,}27\ \text{K}^4$$

$$T_a = 712{,}65\ \text{K};\quad t_a = 439{,}50\ \text{ºC}$$

Obdobně pro teplotu další fólie:

$$\dot{Q}_s = \frac{9}{17}\,\frac{c_0\,S}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

$$\dot{Q}_s = \frac{c_0\,S}{\dfrac{1}{\varepsilon_f}+\dfrac{1}{\varepsilon_f}-1}\left[\left(\frac{T_a}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_b}{100}\right)^4\right]$$

Porovnání pravých stran:

$$\left(\frac{T_b}{100}\right)^4 = \left(\frac{T_a}{100}\right)^4 - \frac{9}{17}\,\frac{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_f}-1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 2579{,}27 - \frac{9}{17}\,\frac{1+1-1}{\dfrac{1}{0{,}8}+\dfrac{1}{0{,}5}-1}\left[\left(\frac{773{,}15}{100}\right)^4 - \left(\frac{373{,}15}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 2579{,}27 - \frac{9}{17}\,\frac{1}{2{,}25}\cdot 3456{,}92 = 1765{,}88\ \text{K}^4$$

$$T_b = 100\,\sqrt[4]{1765{,}88} = 648{,}25\ \text{K}$$

$$t_b = 648{,}25 - 273{,}15 = 375{,}10\ \text{ºC}$$

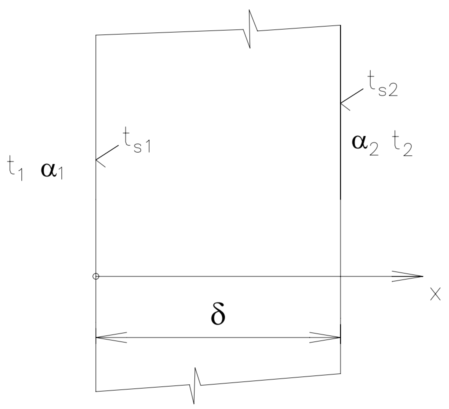
Příklad 47:

Stěna místnosti o ploše 10 m^2 je z porézních cihel, jejichž součinitel tepelné vodivosti se lineárně zmenšuje z hodnoty 0,5 W m^{-1} K^{-1} na vnitřní straně na 0,45 W m^{-1} K^{-1} na venkovní straně. Stěna má tloušťku 0,5 m. Teplota v místnosti je 20 ºC, součinitel přestupu tepla 10 W m^{-2} K^{-1}, venkovní teplota je – 10 ºC a součinitel přestupu tepla 20 W m^{-2} K^{-1}. Určete tepelné ztráty stěnou.

Řešení:

Označení veličin:

$$S = 10 \ \mathrm{m^2}$$
$$\lambda = a - bx = 0{,}5 - 0{,}1x \ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$$
$$\delta = 0{,}5 \ \mathrm{m}$$
$$t_1 = 20 \ \mathrm{ºC}$$
$$\alpha_1 = 10 \ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$
$$t_2 = -10 \ \mathrm{ºC}$$
$$\alpha_2 = 20 \ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$



Pro přestup tepla platí:

$$\dot{Q} = S\,\alpha_1 \left(t_1 - t_{s1}\right)$$
$$\dot{Q} = S\,\alpha_2 \left(t_{s2} - t_2\right)$$

Pro vedení tepla ve stěně:

$$\dot{Q} = -\,S\,\lambda \frac{dt}{dx}$$
$$\dot{Q} = -\,S\left(a - bx\right)\frac{dt}{dx}$$

Separací proměných dostáváme:

$$dt = -\frac{\dot{Q}}{\dot{S}}\,\frac{dx}{a - bx}$$

Substituce: $a - bx = z$

$$dx = -\frac{1}{b}\,dz$$

Pak

$$dt = \frac{\dot{Q}}{\dot{S}} \frac{1}{b} \frac{dz}{z}$$

$$t = \frac{\dot{Q}}{S\,b} \ln z + C$$

$$t = \frac{\dot{Q}}{S\,b} \ln(a - bx) + C$$

Okrajové podmínky:

$$x = 0;\; t = t_{s1}:\;\; t_{s1} = \frac{\dot{Q}}{S\,b} \ln a + C$$

$$x = \delta;\; t = t_{s2}:\;\; t_{s2} = \frac{\dot{Q}}{S\,b} \ln(a - b\delta) + C$$

Odtud:

$$t_{s1} - t_{s2} = \frac{\dot{Q}}{S\,b} \ln \frac{a}{a - b\delta}$$

Řešením s rovnicemi pro přestup tepla dostaneme:

$$\dot{Q} = S\,\frac{t_1 - t_2}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{1}{b} \ln \dfrac{a}{a - b\delta} + \dfrac{1}{\alpha_2}} =$$

$$= 10\,\frac{20 - (-10)}{\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{0{,}5} \ln \dfrac{0{,}5}{0{,}5 - 0{,}1 \cdot 0{,}5} + \dfrac{1}{20}} = 831{,}67\ \text{W}$$

Příklad 48:

Součinitel tepelné vodivosti materiálu válcové stěny roste lineárně s teplotou. Při teplotě 0 ºC je jeho hodnota 10 W m^{-1} K^{-1}, při teplotě 100 ºC je 20 W m^{-1} K^{-1}. Určete tepelné ztráty potrubí 10 m dlouhého. Na vnitřním povrchu o průměru 10 cm je teplota 50 ºC, na vnějším povrchu o průměru 20 cm je teplota 0 ºC. Dále vypočtěte teplotu na průměru 15 cm.

Řešení:

Označení veličin: $\lambda = a + b \cdot t = 10 + 0{,}1 \cdot t$ W m^{-1} K^{-1}

$l = 10$ m

$d_1 = 0{,}1$ m

$t_1 = 50$ ºC

$d_2 = 0{,}2$ m

$t_2 = 0$ ºC

Pro vedení tepla ve válcové stěně:

$$\dot{Q} = -\,2\pi\, r\, l\,\left(a + b\,t\right)\frac{dt}{dr}$$

Odtud

$$-\frac{\dot{Q}}{2\pi\, l}\,\frac{dr}{r} = \left(a + b\,t\right)dt$$

$$-\frac{\dot{Q}}{2\pi\, l}\ln r = a\,t + \frac{b}{2}t^2 + C$$

Okrajové podmínky

$$-\frac{\dot{Q}}{2\pi\, l}\ln r_1 = a\,t_1 + \frac{b}{2}t_1^2 + C$$

$$-\frac{\dot{Q}}{2\pi\, l}\ln r_2 = a\,t_2 + \frac{b}{2}t_2^2 + C$$

Odečtením rovnic:

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi\, l}\ln\frac{r_2}{r_1} = a\left(t_1 - t_2\right) + \frac{b}{2}\left(t_1^2 - t_2^2\right)$$

$$\dot{Q} = 2\pi\, l\,\frac{a\left(t_1 - t_2\right) + \frac{b}{2}\left(t_1^2 - t_2^2\right)}{\ln\frac{d_2}{d_1}} =$$

$$= 2\cdot\pi\cdot 10\,\frac{10\left(50 - 0\right) + \frac{0{,}1}{2}\left(50^2 - 0^2\right)}{\ln\frac{0{,}2}{0{,}1}} = 5{,}665\cdot 10^4 \text{ W}$$

Pro závislost teploty na poloměru dostaneme:

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi l}\ln\frac{r}{r_1} = a\left(t_1 - t\right) + \frac{b}{2}\left(t_1^2 - t^2\right)$$

Odtud

$$t^2\frac{b}{2} + t\,a + \frac{\dot{Q}}{2\pi l}\ln\frac{r}{r_1} - a\,t_1 - \frac{b}{2}\,t_1^2 = 0$$

Pak

$$t_s = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4\,\dfrac{b}{2}\,C}}{b}\;,$$

kde

$$C = \frac{\dot{Q}}{2\pi l}\ln\frac{d_s}{d_1} - a\,t_1 - \frac{b}{2}\,t_1^2 =$$

$$= \frac{5{,}665\cdot 10^4}{2\cdot\pi\cdot 10}\ln\frac{0{,}15}{0{,}10} - 10\cdot 50 - \frac{0{,}1}{2}\,50^2 = 365{,}6 - 500 - 125 = -\,259{,}398\ \text{W m}^{-1}$$

Pak

$$t_s = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4\,b\,C}}{b} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 2\cdot 0{,}1\left(-259{,}398\right)}}{0{,}1} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 51{,}879}}{0{,}1} = \frac{-10 \pm 12{,}324}{0{,}1} = \begin{cases} 23{,}24 \\ -223{,}4 \end{cases}$$

Vyhovuje řešení:

$$t_s = 23{,}24\ \text{°C}$$

Příklad 49:

Dvě rovnoběžné stěny o rozměrech 2×2 m jsou od sebe vzdáleny 4 cm. Jejich teploty jsou 200 ºC a 120 ºC. Stanovte změnu přecházejícího tepla, bude-li na místo vzduchu v mezeře vodní pára o tlaku 0,1 MPa. Pro vzduch při teplotě 160 ºC je součinitel kinematické vizkozity $30{,}60\cdot 10^{-6}$ m^2 s^{-1}, součinitel tepelné vodivosti $3{,}43\cdot 10^{-2}$ W m^{-1} K^{-1}. Plynová konstanta je rovna 287 J kg^{-1} K^{-1} a adiabatický exponent 1,4. Při střední teplotě tekutiny pro $\left(Gr\cdot \mathrm{Pr}\right) > 1000$ platí $\varepsilon_k = 0{,}18\,\left(Gr\cdot \mathrm{Pr}\right)^{0{,}25}$, pro $\left(Gr\cdot \mathrm{Pr}\right) < 1000$ je $\varepsilon_k = 1$.

Určovací teplota tekutiny je

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{200+120}{2} = 160 \text{ ºC}$$

Pro tuto teplotu a tlak 0,1 M Pa z tabulek dostavame:

$$c_{p_{pt}} = 1{,}983 \text{ kJ . kg}^{-1} \text{ ºK}^{-1}$$
$$\lambda_p = 29{,}68 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$
$$\eta_p = 14{,}58 \cdot 10^{-6} \text{ Pa . s}$$
$$v_p = 1{,}984 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

Řešení:

Označení veličin: $t_1 = 200$ ºC, $t_2 = 120$ ºC
$p = 0{,}1$ M Pa
$\nu_v = 30{,}60 \cdot 10^{-6}$ m^{-2} s^{-1}
$\lambda_v = 3{,}43 \cdot 10^{-2}$ W m^{-1} K^{-1}
$r_v = 287$ J kg^{-1} K^{-1}
$\kappa_v = 1{,}4$

Pro stanovení součinitele objemové roztažnosti z tabulek odečteme hodnoty měrného objemu pro sousední teploty:

Pro 150 ºC je $v_1 = 1{,}936$ m^3 kg^{-1}
pro 170 ºC je $v_2 = 2{,}031$ m^3 kg^{-1}

Pak

$$\beta_p = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \doteq \frac{1}{v_p}\,\frac{v_2 - v_1}{t_{2p} - t_{1p}} = \frac{1}{1{,}984}\,\frac{2{,}031 - 1{,}936}{170 - 150} = 2{,}394 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Pro vzduch:

$$Gr = \beta \Delta T \frac{g\,\delta^3}{\nu^2} = \frac{1}{160 + 273{,}15}\left(200 - 120\right)\frac{9{,}81 \cdot 0{,}04^3}{\left(30{,}60 \cdot 10^{-6}\right)} = 1{,}2384 \cdot 10^5$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\lambda}\rho\, c_p = \frac{\nu}{\lambda}\,\frac{p}{rT}\,\frac{\kappa r}{\kappa - 1} = \frac{\nu}{\lambda}\,\frac{p}{T}\,\frac{\kappa}{\kappa - 1} =$$

$$= \frac{30{,}60 \cdot 10^{-6}}{3{,}43 \cdot 10^{-2}}\,\frac{0{,}1 \cdot 10^6}{160 + 273{,}15}\,\frac{1{,}4}{1{,}4 - 1} = 0{,}721$$

$$Gr \cdot \Pr = 1{,}2384 \cdot 10^{5} \cdot 0{,}721 = 8{,}9288 \cdot 10^{4}$$

Pak

$$\varepsilon_k = 0{,}18\,(Gr \cdot \Pr)^{0,25} = 0{,}18\,\left(8{,}9288 \cdot 10^{4}\right)^{0,25} = 3{,}111$$

Odtud

$$\lambda_{ek} = \varepsilon_k\,\lambda = 3{,}11 \cdot 3{,}43 \cdot 10^{-2} = 0{,}1067\ \text{W m}^{-1}\ \text{K}^{-1}$$

$$\dot{Q} = S\,\frac{\lambda_{ek}}{\delta}\,(t_2 - t_1) = 4\,\frac{0{,}1067}{0{,}04}\,(200 - 120) = 853{,}6\ \text{W}$$

Pro páru:

$$Gr_p = \beta_p\,\Delta T\,\frac{g\,\delta^3}{(\eta_p \nu_p)^2} = 2{,}394 \cdot 10^{-3}(200 - 120)\frac{9.81 \cdot 0{,}04^3}{\left(30{,}60 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 1{,}2384 \cdot 10^5$$

$$\Pr_p = \frac{\nu_p}{\lambda_p}\,\rho_p\,c_{pp} = \frac{\eta_p\,\nu_p}{\lambda_p\,\nu_p}\,c_{pp} = \frac{\eta_p}{\lambda_p}\,c_{pp} = \frac{14{,}58 \cdot 10^{-6}}{29{,}68 \cdot 10^{-3}}\,1{,}983 \cdot 10^3 = 0{,}974$$

$$Gr_p \cdot \Pr_p = 1{,}4370 \cdot 10^5 \cdot 0{,}974 = 1{,}3996 \cdot 10^5$$

Pak

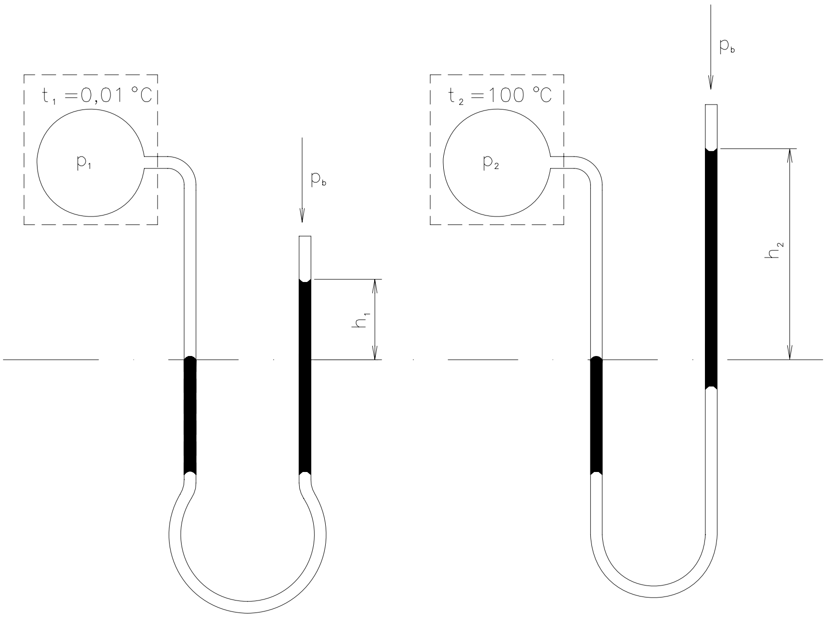
$$\varepsilon_k = 0{,}18\,(Gr_p \cdot \Pr_p)^{0,25} = 0{,}18\,\left(1{,}3996 \cdot 10^5\right)^{0,25} = 3{,}4816$$

$$\lambda_{ekp} = \varepsilon_{kp}\,\lambda_p = 3{,}4816 \cdot 29{,}68 \cdot 10^{-3} = 0{,}10333\ \text{W m}^{-1}\ \text{K}^{-1}$$

Odtud

$$\dot{Q}_p = S\,\frac{\lambda_{ekp}}{\delta}\,(t_2 - t_1) = 4\,\frac{0{,}1033}{0{,}04}\,(200 - 120) = 826{,}67\ \text{W}$$

Příklad 50:



Pro sestrojení teplotních stupnic se používají héliové plynové teploměry konstantního objemu. Schéma takového teploměru s pohyblivým ramenem je na obrázku. Při pokusech byl na něm naměřen při teplotě v trojném bodě H_2O 0,01 ºC přetlak 1000 mm Hg a při teplotě varu vody 100 ºC přetlak 1644,25 mm Hg. Barometrický tlak byl 760 torr (101325 Pa). Určete teplotu absolutní nuly v ºC.

Řešení:

Označení veličin:

$t_1 = 0{,}01\ ^\circ\mathrm{C}$

$h_1 = 1000\ \mathrm{mm\ Hg}$

$t_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$

$h_2 = 1644{,}25\ \mathrm{mm\ Hg}$

$p_b = 760\ \mathrm{torr} = 101325\ \mathrm{Pa}$

Absolutní teplota:

$$T = t + (-t_0) \quad \text{(K)}$$

Gay-Lussakov zákon:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{0{,}01 - t_0}{100 - t_0}$$

kde

$$p_1 = p_b + h_1 = 760 + 1000 = 1760\ \mathrm{torr}$$
$$p_2 = p_b + h_2 = 760 + 1644{,}25 = 2404{,}25\ \mathrm{torr}$$

Po úpravě a dosazení:

$$t_0 = \frac{100\,p_1 - 0{,}01\,p_2}{p_1 - p_2} = \frac{100 \cdot 1760 - 0{,}01 \cdot 2404{,}25}{1760 - 2404{,}25} = -\,273{,}15\ ^\circ\mathrm{C}$$

Příklad 51:

Určete střední měrnou tepelnou kapacitu c_p při konstantním tlaku vzduchu mezi teplotami 200 ºC a 800 ºC, jestliže je dáno: $c_p = 995{,}15 + 0{,}192\, t$ [J kg^{-1} K^{-1}]. Zjistěte chybu, které bychom se dopustili, kdybychom počítali c_p vzduchu v uvažovaném rozmezí teplot jako pro ideální plyn. Plynová konstanta vzduchu je 288 J kg^{-1} K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin:

$t_1 = 200$ ºC

$t_2 = 800$ ºC

$c_p = 995{,}15 + 0{,}192\, t = a + bt$

$r = 288$ J kg^{-1} K^{-1}

$$\left|c_p\right|_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_1^2 c_p\, dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_1^2 (a + bt)dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\left[a(t_2 - t_1) + \frac{b}{2}\left(t_2^2 - t_1^2\right)\right]$$

$$\left|c_p\right|_{t_1}^{t_2} = a + b\,\frac{t_2 + t_1}{2} = 995{,}15 + \frac{0{,}192}{2}(800 + 200) = 1091{,}15 \text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

Když vzduch považujeme za směs ideálních plynů, můžeme pro c_p napsat:

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1}\, r = \frac{1{,}4}{1{,}4 - 1}\, 288 = 1008{,}00 \text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

Chyba, které se dopustíme je:

$$\Delta c_p = \frac{\left|c_p\right|_{t_1}^{t_2} - c_p}{\left|c_p\right|_{t_1}^{t_2}} = \frac{1091{,}15 - 1008{,}00}{1091{,}15} = 0{,}076$$

Chyba je 7,6 %.

Příklad 52:

V uzavřené nádobě objemu 0,8 m^3 se nachází CO_2 o tlaku 2,2 MPa a teplotě 20 ºC. Plynu se přivede teplo 4600 kJ. Určete teplotu a tlak CO_2 na konci procesu ohřívání. Úlohu řešte dvěma způsoby:

a) počítejte, že měrná tepelná kapacita je konstantní a nezávislá na teplotě a $\kappa = 1{,}3$,
b) počítejte, že měrná tepelná kapacita je funkcí teploty podle vztahu $c_v = 640{,}5 + 0{,}755\, t$ (J kg^{-1} K^{-1}).

Řešení:

Označení veličin: $V = 0{,}8 \ \text{m}^3$

$p_1 = 2{,}2 \ \text{MPa}$

$t_1 = 20 \ ^\circ\text{C}$

$Q_v = 4600 \ \text{kJ}$

$c_v = 640{,}5 + 0{,}755 \ t$

$\kappa = 1{,}3$

a) CO_2 jako ideální plyn.

Z rovnice pro množství tepla při konstantním objemu určíme teplotu na konci procesu

$$t_2 = \frac{Q_v}{m \ c_v} + t_1 \, ,$$

kde za množství plynu dosadíme ze stavové rovnice

$$m = \frac{p_1 \ V_1}{r \ T_1}$$

a za c_v dosadíme

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} \ r \, .$$

Po úpravě a dosazení bude teplota t_2 :

$$t_2 = \frac{Q_v \ T_1 \left(\kappa - 1\right)}{p_1 \ V_1} + t_1 = \frac{4600 \cdot 10^3 \cdot 293 \left(1{,}3 - 1\right)}{22 \cdot 10^5 \cdot 0{,}8} + 20 = 249{,}7 \ ^\circ\text{C}.$$

Tlak na konci procesu vypočítáme z Charlesova zákona:

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 2{,}2 \ \frac{522{,}7}{293} = 3{,}92 \ \text{MPa}.$$

b) CO_2 jako nedokonalý plyn.

Potom střední měrná tepelná kapacita bude podle vztahu

$$\left| c_v \right|_{t_1}^{t_2} = a + b \ \frac{t_2 + t_1}{2} = a + b' \left(t_2 + t_1\right),$$

kde

$$a = 640{,}5 \ ; \qquad b' = \frac{0{,}755}{2} = 0{,}3775 \, .$$

Po dosazení do rovnice pro množství tepla a úpravě dostáváme pro hledanou teplotu t_2 kvadratickou rovnici

$$Q_v = m\left[a + b'\left(t_2 + t_1\right)\right]\left(t_2 - t_1\right)$$

$$t_2^2 + \frac{a}{b'}\,t_2 - \left(\frac{a}{b'}\,t_1 + t_1^2 + \frac{Q_v}{m\,b'}\right) = 0\,,$$

odkud teplota

$$t_2 = -\,\frac{a}{2b'} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2b'}\right)^2 + \frac{a\,t_1}{b'} + t_1^2 + \frac{Q_v}{m\,b'}} =$$

$$= -\,\frac{a}{2b'} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2b'} + t_1\right)^2 + \frac{Q_v}{m\,b'}} =$$

$$= -\,\frac{640{,}5}{2\cdot 0{,}3775} + \sqrt{\left(\frac{640{,}5}{2\cdot 0{,}3775} + 20\right)^2 + \frac{4600\cdot 10^3}{31{,}8\cdot 0{,}3775}} = 218{,}06\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Pro výpočet hmotnosti jsme použili vztah

$$m = \frac{p_1\,V_1}{r\,T_1} = \frac{p_1\,V_1\,\,M}{r\,T_1} = \frac{22\cdot 10^5\cdot 0{,}8\cdot 44}{8314\cdot 293} = 31{,}8\ \text{kg}.$$

Tlak na konci procesu

$$p_2 = p_1\,\frac{T_2}{T_1} = 2{,}2\,\frac{489{,}65}{293} = 3{,}67\ \text{MPa}.$$

Příklad 53:

Spalovací motor pohání elektrický generátor, která dodává do sítě proud 225 A s napětím 110 V. Účinnost generátoru je 0,95. Vypočítejte termickou účinnost motoru, jestliže spotřebuje za hodinu 7 kg paliva o výhřevnosti 42300 kJ kg^{-1}.

Řešení:

Označení veličin:

$I = 225\ \text{A}$

$U = 110\ \text{V}$

$\eta_g = 0{,}95$

$q_p = 42300\ \text{kJ kg}^{-1}$

$\dot{m} = 7\ \text{kg . hod}^{-1}$

Výkon generátoru

$$P = U \cdot I = 110 \cdot 225 = 24750 \text{ W} = 24{,}75 \text{ kW}.$$

Práce za jednotku času vykonaná spalovacím motorem

$$\dot{A}_t = \frac{P}{\eta_g} = \frac{24750}{0{,}95} = 26052 \text{ W} = 26{,}052 \text{ kW}.$$

Množství tepla dodané spalovacímu motoru

$$\dot{Q} = \dot{m}\, H_d = \frac{7 \cdot 42300}{3600} = 82250 \text{ W} = 82{,}25 \text{ kW}$$

Termická účinnost motoru

$$\eta_t = \frac{\dot{A}_t}{\dot{Q}} = \frac{26{,}052}{82{,}25} = 0{,}31675 .$$

Příklad 54:

Carnotův vratný oběh pracuje s 2 kg dusíku. Maximální tlak a teplota jsou 3 MPa a 300 ºC. Minimální tlak je 0,14 MPa a teplota 27 ºC. Vypočítejte množství přivedeného tepla, práci oběhu a termickou účinnost.

Řešení:

Označení veličin:

$$m = 2 \text{ kg}$$
$$p_{\max} = 3 \text{ MPa} = p_3$$
$$t_{\max} = 300 \text{ ºC} = t_3 = t_4$$
$$p_{\min} = 0{,}14 \text{ MPa} = p_1$$
$$t_{\min} = 27 \text{ ºC} = t_1 = t_2$$

Množství přivedeného tepla při izotermické expanzi vypočítáme:

$$Q_{34} = m\, r\, \mathrm{T}_3 \ln \frac{p_3}{p_4} .$$

Neznáme tlak p_4, můžeme ho ale určit z adiabatické expanze, platí:

$$p_4 = p_1 \left(\frac{T_4}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0{,}14 \left(\frac{573{,}15}{300{,}15} \right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} = 1{,}347 \text{ MPa}.$$

Po dosazení množství tepla bude

$$Q_{34} = 2\frac{8314}{28}\,573{,}15\,\ln\frac{3{,}0}{1{,}347} = 2{,}725\cdot10^{5}\ \text{J}$$

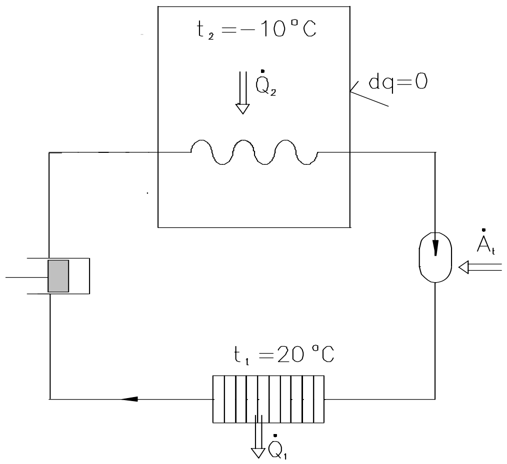
Termickou účinnost oběhu vypočítáme:

$$\eta_t = 1-\frac{T_{3,4}}{T_{1,2}} = 1-\frac{300{,}15}{573{,}15} = 0{,}4765\,.$$

Práci cyklu vypočítáme z definice termické účinnosti

$$\eta_t = \frac{A}{Q_{34}} \;\Rightarrow\; A = Q_{34}\,\eta_t = 2{,}725\cdot10^{5}\cdot0{,}4765 = 1{,}298\cdot10^{5}\,.$$

Příklad 55:



Chladící zařízení, které má chladící výkon $\dot{Q}_2 = 25000$ kJ h^{-1}, udržuje v chlazeném prostoru teplotu –10 ºC. Teplota místnosti, ve které je chladící zařízení, je 20 ºC. Předpokládejme, že chladící zařízení pracuje s obráceným Carnotovým oběhem. Vypočítejte chladící faktor, množství tepla, které chladící zařízení odevzdá do místnosti, a teoretický příkon zařízení. Určete, jestli po otevření chlazeného prostoru se bude místnost zahřívat nebo ochlazovat, a množství tepla.

Řešení:

Označení veličin: $\dot{Q}_2 = 25000$ kJ h^{-1}
$t_2 = -10$ ºC
$t_1 = 20$ ºC

V případě Carnotova obráceného oběhu chladící faktor

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{A}} = \frac{T_2}{T_1-T_2} = 8{,}77\,.$$

Příkon chladícího zařízení

$$P = \dot{A} = \frac{\dot{Q}_2}{\varepsilon} = \frac{25000}{8{,}77 \cdot 3600} = 0{,}792 \text{ KW}$$

Množství odvedeného tepla do místnosti určíme:

$$\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 = \dot{A} \;\Rightarrow\; \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 + \dot{A} = \frac{25000}{3600} + 0{,}792 = 7{,}736 \text{ kW}$$

Příklad 56:

Určete tlak v tlakové nádobě s CO_2 o hmotnosti 0,453 kg a teplotě 100 ºC, jestliže objem nádoby je 5,5 dm^3.
Úlohu řešte podle:

a) stavové rovnice ideálního plynu,
b) Van der Waalsovy rovnice stavu, pro kterou

$$a = \frac{27}{64} \cdot \frac{r^2 T_K^2}{p_k}$$
$$b = \frac{1}{8} r \frac{T_K}{p_K}$$

Kritické parametry CO_2 jsou:

$$p_k = 7{,}385 \text{ MPa}$$
$$t_k = 31{,}05 \text{ ºC}$$

Řešení:

Označení veličin: $m = 0{,}453$ kg

$V = 5{,}5$ l

$t = 100$ ºC

a) $$p = \frac{m R T}{V M} = \frac{0{,}453 \cdot 8314{,}51}{5{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 44} 373{,}15 = 5{,}808 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 5{,}8 \text{ MPa.}$$

b) Úpravou Van der Waalsovy rovnice pro tlak dostáváme:

$$p = \frac{m r T}{V - m b} - m^2 \frac{a}{V^2} ,$$

kde jednotlivé konstanty vypočítáme takto:

$$r = \frac{R}{M} = \frac{8314{,}51}{44} = 189 \text{ J . kg}^{-1}\text{. K}^{-1},$$

$$a = \frac{27}{64} \cdot \frac{r^2 T_K^2}{p_k} = \frac{27 \cdot 189^2 \cdot 304^2}{64 \cdot 7{,}385 \cdot 10^6} = 188{,}5 \text{ N . m}^4\text{. kg}^{-2},$$

$$b = \frac{1}{8}\, r\, \frac{T_K}{p_K} = \frac{1}{8} \cdot 189 \cdot \frac{304{,}20}{7{,}385 \cdot 10^6} = 0{,}000972 \text{ m}^3\text{. kg}^{-1}.$$

Po dosazení

$$p = \frac{0{,}453 \cdot 189 \cdot 373{,}15}{5{,}5 \cdot 10^{-3} - 0{,}453 \cdot 9{,}72 \cdot 10^{-4}} - (0{,}453)^2 \cdot \frac{188{,}5}{\left(5{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 5{,}035 \cdot 10^6 \text{ Pa} =$$

$$= 5{,}035 \text{ MPa.}$$

Příklad 59:

Jak se změní teplota vzduchu při škrcení ve ventilu z tlaku 10 MPa a teploty 25 ºC na tlak 0,1 MPa. Změnu teploty vypočítejte za předpokladu, že
Vzduch se řídí Van der Waalsovou stavovou rovnicí, ve které $a = 159{,}5$ N m^4. kg^{-2}; $b = 1{,}24 \cdot 10^{-3}$ m^3. kg^{-1}

Řešení:

Označení veličin: $p_1 = 10$ MPa
$t_1 = 25$ ºC
$p_2 = 0{,}1$ MPa

Při škrcení $h_2 = h_1$. Změnu teploty v závislosti na tlaku popisuje Joule-Thomsonova rovnice

$$k_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \frac{1}{c_p}\left[\, T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right].$$

a) Vykonáním naznačené derivace objemu podle teploty při konstantním tlaku a po dosazení a úpravě dostáváme:

$$k_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i = \frac{1}{c_p} \left[\frac{2a}{rT} - \frac{3a\,p\,b}{r^2\,T^2} - b \right].$$

Po dosazení dostáváme pro koeficient Joule-Thomsonova jevu

$$k_{JT} = \frac{1}{1004} \left[\frac{2 \cdot 159{,}5}{288 \cdot 298} - \frac{3 \cdot 159{,}5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}00124}{288^2 \cdot 298^2} - 0{,}00124 \right] = 0{,}167 \cdot 10^{-5} \text{ K . Pa}^{-1}.$$

Ochlazení dostáváme integrací (za předpokladu, že $k_{JT} = konst$)

$$\Delta T = k_{JT} \cdot \Delta p = 0{,}167 \cdot 10^{-5} (100 - 1) \cdot 10^5 = 16{,}54 \text{ K.}$$

Teplota po zaškrcení vzduchu

$$T_2 = T_1 - \Delta T = 298 - 16{,}54 = 281{,}46 \text{ K.}$$

Příklad 60:

Určete teplotu, při které bude tát led pod bruslí délky 25 cm a šířky 1 mm,jestliže při tlaku 0,1 MPa taje při teplotě 0°C. Brusle je zatěžovaná hmotností 70 kg a dotýká se ledu jednou desetinou své plochy. Skupenské teplo tání ledu je 334 kJ kg^{-1}. Hustota ledu je 916,8 kg m^{-3} a hustota vody je 1002 kg m^{-3}, uvažujte konstantní.

Řešení:

Označení veličin: $S = 0{,}25 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 0{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$

$m = 70\ \text{kg}$

$l_{12} = 334\ \text{kJ kg}^{-1}$

$\rho_L = 916{,}8\ \text{kg m}^{-3}$

$\rho_{vody} = 1002\ \text{kg m}^{-3}$

$p_0 = 0{,}1\ \text{MPa}$

$t_0 = 0\ °\text{C}$

Vycházíme z Clausius-Clapeyronovy rovnice v diferenciálním tvaru

$$\frac{dp}{dT} = \frac{l_{12}}{T\left(v' - v'''\right)},$$

z ní vyplývá diferenciální rovnice

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\left(v' - v'''\right)}{l_{12}}\,T\,.$$

Za předpokladu, že v', v''', l_{12} se velmi málo mění v závislosti na tlaku, můžeme výraz

$$\frac{\left(v' - v'''\right)}{l_{12}} = K$$

označit jako konstantu.
Integrováním diferenciální rovnice dostaneme:

$$\int \frac{dT}{T} = \int K\,dp\,,$$

$$\ln T = K\,p + C\,,$$

kde C je integrační konstanta.

Pro podmínku tání ledu při T_0 a p_0:

$$\ln T_0 = K\, p_0 + C$$

Odečtením rovnic dostaneme

$$\ln \frac{T}{T_0} = K\left(p - p_0\right)$$

Odtud

$$T = T_0 \exp\left[K\left(p - p_0\right)\right]$$

$$T = T_0 \exp\left[\frac{1}{l_{12}}\left(\frac{1}{\rho_{vody}} - \frac{1}{\rho_L}\right)\left(p - p_0\right)\right]$$

Pod bruslemi je od zátěže tlak

$$p_z' = \frac{m \cdot g}{0{,}1 \cdot S} = \frac{70 \cdot 9{,}81}{0{,}1 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3}} = 27{,}47 \cdot 10^6 \text{ Pa.}$$

S uvážením atmosférického tlaku pak na led působí tlak $p' = 27{,}57 \cdot 10^6$ Pa.

T' - teplotu tání ledu pod bruslí dostaneme dosazením tlaku p' do rovnice pro T:

$$T' = 273{,}15 \cdot \exp\left[\frac{1}{334 \cdot 10^3}\left(\frac{1}{1002} - \frac{1}{916{,}8}\right)\left(27{,}57 - 0{,}1\right)\right] = 271{,}07 \text{ K}$$

$$t' = T' - 273{,}15 = -2{,}08 \text{ °C}$$

Led bude tát při teplotě – 2,08 °C.

Příklad 61:

Optický pyrometr na měření vysokých teplot je založený na porovnání zářivosti zkoumaného tělesa se zářivostí žhavého vlákna. Pyrometr je kalibrovaný na sálání absolutně černého zdroje a proto měří teplotu, kterou by mělo absolutně černé těleso při téže zářivosti sálání, jako má zkoumané těleso. V pyrometru je červený filtr, (jeho vlnová délka je 0,65 μm). Jaká je skutečná teplota tělesa, jestliže pyrometr ukázal teplotu 1400 °C a stupeň poměrné sálavosti tělesa 0,6 při vlnové délce 0,65 μm.

Řešení:

Označení veličin: $t_0 = 1400$ °C

$\lambda = 0{,}65$ μm

$\varepsilon_\lambda = 0{,}6$

Zářivost zkoumaného tělesa (spektrální mohutnost ve směru normály) je

$$E_{n\lambda} = \frac{E_\lambda}{\pi} = \frac{1}{\pi}\,\frac{\varepsilon_\lambda\; c_1\; \lambda^{-5}}{\exp\left(c_2 / \lambda T\right) - 1}\,.$$

Zářivost absolutně černého tělesa, na které je pyrometr kalibrovaný

$$E_{0n\lambda} = \frac{E_{0\lambda}}{\pi} = \frac{1}{\pi}\,\frac{c_1\; \lambda^{-5}}{\exp\left(c_2 / \lambda T_0\right) - 1},$$

kde T_0 je teplota, kterou ukazuje pyrometr,
T je skutečná teplota.

Porovnáním zářivosti pro teplotu T dostáváme vztah

$$T = \frac{c_2}{\lambda}\,\frac{1}{\ln\left[1 + \varepsilon_\lambda\left(\exp\left(\dfrac{c_2}{\lambda T_0}\right) - 1\right)\right]}$$

Po dosazení

$$T = \frac{1{,}438\cdot 10^{-2}}{0{,}65\cdot 10^{-6}}\,\frac{1}{\ln\left[1 + 0{,}6\left(\exp\left(\dfrac{1{,}438\cdot 10^{-2}}{0{,}65\cdot 10^{-6}\cdot 1673{,}15}\right) - 1\right)\right]} = 1740{,}39 \text{ K}$$

$$t = T - 273{,}15 = 1740{,}39 - 273{,}15 = 1467{,}24 \text{ °C}.$$

Příklad 62:

Dusík vytéká zužující se dýzou do prostředí tlaku:

a) 0,5 MPa
b) 0,098 MPa.

Počáteční parametry dusíku jsou tlak 0,8 MPa a teplota 300 K. Určete výtokovou rychlost a vytékající množství plynu pro oba případy, jestliže průměr výstupního otvoru zužující se dýzy je 0,005 m a plynová konstanta dusíku je 297 J . kg^{-1}. K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin: a) $p_2 = 0{,}5\ \text{MPa}$

b) $p_2 = 0{,}098\ \text{MPa}$

$p_1 = 0{,}8\ \text{MPa}$

$T_1 = 300\ \text{K}$

$d_2 = 0{,}005\ \text{m}$

$r_{N_2} = 297\ \text{J . kg}^{-1}\text{. K}^{-1}$

a) Tlakový poměr

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0{,}5}{0{,}8} = 0{,}625 > \beta_k = 0{,}528 .$$

Proudění je podkritické z rovnice:

$$w_2 = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}\, r\, T\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} = \sqrt{2\frac{1{,}4}{1{,}4-1}\ 297\cdot 300\left[1-\left(\frac{0{,}5}{0{,}8}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}}\right]} = 279{,}9\ \text{m s}^{-1}.$$

Průřez

$$S_2 = \frac{\pi\, d^2}{4} = 1{,}96\cdot 10^{-5}\ \text{m}^2,$$

měrný objem

$$v_1 = \frac{r\,T_1}{p_1} = \frac{297\cdot 300}{0{,}8\cdot 10^6} = 0{,}111\ \text{m}^3\text{. kg}^{-1}.$$

Průtokové množství dusíku

$$\dot{m} = S_2\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}\,\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{\kappa}}-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]} =$$

$$= 1{,}96\cdot 10^{-5}\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}4}{1{,}4-1}\ \frac{0{,}8\cdot 10^6}{0{,}111}\left[\left(\frac{0{,}5}{0{,}8}\right)^{\frac{2}{1{,}4}}-\left(\frac{0{,}5}{0{,}8}\right)^{\frac{2{,}4}{1{,}4}}\right]} = 3{,}52\cdot 10^{-2}\ \text{kg s}^{-1}.$$

b) Tlakový poměr

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0{,}098}{0{,}8} = 0{,}1225 < \beta_k = 0{,}528 ,$$

proudění je kritické.

Kritická rychlost

$$w_k = \sqrt{2\,\frac{\kappa}{\kappa+1}\; r\,T_1} \;=\; \sqrt{2\,\frac{1{,}4}{1{,}4+1}\;297\cdot 300} \;= 322{,}4\ \text{m s}^{-1}.$$

Průtokové množství dusíku

$$S_{\min} = S_2\,,$$

$$\dot m = S_2\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}\,\frac{p_1}{v_1}\left[\beta_k^{\frac{2}{\kappa}} - \beta_k^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]} \;=$$

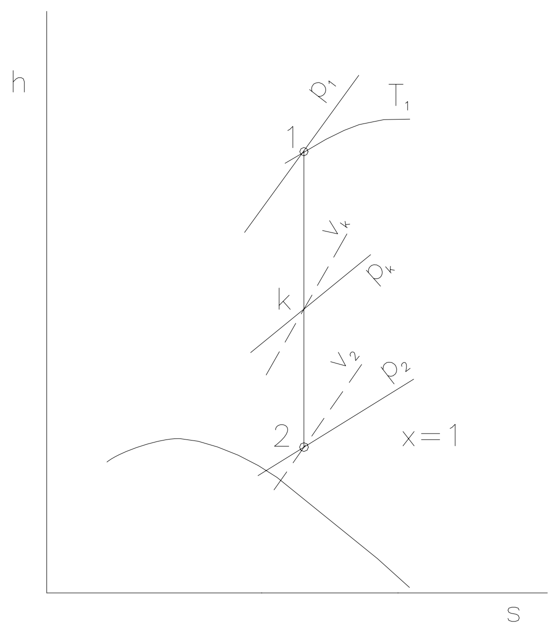
$$= 1{,}96\cdot 10^{-5}\sqrt{2\cdot\frac{1{,}4}{1{,}4-1}\,\frac{0{,}8\cdot 10^6}{0{,}111}\left[0{,}528^{\frac{2}{1{,}4}} - 0{,}528^{\frac{1{,}4+1}{1{,}4}}\right]} \;= 3{,}602\cdot 10^{-2}\ \text{kg s}^{-1}.$$

Příklad 63:

Pára s počátečním stavem tlaku 8 MPa a teploty 500 °C proudí Lavalovou dýzou do prostředí o tlaku 1,0 MPa. Dýzou má vytékat 0,3 kg s^{-1} páry. Vypočítejte hlavní rozměry dýzy, pokud předpokládáme izoentropické proudění (α = 10°).

Řešení:

Označení veličin:
$p_1 = 8\ \text{MPa}$
$t_1 = 500\ °\text{C}$
$p_2 = 1{,}0\ \text{MPa}$
$\dot m = 0{,}3\ \text{kg s}^{-1}$
$\alpha = 10\ °$



Tlakový poměr

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{8} \;<\; 0{,}554 = \beta_k\ ,$$

proudění bude nadkritické.

Kritický tlak

$$p_k = \beta_k\ p_1 = 0{,}554\cdot 8 = 4{,}432\ \text{MPa}$$

Výtok páry řešíme pomocí h-s diagramu. Z diagramu odečítáme:

$$h_1 = 3398 \text{ kJ kg}^{-1},$$

$$h_2 = 2838 \text{ kJ kg}^{-1}, \qquad v_2 = 0{,}208 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1},$$

$$h_k = 3210 \text{ kJ kg}^{-1}, \qquad v_k = 0{,}068 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}.$$

Pro kritickou rychlost platí:

$$w_k = \sqrt{2\,(h_1 - h_k)} = \sqrt{2\,(3398 - 3210)\cdot 10^3} = 616{,}5 \text{ m s}^{-1}.$$

Z rovnice kontinuity vypočítáme minimální průřez

$$S_{\min} = \frac{\dot{m}\, v_k}{w_k} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}068}{616{,}5} = 3{,}31 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.$$

Kritický průměr

$$d_k = \sqrt{\frac{4}{\pi} S_{\min}} = 6{,}49 \cdot 10^{-3} \text{ m} \doteq 6{,}5 \text{ mm}.$$

Pro výtokovou rychlost platí vztah:

$$w_2 = \sqrt{2\,(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 10^3\,(3398 - 2838)} = 1058 \text{ m s}^{-1},$$

výstupní průměr otvoru vypočteme analogicky jako kritický průměr

$$d_2 = \sqrt{\frac{4\,\dot{m}\, v_2}{\pi\, w_2}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}\,\frac{0{,}3 \cdot 0{,}208}{1058}} = 8{,}67 \cdot 10^{-3}\text{m} = 8{,}67 \text{ mm}.$$

Délka Lavalovy dýzy

$$l = \frac{d_2 - d_k}{2\, tg\, \dfrac{\alpha}{2}} = \frac{8{,}67 - 6{,}5}{2\, tg\, 5^\circ} = 12{,}4 \text{ mm}.$$

Příklad 64:

Vzduch o tlaku 1,5 MPa a teplotě 27 °C vytéká Lavalovou dýzou do prostředí o tlaku 0,117 MPa. Nejužší průřez dýzy má průměr 0,04 m. Za jakou dobu vyteče 250 kg vzduchu a jaká bude výtoková rychlost?

Řešení:

Označení veličin:
$p_1 = 1{,}5$ MPa
$t_1 = 27$ °C
$p_2 = 0{,}117$ MPa
$d_k = 0{,}04$ m
$M_v = 250$ kg

Tlakový poměr

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0{,}117}{1{,}5} = 0{,}078 < \beta_k = 0{,}528\,.$$

Proudění v Lavalově dýze bude nadkritické. Kritický tlak

$$p_k = \beta_k\ p_1 = 0{,}528 \cdot 1{,}5 = 0{,}792\ \text{MPa}$$

Kritická rychlost v nejužším průřezu Lavalovy dýzy

$$w_k = \sqrt{2\,\frac{\kappa}{\kappa+1}\ r\,T_1} = \sqrt{2\,\frac{1{,}4}{1{,}4+1}\ 288 \cdot 300} = 317{,}5\ \text{m s}^{-1}.$$

Výtoková rychlost z Lavalovy dýzy

$$w_2 = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}\ r\,T\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} = \sqrt{2\frac{1{,}4}{1{,}4-1}\ 288\cdot 300\left[1-\left(\frac{0{,}177}{1{,}5}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}}\right]} = 559{,}5\ \text{m s}^{-1}.$$

Kritický měrný objem

$$v_k = v_1\left(\frac{p_1}{p_k}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{r\,T_1}{p_1}\cdot\left(\frac{p_1}{p_k}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{288 \cdot 300}{1{,}5 \cdot 10^6}\cdot\left(\frac{1{,}5}{0{,}792}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} = 0{,}0909\ \text{m}^3.\,\text{kg}^{-1}.$$

Průtokové množství vzduchu z rovnice kontinuity

$$\dot m = \frac{S_{\min}\,w_k}{v_k} = \frac{1{,}256 \cdot 317{,}5}{9{,}09 \cdot 10^{-2}} = 4{,}387\ \text{kg s}^{-1},$$

kde průřez

$$S_{\min} = \frac{\pi\, d_k^2}{4} = 1{,}256 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2.$$

Doba, za kterou vyteče vzduch

$$\tau = \frac{M_v}{\dot m} = \frac{250}{4{,}387} = 56{,}98\ \text{s} \doteq 57\ \text{s}.$$

Příklad 65:

Vypočítejte výstupní rozměr dýzy pro nadzvukové proudění vzduchu s Machovým číslem 2,2 při výtokových parametrech tlaku 0,1 MPa a teploty – 100 °C. Dýzou má protékat 0,1 kg s^{-1} vzduchu. Určete také teplotu a tlak před dýzou, Plynová konstanta vzduchu je 288 J kg^{-1} K^{-1}, $c_p = 1008$ J kg^{-1} K^{-1}.

Řešení:

Označení veličin:

$$M = 2{,}2$$
$$p_2 = 0{,}1 \text{ MPa}$$
$$T_2 = -100 \text{ °C}$$
$$\dot{m} = 0{,}1 \text{ kg s}^{-1}$$
$$c_p = 1008 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$
$$r = 288 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Výstupní rychlost

$$w_2 = M\, a_2 = M \sqrt{\kappa\, r\, T_2} = 2{,}2 \sqrt{1{,}4 \cdot 288 \cdot 173{,}15} = 581{,}3 \text{ m s}^{-1}.$$

Výstupní průřez z rovnice

$$S_2 = \frac{\dot{m}\, v_2}{w_2} = \frac{\dot{m}\, r\, T_2}{w_2\, p_2} = \frac{0{,}1 \cdot 288 \cdot 173{,}15}{581{,}3 \cdot 1 \cdot 10^5} = 8{,}58 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2,$$

průměr

$$d_2 = \sqrt{\frac{4}{\pi}\, S_2} = \sqrt{\frac{4}{\pi}\, 8{,}58 \cdot 10^{-5}} = 0{,}0104 \text{ m} \doteq 10{,}4 \text{ mm}.$$

Vstupní parametry

$$w_2 = \sqrt{2\, a_t} = \sqrt{2\, c_p \left(T_1 - T_2\right)},$$

teplota

$$T_1 = T_2 + \frac{w_2^2}{2 c_p} = 173 + \frac{581{,}3^2}{2 \cdot 1008} = 340{,}6 \text{ K} \approx 67{,}4 \text{ °C},$$

tlak p_1 z rovnice adiabaty

$$p_1 = p_2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 1 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{340{,}6}{173}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} = 10{,}7 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1{,}07 \text{ MPa}.$$

Příklad 66:

V tlakové nádobě o objemu 40 dm^3 se nachází CO_2 s tlakem 3,923 MPa. Určete hmotnost plynu v nádobě, jestliže teplota plynu je 20 °C. Úlohu řešte podle:

a) rovnice ideálního plynu,
b) Van der Waalsovy rovnice ($a = 188{,}5$ N m^{4}kg^{-2}; $b = 9{,}72 \cdot 10^{-4}$ m^3.kg^{-1}),

Přesnost výpočtu určíte porovnáním hmotnosti vypočítané podle tabulkové hodnoty měrného objemu 0,01063 m^3.kg^{-1}.

Řešení:

Označení veličin:
$V = 40$ dm^3
$p = 3{,}923$ MPa
$t = 20$ °C
$v = 0{,}01063$ m^3.kg^{-1}

a) $$m_i = \frac{p\,V}{r\,T} = \frac{3{,}923 \cdot 10^6 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{\frac{8314}{44} \cdot 293} = 2{,}834 \text{ kg.}$$

b) Pro měrný objem z Van der Waalsovy rovnice dostáváme kubickou rovnici, kterou lze řešit iteračním postupem. Můžeme je graficky řešit takto: V prvním přiblížení vezmeme měrný objem vypočítaný ze stavové rovnice ideálního plynu a dosadíme ji do Van der Waalsovy rovnice, ze které vypočítáme tlak

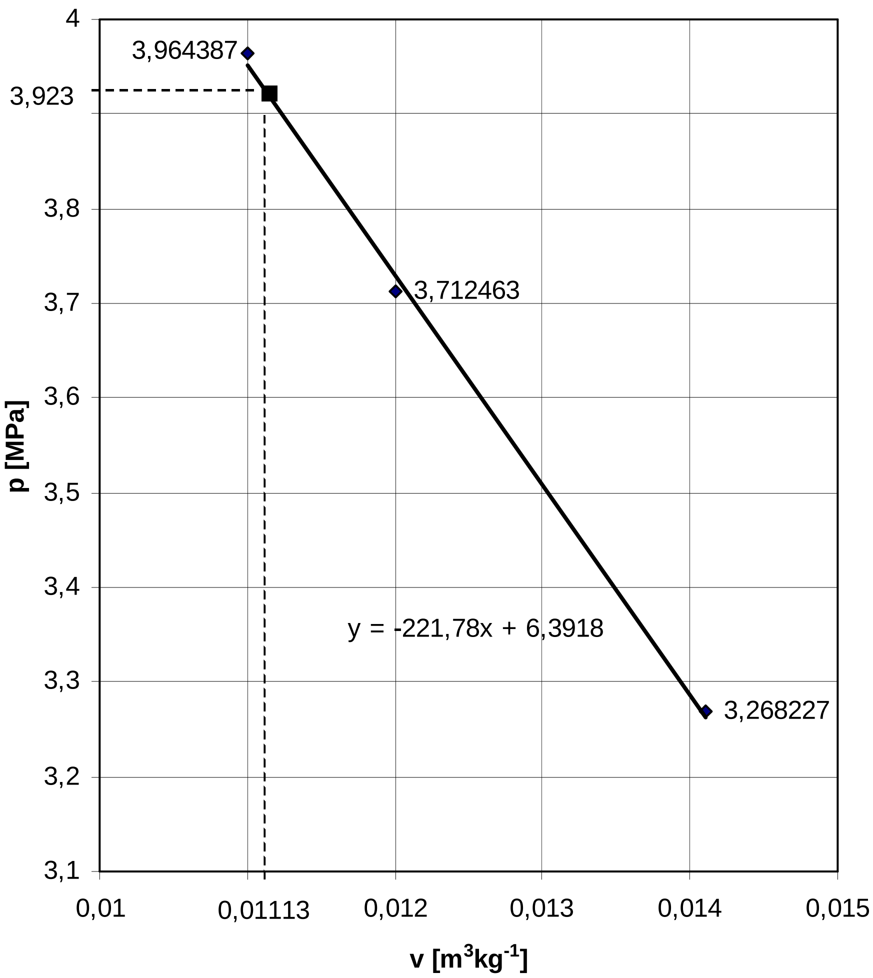
$$v = \frac{V}{m_i} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{2{,}834} = 0{,}01411 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

$$p = \frac{r\,T}{v-b} - \frac{a}{v^2} = \frac{189 \cdot 293}{0{,}01411 - 0{,}000972} - \frac{188{,}5}{(0{,}01411)^2} = 3{,}268 \cdot 10^6 \text{ Pa.}$$

Dostali jsme menší hodnotu, než je zadaná, přesto v druhém přiblížení volíme menší hodnotu $v = 0{,}012$, té odpovídá vypočítaný tlak $p = 3{,}712$ MPa, v třetím přiblížení volíme $v = 0{,}011$ odpovídající tlaku $p = 3{,}964$ MPa. Vypočítali jsme tři body Van der Waalsovy izotermy $t = 20$ °C, zaneseme je do diagramu $p - v$ a pro zadaný tlak najdeme odečítáním hledaný měrný objem

$$v = 0{,}01118 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1},$$

$$m = \frac{V}{v} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{0{,}0112} = 3{,}597 \text{ kg.}$$



Chyba výpočtu pomocí Van der Waalsovy se rovná

$$\Delta_m = -\ 4{,}4\ \ \%.$$