evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Modernizace obsahu a formy výuky matematiky pro přírodní a technické vědy CZ.1.07/2.2.00/15.0377

Jméno : ____ **Příjmení :** ____ **Číslo studenta:** ____

Začátek testu

Křivkové integrály a Greenova věta

1. Vypočítejte $\int\limits_{\mathcal{K}} x^2 y\, ds$, kde křivka $\mathcal{K}$ je úsečka spojující body $A[0,1,3], B[-1,2,3]$.

a) Parametrický tvar křivky $\mathcal{K}$ je dán rovnostmi

- ☐ $\begin{array}{l} x = 0 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{array} \quad t \in [0,1]$
- ☐ $\begin{array}{l} x = -1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{array} \quad t \in [0,1]$
- ☐ $\begin{array}{l} x = 0 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{array} \quad t \in [0,1]$
- ☐ $\begin{array}{l} x = 0 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{array} \quad t \in [0,3]$

b) Daný křivkový integrál převedeme do tvaru

- ☐ $\int\limits_0^1 [t^2(-1-t)]\, dt$
- ☐ $\int\limits_0^1 [t^2(1+t)]\, dt$
- ☐ $\int\limits_0^1 [t^2(1+2t)]2\, dt$
- ☐ $\int\limits_0^3 [t^2(1+t)]\, dt$

c) Integrál má hodnotu

- ☐ $\frac{-7}{12}$
- ☐ $\frac{5}{3}$
- ☐ $\frac{117}{4}$
- ☐ $\frac{7}{12}$

2. Vypočítejte $\int\limits_{\mathcal{K}^+} x\, dy$, kde křivka $\mathcal{K} = \{(t, t^2) : t \in [-1, 2]\}$.

a) Daný křivkový integrál převedeme do tvaru

- ☐ $\int\limits_{-1}^2 2t^2\, dt$
- ☐ $\int\limits_{-1}^2 [t\sqrt{1+4t^2}]\, dt$
- ☐ $\int\limits_{-1}^2 [t + t^2]\, dt$
- ☐ $\int\limits_{-1}^2 t^2\, dt$

b) Integrál má hodnotu

- ☐ $\frac{1}{3}$
- ☐ 6
- ☐ $\frac{8}{3}$
- ☐ 9

3. Vypočítejte délku křivky $\mathcal{K}$, kde $\mathcal{K} = \{\vec{r}(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}\,t) : t \in [-1, 0]\}$.

a) Délka křivky je dána integrálem

☐ $\int\limits_{\mathcal{K}} 1\, ds$ ☐ $\int\limits_{-1}^{0} \|\vec{r}\,'(t)\|\, dt$ ☐ $\int\limits_{-1}^{0} \|\vec{r}(t)\|\, dt$ ☐ $\int\limits_{-1}^{0} 1\, dt$

b) Křivkový integrál pro výpočet délky křivky převedeme do tvaru

☐ $\int\limits_{-1}^{0} [\sqrt{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}]\, dt$ ☐ $\int\limits_{-1}^{0} [e^t + e^{-t}]\, dt$ ☐ $\int\limits_{-1}^{0} [(e^t + e^{-t})^2]\, dt$ ☐ $\int\limits_{-1}^{0} [e^t + e^{-t} + \sqrt{2}]\, dt$

c) Délka křivky je

☐ $\frac{1}{e^2}$ ☐ $\frac{1}{e} - e$ ☐ $\frac{1-e^2}{e^2}$ ☐ e^2

4. Ověřte platnost Greenovy věty při výpočtu integrálu $\int\limits_{\mathcal{K}} (x^2 y, y)\ d\vec{s}$, kde křivka $\mathcal{K}$ je uzavřená křivka určená grafy funkcí $y = x$ a $y = \sqrt{x}$.

a) Po použití Greenovy věty dostaneme dvojný integrál ve tvaru

☐ $\int\limits_{x}^{\sqrt{x}} \int\limits_{0}^{1} [-x^2 + 1]\, dx dy$ ☐ $\int\limits_{0}^{1} \int\limits_{x}^{\sqrt{x}} [2xy + 1]\, dx dy$ ☐ $\int\limits_{0}^{1} \int\limits_{0}^{1} [-x^2]\, dy dx$ ☐ $\int\limits_{0}^{1} \int\limits_{x}^{\sqrt{x}} [-x^2]\, dy dx$

b) Daný křivkový integrál převedeme do tvaru

☐ $\int\limits_{0}^{1} [x^3 + x + x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}]\, dx$ ☐ $\int\limits_{0}^{1} [x^3 + x - x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2}]\, dx$ ☐ $\int\limits_{0}^{1} [x^3 - x + x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2}]\, dx$ ☐ $\int\limits_{0}^{1} [x^3 - x^{\frac{5}{2}}]\, dx$

c) Integrál má hodnotu

☐ $\frac{-1}{28}$ ☐ $\frac{-15}{28}$ ☐ 0 ☐ $\frac{-13}{28}$

Konec testu

Začátek testu

Plošné integrály a tok vektorového pole

1. Vypočítejte plošný integrál $\iint_S \sqrt{2}y\,dS$, kde $S: x^2+y^2 \le z^2 \le 1,\ y \ge 0,\ z \ge 0$.

a) Parametrický tvar plochy S je dán vztahy

☐ $x=\sqrt{u}$, $y=\sqrt{v}$, $z=\sqrt{u+v}$, $u\in[-1,1]$, $v\in[0,1-u)$

☐ $x=x$, $y=y$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $x\in[-1,1]$, $y\in[-1,1]$

☐ $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=u$, $u\in[0,1]$, $v\in[\pi,2\pi)$

☐ $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=u$, $u\in[0,1]$, $v\in[0,\pi)$

b) Plošný integrál převedeme do tvaru

☐ $\int_\pi^{2\pi}\int_0^1 [u^2\sin v]\,du\,dv$

☐ $\int_0^\pi\int_0^1 [u^2\sin v]\,du\,dv$

☐ $\int_{-1}^1\int_{-1}^1 [2y]\,dx\,dy$

☐ $\int_0^1\int_0^{1-u} [\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{u}}]\,du\,dv$

c) Hodnota integrálu je

☐ $-\frac{2}{3}$

☐ 0

☐ $\frac{2}{3}$

☐ $\frac{\sqrt{2}}{15}$

2. Vypočítejte integrál $\iint_{S^+} [z\,n_1 + y\,n_3]\,dS$, kde $S: x^2+y^2=2x,\ x\ge 1,\ 0\le z\le 3$.

a) Parametrický tvar plochy S je dán vztahy

☐ $x=x$, $y=\sqrt{2x-x^2}$, $z=z$, $z\in[0,3]$, $x\in[1,2]$

☐ $x=\cos v+1$, $y=\sin v$, $z=u$, $u\in[0,3]$, $v\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

☐ $x=\cos v$, $y=\sin v$, $z=u$, $u\in[0,3]$, $v\in[0,\frac{\pi}{6}]$

☐ $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=u$, $u\in[0,3]$, $v\in[0,\pi)$

b) Plošný integrál převedeme do tvaru

☐ $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\int_0^3 [u+\sin v]\,du\,dv$

☐ $\int_0^\pi\int_0^3 [u\sin v]\,du\,dv$

☐ $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^3 [u\cos v]\,du\,dv$

☐ $\int_1^2\int_0^3 [\frac{z(1-x)}{\sqrt{2x-x^2}}]\,dz\,dx$

c) Hodnota integrálu je

☐ $-\frac{5}{2}$ ☐ 9 ☐ $\frac{3}{4}(4-2\sqrt{3}+\pi)$ ☐ 0

3. Vypočítejte tok funkce $\vec{v}=(y,x,2\,x\,y)$ plochou $S: x^2+y^2 \le z \le 4.$

a) Parametrický tvar plochy S je dán vztahy

☐ $x=u$, $y=v$, $z=u^2+v^2$, $u\in[-2,2]$, $v\in[-2,2]$

☐ $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=u$, $u\in[0,2]$, $v\in[-\pi,\pi)$

☐ $x=\sqrt{u}$, $y=\sqrt{v}$, $z=u+v$, $u\in[0,4]$, $v\in[0,4-u)$

☐ $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=u^2$, $u\in[0,2]$, $v\in[0,2\pi)$

b) Tok plochou S je dán integrálem

☐ $\iint\limits_S \vec{v}\cdot\vec{n}\,dS$ ☐ $\iint\limits_S \|\vec{v}\|\cdot\|\vec{n}\|\,dS$ ☐ $\iint\limits_S \operatorname{rot}\vec{v}\cdot\vec{n}\,dS$ ☐ $\int\limits_{\partial S} \vec{v}\cdot\vec{\tau}\,ds$

c) Plošný integrál převedeme do tvaru

☐ $\int_0^{2\pi}\int_0^1 [-u^3]\,dudv$ ☐ $\int_0^{2\pi}\int_0^1 [u^3\sin 2v]\,dudv$ ☐ $\int_0^{2\pi}\int_0^1 [3u^3\sin 2v]\,dudv$ ☐ $\int_0^{4}\int_0^{4-u} [\frac{u+v-\sqrt{uv}}{2\sqrt{uv}}]\,dudv$

d) Hodnota integrálu je

☐ 0 ☐ $-\frac{\pi}{2}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $4\pi-1$

Konec testu

Začátek testu

Gaussova a Stokesova věta

1. Pomocí Gaussovy věty vypočítejte plošný integrál $\iint\limits_{S^+} \vec{v}\cdot\vec{n}\; dS$, kde plocha $S=\partial V$, $V: x+y+z\le 1,\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0$ a $\vec{v}=(y, x^2y, 4)$.

a) Pomocí Gaussovy věty převedeme daný integrál na integrál

- [ ] $\iiint\limits_V \vec{v}\cdot\vec{n}\; dV$
- [ ] $\iiint\limits_V \operatorname{div}\vec{v}\; dV$
- [ ] $\iiint\limits_V \|\vec{v}\|\cdot\|\vec{n}\|\; dV$
- [ ] $\iiint\limits_V \operatorname{rot}\vec{v}\times\vec{n}\; dV$

b) Trojný integrál převedeme do tvaru

- [ ] $\int_0^1\int_0^1\int_0^{1-x-y} x^2\, dz dy dx$
- [ ] $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-y} x^2\, dz dy dx$
- [ ] $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-x-y} x^2\, dz dy dx$
- [ ] $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-x-y} 1+x^2\, dz dy dx$

c) Hodnota integrálu je

- [ ] $\frac{11}{60}$
- [ ] $-\frac{1}{12}$
- [ ] $\frac{1}{60}$
- [ ] $\frac{1}{15}$

2. Pomocí Gaussovy věty vypočítejte objem elipsoidu $V: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+z^2=1$.

a) Z Gaussovy věty plyne pro výpočet objemu tělesa V vztah meas$(V)=$

- [ ] $\iint\limits_{\partial V} 1\; dS$
- [ ] $\frac{1}{3}\iint\limits_{\partial V} (x+y+z)\; dS$
- [ ] $\frac{1}{3}\iint\limits_{\partial V} (x,y,z)\vec{n}\; dS$
- [ ] $\iint\limits_{\partial V} \|\vec{n}\|\; dS$

b) Po parametrizaci $x=2\cos u\cos v$, $y=3\sin u\cos v$, $z=\sin v$ dostaneme dvojný integrál

- [ ] $\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos v\; dv du$
- [ ] $\frac{1}{3}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos v\; dv du$
- [ ] $\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos u\cos v\; dv du$
- [ ] $\frac{1}{3}\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos v\; dv du$

c) Hodnota integrálu je

- [ ] 8π
- [ ] $\frac{4\pi}{3}$
- [ ] π
- [ ] $\frac{\pi}{3}$

3. Pomocí Stokesovy věty vypočítejte křivkový integrál $I = \int\limits_{\partial S} \vec{v} \cdot \vec{\tau}\, ds$, kde plocha S je dána vztahy $S: \frac{x}{2} + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ a $\vec{v} = (y, z^2, x)$.

a) Ze Stokesovy věty dostaneme, že $I =$

☐ $\iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{v} \times \vec{\tau}\, dS$ ☐ $\iint\limits_S \operatorname{div} \vec{v}\, dS$ ☐ $\iint\limits_S \|\operatorname{rot} \vec{v}\|\, dS$ ☐ $\iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{v} \times \vec{n}\, dS$

b) Dvojný integrál má tvar

☐ $\int_0^1 \int_0^{1-\frac{x}{2}} 0\, dx dy$ ☐ $-\int_0^1 \int_0^{1-\frac{x}{2}} z + 2\, dx dy$ ☐ $-\int_0^1 \int_0^1 3 - \frac{x}{2} - y\, dx dy$ ☐ $\int_0^1 \int_0^{1-\frac{x}{2}} \sqrt{4z^2 + 2}\, dx dy$

c) Hodnota integrálu je

☐ $\frac{2}{15}(9\sqrt{6} - 8 - \sqrt{2})$ ☐ $-\frac{43}{24}$ ☐ $-\frac{9}{4}$ ☐ 0

4. Ověřte platnost Stokesovy věty pro $\vec{v} = (z, yx, 1)$ a $S: x^2 + y^2 \leq 1, z = 3$.

a) Plošný integrál ve Stokesově větě má tvar

☐ $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} 3\, dx dy$ ☐ $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} y\, dx dy$ ☐ $\int_{-1}^1 \int_0^3 z + yx + 1\, dx dy$ ☐ $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 y\, dx dy$

b) Křivkový integrál má po parametrizaci $x = \cos t$, $y = \sin t$ tvar

☐ $\int_0^{2\pi} (\cos^2 t - 3) \sin t\, dt$ ☐ $\int_0^{2\pi} 3 \cos t \sin t\, dt$ ☐ $\int_0^1 (\cos^2 t - 3) \sin t\, dt$ ☐ $\int_0^{2\pi} \cos t - \sin t\, dt$

c) Hodnota integrálu je

☐ 3π ☐ 24 ☐ $-\frac{13}{4}$ ☐ 0

Konec testu

Začátek testu

Nezávislost na cestě a operátory v křivočarých souřadnicích

1. Máme vektorové pole $\vec{v} = (x + yz,\ axz,\ xy - z)$, $a \in \mathbb{R}$.

a) Vektorové pole je potenciální právě tehdy, když

☐ $\operatorname{grad} \operatorname{div} v = \vec{o}$ ☐ $\operatorname{div} \vec{v} = 0$ ☐ $\operatorname{rot} \vec{v} = \vec{o}$ ☐ $\operatorname{rot} \vec{v} \cdot \vec{n} = 0$

b) Dané vektorové pole je potenciální, jestliže

☐ $a = 1$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = 0$ ☐ $a = \frac{1}{x}$

c) Potenciál vektorového pole má pak tvar

☐ $\frac{x^2}{2} + xyz - \frac{z^2}{2}$ ☐ $\frac{x^2}{2} - xyz - \frac{z^2}{2}$ ☐ $(\frac{x^2}{2}, 0, -\frac{z^2}{2})$ ☐ $x+yz+xz+xy-z$

2. Máme vektorové pole $\vec{v} = (y,\ x + z^2,\ 2yz)$.

a) Křivkový integrál $\int\limits_{\mathcal{K}} \vec{v}\, d\vec{s}$, kde $\mathcal{K} = \{(t, -t, t),\ t \in [0, 2]\}$ má tvar

☐ $\int\limits_0^2 -2t - 3t^2\ dt$ ☐ $\int\limits_0^2 2t - t^2\ dt$ ☐ $\int\limits_0^2 t + 1\ dt$ ☐ $\int\limits_0^2 -t^2\ dt$

b) Potenciál $f(x, y, z)$ vektorového pole má pak tvar

☐ $\frac{y^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ ☐ $xy + z^2 y$ ☐ $(\frac{y^2}{2}, \frac{x^2}{2} + \frac{z^3}{3}, yz^2)$ ☐ $y+x+z^2+2yz$

c) Pro výpočet integrálu můžeme použít hodnotu výrazu

☐ $f(1, -1, 1)$ ☐ $\operatorname{div} \vec{v}(2, -2, 2)$ ☐ $(\vec{v} \cdot \operatorname{grad} f)(2, -2, 2)$ ☐ $f(2, -2, 2) - f(0, 0, 0)$

d) Hodnota integrálu je

☐ -12 ☐ 0 ☐ -4 ☐ 2

3. Máme cylindrické parabolické souřadnice $\vec{r} = (\frac{1}{2}(q_1^2 - q_2^2),\ q_1 q_2,\ q_3)$.

a) Křivočará báze je tvořena vektory

- ☐ $\vec{\tilde{e}}_1 = (1,0,0)$, $\vec{\tilde{e}}_2 = (0,1,0)$, $\vec{\tilde{e}}_3 = (0,0,1)$
- ☐ $\vec{\tilde{e}}_1 = (\frac{q_1^2-q_2^2}{2},0,0)$, $\vec{\tilde{e}}_2 = (0,q_1q_2,0)$, $\vec{\tilde{e}}_3 = (0,0,q_3)$
- ☐ $\vec{\tilde{e}}_1 = (q_1,q_2,0)$, $\vec{\tilde{e}}_2 = (-q_2,q_1,0)$, $\vec{\tilde{e}}_3 = (0,0,1)$
- ☐ $\vec{\tilde{e}}_1 = (1,1,0)$, $\vec{\tilde{e}}_2 = (-1,1,0)$, $\vec{\tilde{e}}_3 = (0,0,1)$

b) Laméovy koeficienty h_1, h_2, h_3 mají hodnotu

- ☐ $\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1$
- ☐ $\sqrt{q_1^2+q_2^2}, \sqrt{q_1^2+q_2^2}, 1$
- ☐ $\frac{q_1^2-q_2^2}{2}, q_1q_2, q_3$
- ☐ $1,1,1$

c) Uvažujeme vektorovou funkci $\vec{v} = (x,y,z)$, souřadnice této funkce v bázi $\vec{\hat{e}}_1, \vec{\hat{e}}_2, \vec{\hat{e}}_3$ jsou

- ☐ $1,1,1$
- ☐ $\frac{1}{2},1,0$
- ☐ $\frac{q_1}{2}, \frac{q_2}{2}, q_3$
- ☐ q_1, q_2, q_3

d) Divergence vektorové funkce $\vec{v}$ v křivočarých souřadnicích má tvar

- ☐ $\frac{1}{q_1^2+q_2^2}\left(\frac{\partial(\frac{q_1}{2}(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_1} + \frac{\partial(\frac{q_2}{2}(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_2} + \frac{\partial(q_3(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_3}\right)$
- ☐ $\frac{1}{q_1^2+q_2^2}\left(\frac{\partial(\frac{q_2}{2}(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_1} + \frac{\partial(\frac{q_1}{2}(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_2} + \frac{\partial(q_3(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_3}\right)$
- ☐ $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial(\frac{q_1}{2}(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_1} + \frac{\partial(\frac{q_2}{2}(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_2} + \frac{\partial(q_3(q_1^2+q_2^2))}{\partial q_3}\right)$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{q_1^2+q_2^2}}\left(\frac{\partial(q_1^2+q_2^2)}{\partial q_1} + \frac{\partial(q_1^2+q_2^2)}{\partial q_2} + \frac{\partial(q_1^2+q_2^2)}{\partial q_3}\right)$

e) Gradient funkce $f(x,y,z) = yz$ v křivočarých souřadnicích má tvar

- ☐ $(\frac{2q_2q_3}{q_1^2-q_2^2}, \frac{2q_1q_3}{q_1^2-q_2^2}, q_2q_1)$
- ☐ $(0, q_3, q_2q_1)$
- ☐ $(\frac{q_2q_3}{q_1^2+q_2^2}, \frac{q_1q_3}{q_1^2+q_2^2}, q_2q_1)$
- ☐ $(0, q_2, q_3)$

f) Rotace vektorové funkce $\vec{v} = (0,0,yz)$ má v křivočarých souřadnicích tvar

- ☐ $(\frac{q_3}{q_1^2+q_2^2}, \frac{q_2}{q_1^2+q_2^2}, 0)$
- ☐ $(q_3, 0, 0)$
- ☐ $(\frac{q_1}{q_1^2+q_2^2}, \frac{q_2}{q_1^2+q_2^2}, q_3)$
- ☐ $(0, 0, q_1q_2q_3)$

Konec testu

Začátek testu

Sdružené báze, Grammova matice, tenzory

1. Máme $\Phi : \vec{q} \to \vec{r}$ dané předpisem $r^1 = (q^1)^2$, $r^2 = q^2$, $r^3 = q^2 + q^3$ a bod $A[1, 0, 1]$.

a) Křivočará báze v bodě A je určena vektory

☐ $\vec{\vec{e}}_1 = (2, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}_2 = (0, 1, 1)$, $\vec{\vec{e}}_3 = (0, 0, 1)$

☐ $\vec{\vec{e}}_1 = (1, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}_2 = (0, 1, 0)$, $\vec{\vec{e}}_3 = (0, 0, 1)$

☐ $\vec{\vec{e}}_1 = (2q^1, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}_2 = (0, 1, 1)$, $\vec{\vec{e}}_3 = (0, 0, 1)$

☐ $\vec{\vec{e}}_1 = (\frac{1}{4}, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}_2 = (0, 1, 0)$, $\vec{\vec{e}}_3 = (0, -1, 1)$

b) Inverzní zobrazení Φ^{-1} k zobrazení Φ je dáno vztahy

☐ $q^1 = (r^1)^2$, $q^2 = r^2$, $q^3 = r^3 - r^2$

☐ $q^1 = \sqrt{r^1}$, $q^2 = r^2$, $q^3 = r^3 + r^2$

☐ $q^1 = \sqrt{r^1}$, $q^2 = r^2$, $q^3 = r^3 - r^2$

☐ $q^1 = \sqrt{r^1}$, $q^2 = r^2$, $q^3 = -r^3 - r^2$

c) Sdružená báze $\{\vec{\vec{e}}^{\,1}, \vec{\vec{e}}^{\,2}, \vec{\vec{e}}^{\,3}\}$ k bázi $\{\vec{\vec{e}}_1, \vec{\vec{e}}_2, \vec{\vec{e}}_3\}$ má tvar

☐ $\vec{\vec{e}}^{\,1} = (2, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}^{\,2} = (0, 1, 1)$, $\vec{\vec{e}}^{\,3} = (0, 0, 1)$

☐ $\vec{\vec{e}}^{\,1} = (\frac{1}{2}, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}^{\,2} = (0, 1, 0)$, $\vec{\vec{e}}^{\,3} = (0, -1, 1)$

☐ $\vec{\vec{e}}^{\,1} = (1, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}^{\,2} = (0, 1, 0)$, $\vec{\vec{e}}^{\,3} = (0, 0, 1)$

☐ $\vec{\vec{e}}^{\,1} = (2r^1, 0, 0)$, $\vec{\vec{e}}^{\,2} = (0, 1, 1)$, $\vec{\vec{e}}^{\,3} = (0, 0, 1)$

d) Kontravariantní a kovariantní souřadnice vektoru $\vec{v} = (-2, 3, 1)$ jsou

☐ $(-2, 3, 1)$, $(1, 3, -2)$

☐ $(-1, 3, 2)$, $(-4, 4, 1)$

☐ $(-8, 4, 1)$, $(-1, 3, 2)$

☐ $(1, 3, -2)$, $(-2, 3, 1)$

e) Inverzní matice G^{-1} ke Grammově matici G má tvar

☐ $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

f) Mezi kontravariantními souřadnicemi $\widehat{v}^{\,i}$ vektoru $\vec{v}$, prvky g_{ji} Grammovy matice G, prvky g^{ij} inverzní matice G^{-1} a kovariantními souřadnicemi $\widehat{v}_j$ vektoru $\vec{v}$ platí vztah

- ☐ $\widehat{v}^{\,j} = g_{ji}\widehat{v}_j$
- ☐ $g_{ji} = \widehat{v}_j\widehat{v}^{\,i}$
- ☐ $g^{ij} = \widehat{v}^{\,i}\widehat{v}_j$
- ☐ $\widehat{v}_j = g_{ji}\widehat{v}^{\,i}$

g) Skalární součin vektoru $\vec{v}$ a vektoru $\vec{w}$ se rovná

- ☐ $\widehat{v}^{\,j}\widehat{w}_j$
- ☐ $\widehat{v}_j\widehat{w}^{\,i}$
- ☐ $\widehat{v}^{\,i}\widehat{w}^{\,j}$
- ☐ $\widehat{v}_i\widehat{w}_i$

h) Grammova matice G je

- ☐ smíšený tenzor druhého řádu
- ☐ kontravariantní tenzor
- ☐ kovariantní tenzor
- ☐ dvakrát kovariantní tenzor

i) Kroneckerovo delta δ_i^j je

- ☐ smíšený tenzor druhého řádu
- ☐ kontravariantní tenzor
- ☐ kovariantní tenzor
- ☐ dvakrát kovariantní tenzor

Konec testu