2. písemná práce z M3E

1. Vypočítejte práci vektorového pole $\vec{f} = (x, y, \frac{xy}{z^2})$ podél křivky C s počátečním bodem $A[-\pi, 0, \pi]$ a koncovým bodem $B[0, 0, 0]$, kde $\mathcal{C}$ leží na kuželové šroubovici dané vektorem $(t\cos t, t\sin t, t)$, $t \in \mathbb{R}$.

2. Vypočítejte tok vektorového pole $\vec{f} = (x, y, z)$ plochou S, kde plocha S je dána vztahy $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$.

3. Užitím Greenovy věty vypočtěte křivkový integrál

$$I = \int_{\mathcal{C}^+} (-2xy)\, dx + (y^2 - 2xy)\, dy\,,$$

kde $\mathcal{C}^+$ je kladně orientovaná hranice množiny Ω, která je určena grafy funkcí $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

4. Pomocí Gaussovy věty vypočítejte tok vektorového pole $\vec{f} = (x, y^2, z)$ plochou S, kde S je povrch pyramidy určené rovnicemi $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

5. Pomocí Stokesovy věty vypočítejte integrál

$$\oint_{\mathcal{C}^+} (x + 3y + 2z, 2x + z, x - y)\, d\vec{s}\,,$$

kde $\mathcal{C}^+$ je obvod trojúhelníku ABC, $A = [2, 0, 0]$, $B = [0, 3, 0]$, $C = [0, 0, 1]$.